РОЙКО Л.Л.

ВИЩА МАТЕМАТИКА І ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ: ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ ДО ПЕРШОГО ЗМІСТОВОГО МОДУЛЯ З НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ

ЛУЦЬК, 2016

СХІДНОЄВРОПЕЙСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ,
ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

ВИЩА МАТЕМАТИКА І ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ: ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ ДО ПЕРШОГО ЗМІСТОВОГО МОДУЛЯ З НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ

для студентів факультету економіки та менеджменту

ЛУЦЬК, 2016

УДК 51:519.676(072)
ББК 22.1я73-9+22.17я73-9
Р 65

Рекомендовано до друку науково-методичною радою
Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки
(протокол № 9 від 18 травня 2016 року)

Рецензенти:
Мельник В.М. – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних технологій Луцького національного технічного університету

Гембарська С.Б. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри диференціальних рівнянь і математичної фізики Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки

Р 65
Ройко Л.Л.
Вища математика і теорія ймовірностей: практичні завдання до першого змістового модуля з навчального курсу. – Луцьк: РВВ Вежа Східноєвроп. нац. ун-ту ім. Лесі Українки, 2016. – 38 с.

Навчально-методичне видання призначене для підготовки студентів до практичних занять, першої модульної контрольної роботи, домашніх завдань, самостійної та індивідуальної робіт з курсу ”Вища математика і теорія ймовірностей”, містять типові завдання з кожного модуля навчальної програми для студентів економічних спеціальностей.

УДК 51:519.676(072)
ББК 22.1я73-9+22.17я73-9

© Ройко Л.Л.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА …… 4

ОСНОВНІ ТЕМИ ПРОГРАМОВОГО МАТЕРІАЛУ

ПО ПЕРШОМУ ЗМІСТОВОМУ МОДУЛЮ ……... 5– 6

ТЕМА 1. ВИЗНАЧНИКИ. МАТРИЦІ. СИСТЕМИ

ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ …… 7 – 22

ТЕМА 2. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА…….. 23 – 26

ТЕМА 3. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ……. 27 – 31

ТЕМА 4. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРОСТОРІ……. 32 – 36

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ ……. 37 – 38

ПЕРЕДМОВА

Метою викладання навчальної дисципліни “Вища математика і теорія ймовірностей” є – надання студентам фундаментальних знань з математики та теорії ймовірностей, які дозволяють у подальшому засвоювати спеціальні дисципліни, котрі базуються на математичних поняттях. При цьому значна увага надається виробленню практичних навиків при розв’язуванні конкретних задач економічного змісту, вмінню застосовувати математичні методи для дослідження реальних процесів і прийняття оптимальних рішень.

Пропоноване видання адресоване викладачам і студентам для проведення практичних занять, самостійних (контрольних) робіт в аудиторії і домашніх завдань з навчального курсу.

Весь матеріал дисципліни поділений на теми. Тема складається з індивідуальних завдань (ІЗ), кожне з яких містить 30 варіантів.

Нумерація ІЗ наскрізна і складається із двох чисел: перше зазначає тему, а друге – порядковий номер ІЗ в цій темі.

ОСНОВНІ ТЕМИ ПРОГРАМОВОГО МАТЕРІАЛУ ПО ПЕРШОМУ ЗМІСТОВОМУ МОДУЛЮ

ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ , ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Тема 1. Матриці та дії над ними. Визначники та їх основні властивості.

Поняття матриці, види матриць. Дії над матрицями та їх властивості. Визначники другого та третього порядку; їх властивості та основні методи обчислення. Визначники вищих порядків. Мінори та алгебраїчні доповнення. Обернена матриця. Властивості невироджених матриць. Ранг матриці. Метод елементарних перетворень.

Тема 2. Основні методи розв'язування систем лінійних рівнянь.

Поняття системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь за формулами Крамера. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гауса. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним методом.

Тема 3. Дослідження систем лінійних рівнянь на сумісність та визначеність.

Ранг матриці, основні методи його знаходження. Необхідна і достатня умова сумісності систем лінійних рівнянь. Критерій визначеності.

Тема 4. Вектори та дії над ними. Скалярний добуток векторів.

Скалярні та векторні величини. Означення, геометричне зображення та позначення вектора. Лінійні операції над векторами. Координати. Лінійні операції в координатах. Означення та властивості скалярного добутку векторів. Скалярний добуток в координатах. Кут між векторами.

Тема 5. Векторний та мішаний добутки векторів.

Означення та властивості векторного добутку. Векторний добуток в координатах. Площа трикутника. Площа паралелограма. Означення та властивості мішаного добутку. Мішаний добуток в координатах. Об'єм паралелепіпеда.

Тема 6. Лінійна залежність векторів. Розклад вектора по базису.

Лінійна комбінація векторів. Лінійна залежність системи векторів. Поняття базису на прямій, площині, просторі. Розклад вектора по базису.

Тема 7. Пряма на площині та у просторі. Різні рівняння прямої.

Канонічне рівняння прямої. Параметричне рівняння прямої. Рівняння пучка прямих. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої через дві

точки. Рівняння прямої у відрізках на осях. Рівняння прямої через точку перпендикулярно до вектора. Загальне рівняння прямої та його дослідження. Нормальне рівняння прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального виду. Кут між двома прямими. Відхилення і відстань точки від прямої.

Канонічне та параметричне рівняння прямої у просторі. Пряма лінія як перетин двох площин. Умова перетину двох прямих у просторі. Перетин прямої з площиною. Кут між прямою і площиною.

Тема 8. Площина у просторі, її рівняння.

Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно до заданого вектора. Загальне рівняння площини та його дослідження. Рівняння площини у відрізках на осях. Нормальне рівняння площини. Зведення загального рівняння площини до нормального виду. Рівняння площини, заданої початковою точкою і напрямними векторами. Параметричне рівняння. Кут між площинами. Відхилення і відстань точки від площини.

Тема 9. Криві другого порядку.

Криві другого порядку, їхня форма і рівняння: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Спільне означення та спільне рівняння кривих другого порядку.

ТЕМА 1. ВИЗНАЧНИКИ. МАТРИЦІ. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

ІЗ – 1.1

1 Для даного визначника знайти мінори та алгебраїчні доповнення елементів a_{ij}. Обчислити визначник: а) розкладаючи його за елементами i - того рядка; б) розкладаючи його за елементами j - того стовпця; в) отримавши попередньо нулі в i - тому рядку

1.1. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
$i=4, j=3$

1.2. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}$
$i=3, j=4$

1.3. $\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$
$i=1, j=3$

1.4 $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$
$i=3, j=4$

1.5. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
$i=2, j=4$

1.6. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
$i=2, j=3$

1.7. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
$i=3, j=3$

1.8. $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$
$i=4, j=3$

1.9. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
$i=3, j=2$

1.10. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$
$i=4, j=4$

1.11 $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ $i=2, j=2$

1.12. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$ $i=2, j=3$

1.13. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ $i=2, j=4$

1.14. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ $i=1, j=2$

1.15. $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ $i=1, j=2$

1.16. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$ $i=2, j=4$

1.17. $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ $i=1, j=2$

1.18. $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$ $i=2, j=3$

1.19. $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ $i=4, j=1$

1.20. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$ $i=3, j=1$

1.21. $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ $i=4, j=2$

1.22. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ $i=2, j=1$

1.23. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ $i=3, j=2$

1.24. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$ $i=4, j=1$

1.25. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ $i=2, j=1$

1.26. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ $i=3, j=2$

1.27. $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$ $i=3, j=2$

1.28. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ $i=4, j=4$

1.29. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ $i=1, j=2$

1.30. $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ $i=1, j=4$

2 Дано дві матриці A і B. Знайти: а) AB; б) BA; в) A^{-1}; г) AA^{-1};

д) $A^{-1}A$

2.1. $A=\begin{pmatrix}3 & -1 & 0\\ 3 & 5 & 1\\ 4 & -7 & 5\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 1 & -8 & 5\\ 3 & 0 & 2\end{pmatrix}$

2.2. $A=\begin{pmatrix}-3 & 4 & 0\\ 4 & 5 & 1\\ -2 & 3 & 3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 7 & -1\\ 0 & 2 & 6\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$

2.3. $A=\begin{pmatrix}-6 & 1 & 11\\ 9 & 2 & 5\\ 0 & 3 & 7\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 7\\ 1 & -3 & 2\end{pmatrix}$

2.4. $A=\begin{pmatrix}6 & 9 & 4\\ -1 & -1 & 1\\ 10 & 1 & 7\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 3 & 4 & 3\\ 0 & 5 & 2\end{pmatrix}$

2.5. $A=\begin{pmatrix}8 & -1 & -1\\ 5 & -5 & -1\\ 10 & 3 & 2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 2 & 5\\ 3 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$

2.6. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 4\\ 3 & -5 & 3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}7 & 5 & 1\\ 5 & 3 & -1\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$

2.7. $A=\begin{pmatrix}3 & 5 & -6\\ 2 & 4 & 3\\ -3 & 1 & 1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 8 & -5\\ -3 & -1 & 0\\ 4 & 5 & -3\end{pmatrix}$

2.8.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

2.9.

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2.10.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

2.11.

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

2.12.

$$A=\begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

2.13.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

2.14.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

2.15. $A=\begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

2.16. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

2.17. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$

2.18. $A=\begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$

2.19. $A=\begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

2.20. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

2.21. $A=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

2.22. $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 4 & 3 & 2\\ 2 & 2 & -7\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 7 & 0\\ 5 & 3 & 1\\ 1 & -6 & 1\end{pmatrix}$

2.23. $A=\begin{pmatrix}5 & -8 & -4\\ 7 & 0 & -5\\ 4 & 1 & 0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 5 & 5\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & -1 & -3\end{pmatrix}$

2.24. $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 8 & -7 & -6\\ -3 & 4 & 2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & -2\\ 3 & -5 & 4\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$

2.25. $A=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 4\\ 3 & -1 & -4\\ -1 & 2 & 2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 3 & 1\\ 0 & 6 & 2\\ 1 & 9 & 2\end{pmatrix}$

2.26. $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 5\\ 3 & 0 & 6\\ 4 & 3 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 3\\ 1 & -2 & -1\end{pmatrix}$

2.27. $A=\begin{pmatrix}8 & 5 & -1\\ 1 & 5 & 3\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}4 & -7 & -6\\ 3 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$

2.28. $A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 2 & 3 & 2\\ 3 & 7 & 1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ -3 & 1 & 7\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$

2.29. $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 2\\ 1 & 3 & -1\\ 4 & 1 & 3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 2 & -1\\ 3 & 1 & 2\\ 5 & 3 & 0\end{pmatrix}$

2.30. $A=\begin{pmatrix}5 & 1 & -2\\ 1 & 3 & -1\\ 8 & 4 & -1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 5 & 5\\ 7 & 1 & 2\\ 1 & 6 & 0\end{pmatrix}$

ІЗ – 1.2

1 Перевірити на сумісність систему рівнянь і, у випадку сумісності, розв’язати її: а) за формулами Крамера; б) за допомогою оберненої матриці (матричним методом); в) за методом Гауса

1.1. $\begin{cases}3x_1-x_2-x_3=-11\\ 5x_1+x_2+2x_3=8\\ x_1+2x_2+4x_3=16\end{cases}$

1.2. $\begin{cases}4x_1-x_2=-6\\ 3x_1+2x_2+5x_3=-14\\ -x_1+3x_2-4x_3=19\end{cases}$

1.3. $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3=-4\\ x_1+3x_2-x_3=11\\ x_1-2x_2+2x_3=-7\end{cases}$

1.4. $\begin{cases}3x_1-2x_2+4x_3=21\\ 3x_1+4x_2-2x_3=9\\ 2x_1-x_2-x_3=10\end{cases}$

1.5. $\begin{cases}-3x_1+5x_2+6x_3=-8\\ 3x_1+x_2+x_3=-4\\ x_1-4x_2-2x_3=-9\end{cases}$

1.6. $\begin{cases}3x_1+4x_2-2x_3=11\\ 2x_1-x_2-x_3=4\\ 3x_1-2x_2+4x_3=11\end{cases}$

1.7. $\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3=3\\ x_1+x_2+2x_3=-4\\ 4x_1+x_2+4x_3=-3\end{cases}$

1.8. $\begin{cases}2x_1+3x_2+4x_3=12\\ 7x_1-5x_2+x_3=-33\\ 4x_1+x_3=-7\end{cases}$

1.9. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases}$

1.10. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$

1.11. $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$

1.12. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$

1.13. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$

1.14. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 13 \end{cases}$

1.15. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16 \\ x_1 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

1.16. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$

1.17. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$

1.18. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases}$

1.19. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$

1.20. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

1.21. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$

1.22. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$

1.23. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$

1.24. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$

1.25. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \\ 7x_1 - 5x_2 = 24 \\ 4x_1 + 11x_3 = 30 \end{cases}$

1.26. $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 2x_3 = -8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$

1.27. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$

1.28. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases}$

1.29. $\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$

1.30. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ 11x_1 + x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases}$

2 Перевірити на сумісність систему рівнянь і, у випадку сумісності, розв’язати її: а) за формулами Крамера; б) за допомогою оберненої матриці (матричним методом); в) за методом Гауса

2.1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \\ 7x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$

2.2. $\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$

2.3. $\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 = 5 \end{cases}$

2.4. $\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$

2.5. $\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$

2.6. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$

2.7. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5 \\ 2x_1 + 3x_3 = -2 \end{cases}$

2.8. $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 7 \\ 4x_1 + 3x_2 = 1 \end{cases}$

2.9. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$

2.10. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_3 = 5 \end{cases}$

2.11. $\begin{cases} 4x_1 - 9x_2 + 5x_3 = 1 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 11 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5 \end{cases}$

2.12. $\begin{cases} 4x_1 - 7x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 6 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

2.13. $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 9x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$

2.14. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 4 \end{cases}$

2.15. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$

2.16. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$

2.17. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

2.18. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4 \\ -2x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

2.19. $\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$

2.20. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

2.21. $\begin{cases} 5x_1 - 5x_2 - 4x_3 = -3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 1 \\ 4x_1 - 4x_2 - 9x_3 = 0 \end{cases}$

2.22. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 1 \\ 7x_1 - 9x_2 - x_3 = 3 \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$

2.23. $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$

2.24. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$

2.25. $\begin{cases} 5x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 6 \\ x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$

2.26. $\begin{cases} 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$

2.27. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_3 - 5x_2 - 6x_3 = 2 \\ 4x_1 - 9x_2 - 8x_3 = 1 \end{cases}$

2.28. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 2 \\ 5x_1 + x_2 - 5x_3 = 9 \end{cases}$

2.29. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1 \end{cases}$

2.30. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$

3 Розв’язати однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь

3.1. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

3.2. $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$

3.3. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

3.4. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

3.5. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

3.6. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

3.7. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

3.8. $\begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

3.9. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

3.10. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

3.11. $\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

3.12. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

3.13. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$

3.14. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

3.15. $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

3.16. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

3.17. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

3.18. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

3.19. $\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

3.20. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

3.21. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

3.22. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

3.23. $\begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

3.24. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}$

3.25. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

3.26. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

3.27. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

3.28. $\begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

3.29. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

3.30. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4 Розв’язати однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь

4.1. $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.2. $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

4.3. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

4.4. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

4.5. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.6. $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$

4.7. $\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.8. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.9. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

4.10. $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

4.11. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$

4.12. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$

4.13. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

4.14. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0 \end{cases}$

4.15. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

4.16. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

4.17. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

4.18. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

4.19. $\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.20. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

4.21. $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.22. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

4.23. $\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$

4.24. $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.25. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

4.26. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

4.27. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

4.28. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

4.29. $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

4.30. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 9x_3 = 0 \end{cases}$

ТЕМА 2. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

ІЗ – 2.1

1 За даними координатами точок A, B і C для зазначених векторів знайти:
а) модуль (довжину) вектора $\bar{a}$; б) скалярний добуток векторів $\bar{a}$ і $\bar{b}$;
в) проекцію вектора $\bar{c}$ на вектор $\bar{d}$

$B\bullet$	A	B	C	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{c}$	$\bar{d}$
1	(5, 4, 4)	(-5, 2, 3)	(4, 2, -5)	$11\overrightarrow{AC} - 6\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AC}$
2	(6, 5, -4)	(-5, 2,2)	(3, 3, 2)	$6\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{CB}$
3	(2, 4, 3)	(3, 1, -4)	(-1, 2, 2)	$2\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{AB}$
4	(-2, -3, -4)	(2, -4, 0)	(1, 4, 5)	$4\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BC}$
5	(2, 4, 6)	(-3, 5, 1)	(4, -5, -4)	$-6\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{BA}$
6	(-5, 4, 3)	(4, 5, 2)	(2, 7, -4)	$3\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{AB}$
7	(3, 5, 4)	(4, 2, -3)	(-2, 4, 7)	$3\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{AC}$
8	(-2, 3, -4)	(3, -1, 2)	(4, 2, 4)	$7\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{CB}$
9	(3, 4, 1)	(5, -2, 6)	(4, 2, -7)	$-7\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AC}$
10	(4, 6, 7)	(2, -4, 1)	(-3, -4, 2)	$5\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$
11	(1, 3, 2)	(-2, 4, -1)	(1, 3, -2)	$2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$
12	(10, 6, 3)	(-2, 4, 5)	(3, -4, -6)	$5\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{AC}$
13	(3, 4, 6)	(-4, 6, 4)	(5, -2, -3)	$-7\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{BC}$

14	(-3, -5, 6)	(3, 5, -4)	(2, 6, 4)	$4\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{AC}$
15	(2, 4, 5)	(1, -2, 3)	(-1, -2, 4)	$3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$
16	(-2, -3, -2)	(1, 4, 2)	(1, -3, 3)	$2\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AC}$
17	(-4, -2, -5)	(3, 7, 2)	(4, 6, -3)	$9\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BC}$
18	(6, 4, 5)	(-7, 1,8)	(2, -2, -7)	$5\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AC}$
19	(-2, -2, 4)	(1, 3, -2)	(1, 4, 2)	$2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AC}$
20	(0, 2, 5)	(2, -3, 4)	(3, 2, -5)	$-3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$
21	(4, 5, 3)	(-4, 2, 3)	(5, -6, -2)	$9\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$
22	(4, 3, 2)	(-4, -3, 5)	(6, 4, -3)	$8\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{AC}$
23	(4, 6, 3)	(-5, 2, 6)	(4, -4, -3)	$4\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AC}$
24	(2, -4, 3)	(-3, -2, 4)	(0, 0, -2)	$3\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{CB}$
25	(3, 2, 4)	(-2, 1, 3)	(2, -2, 1)	$4\overrightarrow{BC}-3\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{BC}$
26	(-5, -2, -6)	(3, 4, 5)	(2, -5, 4)	$8\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BC}$
27	(1, 3, 2)	(-2, 4, -1)	(1, 3, -2)	$2\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$
28	(-1, -2, 4)	(-1, 3, 5)	(1, 4, 2)	$3\overrightarrow{AC}-7\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AC}$
29	(5, 6, 1)	(-2, 4, -1)	(3, -3, 3)	$3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}$
30	(4, 3,-2)	(-3, -1, 4)	(2, 2, 1)	$-5\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{CB}$

2 Довести, що вектори $\bar{a}$, $\bar{b}$ і $\bar{c}$ утворюють базис. Знайти координати вектора $\bar{d}$ у цьому базисі

$B\bullet$	$\bar{a}=$	$\bar{b}=$	$\bar{c}=$	$\bar{d}=$
1	(11, 1, 2)	(-3, 3, 4)	(-4, -2, 7)	(-5, 11, -15)
2	(4, 5, 1)	(1, 3, 1)	(-3, -6, 7)	(19, 33, 0)
3	(1, 3, 4)	(-2, 5, 0)	(3, -2, -4)	(13, -5, -4)
4	(5, 3, 1)	(-1, 2, -3)	(3, -4, 2)	(-9, 34, -20)
5	(3, 5, 4)	(-2, 7, -5)	(6, -2, 1)	(6, -9, 22)
6	(3, 1, 2)	(-4, 3, -1)	(2, 3, 4)	(14, 14, 20)
7	(2, -1, 4)	(-3, 0, -2)	(4, 5, -3)	(0, 11, -14)

8	(0, 2, -3)	(4, -3, -2)	(-5, -4, 0)	(-19, -5, -4)
9	(1, 3, 6)	(-3, 4, -5)	(1, -7, 2)	(-2, 17, 5)
10	(1, 2, 3)	(-5, 3, -1)	(-6, 4, 5)	(-4, 11, 20)
11	(-1, 4, 3)	(3, 2, -4)	(-2, -7, 1)	(6, 20, -3)
12	(-3, 0, 1)	(2, 7, -3)	(-4, 3, 5)	(-16, 33, 13)
13	(4, 2, 3)	(-3, 1, -8)	(2, -4, 5)	(-12, 14, -31)
14	(9, 5, 3)	(-3, 2, 1)	(4, -7, 4)	(-10, -13, 8)
15	(1, -3, 1)	(-2, -4, 3)	(0, -2, 3)	(-8, -10, 13)
16	(1, -1, 1)	(-5, -3, 1)	(2, -1, 0)	(-15, -10, 5)
17	(3, 1, -3)	(-2, 4, 1)	(1, -2, 5)	(1, 12, -20)
18	(5, 3, 2)	(2, -5, 1)	(-7, 4, -3)	(36, 1, 15)
19	(3, -1, 2)	(-2, 4, 1)	(4, -5, -1)	(-5, 11, 1)
20	(-1, 1, 2)	(2, -3, -5)	(-6, 3, -1)	(28, -19, -7)
21	(3, -1, 2)	(-2, 3, 1)	(4, -5, -3)	(-3, 2, -3)
22	(7, 2, 1)	(5, 1, -2)	(-3, 4, 5)	(26, 11, 1)
23	(-2, 5, 1)	(3, 2, -7)	(4, -3, 2)	(-4, 22, -13)
24	(5, 4, 1)	(-3, 5, 2)	(2, -1, 3)	(7, 23, 4)
25	(5, 1, 2)	(-2, 1, -3)	(4, -3, 5)	(15, -15, 24)
26	(-2, 1, 3)	(3, -6, 2)	(-5, -3, -1)	(31, -6, 22)
27	(7, 2, 1)	(3, -5, 6)	(-4, 3, -4)	(-1, 18, -16)
28	(5, 7, -2)	(-3, 1, 3)	(1, -4, 6)	(14, 9, -1)
29	(3, 1, 2)	(-7, -2, -4)	(-4, 0, 3)	(16, 6, 15)
30	(6, 1, -3)	(-3, 2, 1)	(-1, -3, 4)	(15, 6, -17)

3 Відомі вектори $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$. Необхідно: а) обчислити мішаний добуток трьох векторів і перевірити їх на компланарність; б) знайти модуль векторного добутку двох векторів і перевірити їх на колінеарність; в) обчислити скалярний добуток двох векторів і перевірити їх на ортогональність

$B\bullet$	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{x}\cdot\vec{y}\cdot\vec{z}$	$\lvert\bar{m}\times\bar{n}\rvert$	$\vec{p}\cdot\vec{g}$
1	(-9, 4, -5)	(1, -2, 4)	(-5, 10, -20)	$-2\vec{a}$, $7\vec{b}$, $5\vec{c}$	$-6\vec{b}$, $7\vec{c}$	$9\vec{a}$, $4\vec{c}$
2	(3, -1, 5)	(2, -4, 6)	(1, -2, 3)	$-3\vec{a}$, $4\vec{b}$, $-5\vec{c}$	$6\vec{b}$, $3\vec{c}$	$\vec{a}$, $4\vec{c}$

3	(-7, 0, 2)	(2, -6, 4)	(1, -3, 2)	$\vec{a}, -2\vec{b}, -7\vec{c}$	$4\vec{b}, 3\vec{c}$	$2\vec{a}, -7\vec{c}$
4	(5, -3, 4)	(2, -4, -2)	(3, 5, -7)	$\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$	$-2\vec{b}, 4\vec{c}$	$-3\vec{a}, 6\vec{c}$
5	(9, -3, 1)	(-3, -15, 21)	(1, -5, 7)	$2\vec{a}, -7\vec{b}, 3\vec{c}$	$-6\vec{a}, 4\vec{c}$	$5\vec{b}, 7\vec{a}$
6	(-3, -1, -5)	(2, -4, 8)	(3, 7, -1)	$2\vec{a}, -\vec{b}, 3\vec{c}$	$-9\vec{a}, 4\vec{c}$	$5\vec{b}, -7\vec{a}$
7	(3, 4, 1)	(1, -2, 7)	(3, -6, 21)	$5\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}$	$4\vec{b}, 2\vec{c}$	$\vec{a}, \vec{c}$
8	(-1, 0, 5)	(-3, 2, 2)	(-2, -4, 1)	$3\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$	$7\vec{a}, -3\vec{c}$	$2\vec{b}, 3\vec{a}$
9	(-3, 8, 0)	(2, 3, -2)	(8, 12, -8)	$4\vec{a}, -6\vec{b}, 5\vec{c}$	$-7\vec{a}, 9\vec{c}$	$3\vec{b}, -8\vec{c}$
10	(4, -6, -2)	(-2, 3, 1)	(3, -5, 7)	$6\vec{a}, 3\vec{b}, 8\vec{c}$	$-7\vec{b}, 6\vec{a}$	$-5\vec{a}, 4\vec{c}$
11	(5, -6, -4)	(4, 8, -7)	(0, 3, -4)	$5\vec{a}, 3\vec{b}, -4\vec{c}$	$4\vec{b}, \vec{a}$	$7\vec{a}, -2\vec{c}$
12	(4, -1, 3)	(2, 3, -5)	(7, 2, 4)	$7\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$	$3\vec{a}, 5\vec{c}$	$2\vec{b}, 4\vec{c}$
13	(-4, -6, 2)	(2, 3, -1)	(-1, 5, -3)	$5\vec{a}, 7\vec{b}, 2\vec{c}$	$-4\vec{b}, 11\vec{a}$	$3\vec{a}, -7\vec{c}$
14	(2, -7, 5)	(-1, 2, -6)	(3, 2, -4)	$-3\vec{a}, 6\vec{b}, -\vec{c}$	$5\vec{b}, 3\vec{c}$	$7\vec{a}, -4\vec{b}$
15	(4, -5, -4)	(5, -1, 0)	(2, 4, -3)	$\vec{a}, 7\vec{b}, -2\vec{c}$	$-5\vec{a}, 4\vec{b}$	$8\vec{c}, -3\vec{a}$
16	(-4, 2, -1)	(3, 5, -2)	(0, 1, 5)	$\vec{a}, 6\vec{b}, 3\vec{c}$	$2\vec{b}, \vec{a}$	$\vec{a}, 4\vec{c}$
17	(-4, 3, -7)	(4, 6, -2)	(6, 9, -3)	$-2\vec{a}, \vec{b}, -2\vec{c}$	$4\vec{b}, 7\vec{c}$	$5\vec{a}, -3\vec{b}$
18	(-2, 4, -3)	(5, 1, -2)	(7, 4, -1)	$\vec{a}, -6\vec{b}, 2\vec{c}$	$-8\vec{b}, 5\vec{c}$	$-9\vec{a}, 7\vec{c}$
19	(-3, 2, 7)	(1, 0, -5)	(6, 4, -1)	$-2\vec{a}, \vec{b}, 7\vec{c}$	$5\vec{a}, -2\vec{c}$	$3\vec{b}, \vec{c}$
20	(2, -4, -2)	(7, 3, 0)	(3, 5, -7)	$\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$	$3\vec{a}, -7\vec{b}$	$\vec{c}, -2\vec{a}$
21	(6, -4, 6)	(9, -6, 9)	(1, 0, -8)	$2\vec{a}, -4\vec{b}, 3\vec{c}$	$3\vec{b}, -9\vec{c}$	$3\vec{a}, -5\vec{c}$
22	(2, -4, -2)	(-9, 0, 2)	(3, 5, -7)	$7\vec{a}, 5\vec{b}, -\vec{c}$	$-5\vec{a}, 4\vec{b}$	$3\vec{b}, -8\vec{c}$
23	(3, -1, 2)	(-1, 5, -4)	(6, -2, 4)	$4\vec{a}, -7\vec{b}, -2\vec{c}$	$6\vec{a}, -4\vec{c}$	$2\vec{a}, 5\vec{b}$
24	(2, -3, 1)	(0, 1, 4)	(5, 2, -3)	$\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$	$3\vec{a}, 2\vec{c}$	$\vec{b}, -4\vec{c}$
25	(4, 2, -3)	(2, 0, 1)	(-12, -6, 9)	$2\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$	$4\vec{a}, 3\vec{b}$	$\vec{b}, -4\vec{c}$
26	(-4, 2, -3)	(0, -3, 5)	(6, 6, -4)	$5\vec{a}, -\vec{b}, 3\vec{c}$	$-7\vec{a}, 4\vec{c}$	$3\vec{a}, 9\vec{b}$
27	(7, -4, -5)	(1, -11, 3)	(5, 5, 3)	$3\vec{a}, -7\vec{b}, 2\vec{c}$	$2\vec{b}, 6\vec{c}$	$-4\vec{a}, 5\vec{c}$
28	(-9, 0, 4)	(2, -4, 6)	(3, -6, 9)	$3\vec{a}, -5\vec{b}, -4\vec{c}$	$6\vec{b}, 2\vec{c}$	$-2\vec{a}, 8\vec{c}$
29	(3, -2, 1)	(0, 2, -3)	(-3, 2, -1)	$\vec{a}, -3\vec{b}, 2\vec{c}$	$5\vec{a}, 3\vec{c}$	$-2\vec{a}, 4\vec{b}$

30	(-5, 2, -2)	(7, 0, -5)	(2, 3, -2)	$2\vec{a}$, $4\vec{b}$, $-5\vec{c}$	$-3\vec{b}$, $11\vec{c}$	$8\vec{a}$, $-6\vec{c}$

ТЕМА 3. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ

1 Дано вершини A, B, C трикутника. Побудувати цей трикутник. Знайти:

1) довжину сторони;
2) рівняння сторони;
3) площу трикутника;
4) кут трикутника;
5) рівняння висоти;
6) довжину висоти;
7) рівняння медіани;
8) точку перетину медіани і висоти;
9) рівняння бісектриси кута;
10) рівняння прямої, яка проходить через вершину паралельно протилежній стороні

B •	A	B	C	B •	A	B	C
1	(−2, 4)	(3, 1)	(10, 7)	16	(−3, −2)	(14, 4)	(6, 8)
2	(1, 7)	(−3, −1)	(11, −3)	17	(1, 0)	(−1, 4)	(9, 5)
3	(1, −2)	(7, 1)	(3, 7)	18	(−2, −3)	(1, 6)	(6, 1)
4	(−4, 2)	(−6, 6)	(6, 2)	19	(4, −3)	(7, 3)	(1, 10)
5	(4, −4)	(8, 2)	(3, 8)	20	(−3, −3)	(5, −7)	(7, 7)
6	(1, −6)	(3, 4)	(−3, 3)	21	(−4, 2)	(8, −6)	(2, 6)
7	(−5, 2)	(0, −4)	(5, 7)	22	(4, −4)	(6, 2)	(−1, 8)
8	(−3, 8)	(−6, 2)	(0, −5)	23	(6, −9)	(10, −1)	(−4, 1)
9	(4, 1)	(−3, −1)	(7, −3)	24	(−4, 2)	(6, −4)	(4, 10)
10	(3, −1)	(11, 3)	(−6, 2)	25	(−7, −2)	(−7, 4)	(5, −5)
11	(−1, −4)	(9, 6)	(−5, 4)	26	(10, −2)	(4, −5)	(−3, 1)
12	(−3, −1)	(−4, −5)	(8, 1)	27	(−2, −6)	(−3, 5)	(4, 0)
13	(−7, −2)	(3, −8)	(−4, 6)	28	(0, 2)	(−7, −4)	(3, 2)
14	(7, 0)	(1, 4)	(−8, −4)	29	(1, −3)	(0, 7)	(−2, 4)
15	(−5, 1)	(8, −2)	(1, 4)	30	(2, 5)	(−3, 1)	(0, 4)

2 Розв’язати наступні задачі

2.1. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку перетину прямих $3x-2y-7=0$ і $x+3y-6=0$, відтинаючи на осі абсцис відрізок, який дорівнює трьом.

2.2. Знайти проекцію точки $A(-8, 12)$ на пряму, яка проходить через точки $B(2, -3)$ і $C(-5, 1)$.

2.3. Дано дві вершини трикутника ABC: $A(-4, 4)$, $B(4, -12)$ і точка $M(4, 2)$ перетину його висот. Знайти координати вершини C.

2.4. Знайти рівняння прямої, яка відтинає на осі ординат відрізок у дві одиниці довжини і паралельна прямій $2y-x=3$.

2.5. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(2, -3)$ і точку перетину прямих $2x-y=5$ і $x+y=1$.

2.6. Довести, що чотирикутник $ABCD$ − трапеція, якщо $A(3, 6)$, $B(5, 2)$, $C(-1, -3)$ і $D(-5, 5)$.

2.7. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(3, 1)$ перпендикулярно до прямої BC, якщо $B(2, 5)$ і $C(1, 0)$.

2.8. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(-2, 1)$ паралельно прямій MP, якщо $M(-3, -2)$ і $P(1, 6)$.

2.9. Знайти координати точки, яка симетрична точці M $(2, -1)$ відносно прямої $x-2y+3=0$.

2.10. Знайти точку перетину діагоналей чотирикутника $ABCD$, якщо $A(-1, -3)$, $B(3, 5)$, $C(5, 2)$ і $D(3, -5)$.

2.11. Знайти точку перетину прямих $6x-4y+5=0$, $2x+5y+8=0$ і рівняння прямої паралельної осі абсцис, якій належить ця точка.

2.12. У ΔABC відомі відповідно: рівняння сторони AB $4x+y=6$, висоти BH $5x-4y=12$ і висоти AM $x+y=6$. Знайти рівняння двох інших сторін.

2.13. Відомі дві вершини ΔABC: $A(-6, 2)$, $B(2, -2)$ і точка перетину його висот $H(1, 2)$. Знайти координати точки M перетину сторони AC і висоти BH.

2.14. Відомі точки: $A(-2, 7)$, $B(6, 5)$, $C(-6, -2)$ і $D(2, -4)$. Довести, що прямі AB і CD паралельні.

2.15. Обчислити координати точки перетину перпендикулярів, які проведені через середини сторін трикутника з вершинами: $A(2, 3)$, $B(0, -3)$, $C(6, -3)$.

2.16. Скласти рівняння висоти, яка проходить через вершину A трикутника ABC, якщо відомі рівняння його сторін: $-2x-y-3=0$; $-x+5y-7=0$; $-3x-2y+13=0$.

2.17. Дано трикутник з вершинами: $A(3, 1)$, $B(-3, -1)$ і $C(5, -12)$. Знайти рівняння і довжину його медіани CM.

2.18. Скласти рівняння прямої, яка проходить через початок координат і точку перетину прямих: $2x+5y-8=0$ і $2x+3y+4=0$.

2.19. Знайти рівняння перпендикулярів до прямої $3x+5y-15=0$, які проведені через точки перетину цієї прямої з осями координат.

2.20. Відомі рівняння сторін чотирикутника: $x-y=0$; $x+3y=0$; $x-y-4=0$ і $3x+y-12=0$. Знайти рівняння його діагоналей.

2.21. Знайти точку перетину медіани CM і висоти BK в ΔABC, якщо $A(4, 6)$, $B(-4, 0)$, $C(-1, -4)$.

2.22. Через точку $P(5, 2)$ провести пряму: а) яка відтинає рівні відрізки на осях координат; б) паралельна осі Ox; в) паралельна осі Oy.

2.23. Записати рівняння прямої, яка проходить через точку $A(-2, 3)$ і утворює з віссю Ox кут: а) 45º; б) 90º; в) 0º.

2.24. Яку ординату має точка C, що лежить на одній прямій з точками $A(-6, 6)$ і $B(-3, -1)$ і яка має абсцису, що дорівнює трьом?

2.25. Через точку перетину прямих $2x-5y-1=0$ і $x+4y-7=0$ провести пряму, яка ділить відрізок між точками $A(4, -3)$ і $B(-1, 2)$ у відношенні $\lambda = 2:3$.

2.26. Відомі рівняння двох сторін ромба $2x-5y-1=0$ і $2x-5y-34=0$ і рівняння однієї з його діагоналей $x+3y-6=0$. Знайти рівняння другої діагоналі.

2.27. Знайти точку E перетину висот у трикутнику ABC, якщо $A(-3, 1)$, $B(7, 5)$, $C(5, -3)$.

2.28. Записати рівняння прямих, які проходять через точку $A(-1, 1)$ під кутом 45° до прямої $2x+3y=6$.

2.29. Відомі рівняння висот ΔABC: $2x-3y+1=0$, $x+2y+1=0$ і координати його вершини $A(2, 3)$. Знайти рівняння його сторін: AB і AC.

2.30. Дано рівняння двох сторін паралелограма: $x-2y=0$; $x-y-1=0$ і точка перетину його діагоналей $M(3, -1)$. Знайти рівняння двох інших сторін.

ІЗ – 3.2

1 Скласти канонічні рівняння: а) еліпса; б) гіперболи; в) параболи.
Тут: A, B – точки, які лежать на кривій; F – фокус; a – більша (дійсна) піввісь; b – менша (уявна) піввісь; ε – ексцентриситет; k – кутовий коефіцієнт у рівнянні асимптоти гіперболи; D – директриса кривої; $2c$ – міжфокусна відстань; $x=a$ або $y=b$ – рівняння директриси

$B\bullet$	а)	б)	в)
1.1.	$a=15$; $F(-10, 0)$	$a=13$; $\varepsilon=14/13$	D; $x=-4$
1.2.	$A(3, 0)$; $B(2, \sqrt{5}/3)$	$A(-3, 4)$; $B(-5, 4\sqrt{5})$	$D: y=1$
1.3.	$\varepsilon=\sqrt{21}/5$; $A(-5, 0)$	$A(\sqrt{80}, 3)$; $B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$	$D: x=5$
1.4.	$b=2$; $F(4\sqrt{2}, 0)$	$a=7$; $\varepsilon=\sqrt{85}/7$	$D: y=-2$
1.5.	$a=11$; $\varepsilon=\sqrt{57}/11$	$k=2/3$; $C=5\sqrt{13}$	$D: x=-2$
1.6.	$b=\sqrt{15}$; $\varepsilon=\sqrt{10}/5$	$k=3/4$; $a=8$	$D: y=2$
1.7.	$a=4$; $F(3, 0)$	$A(4, -6)$; $B(6, 4\sqrt{6})$	$D: x=3$
1.8.	$b=4$; $F(9, 0)$	$b=2\sqrt{10}$; $F(-11, 0)$	$D: y=-4$
1.9.	$A(0, \sqrt{3})$; $B(\sqrt{14}/3, 1)$	$a=5$; $\varepsilon=7/5$	$D: x=-1$
1.10.	$A(4, -2)$; $B(2, \sqrt{7})$	$\varepsilon=8/7$; $A(-7, 0)$	$D: y=4$
1.11.	$a=12$; $\varepsilon=\sqrt{22}/6$	$k=4/3$; $c=5$	$D: x=4$
1.12.	$b=2$; $\varepsilon=5\sqrt{29}/29$	$A(-4, -3)$; $B(8, 9)$	$D: y=-1$

1.13.	$b=7;\ F=(5,0)$	$k=12/13;\ a=13$	$D: x=-3$
1.14.	$a=6;\ F=(-4,0)$	$b=3;\ F=(7,0)$	$D: y=3$
1.15.	$A(-\sqrt{17}/3,\ 1/3)$, $B(\sqrt{21}/2,\ 1/2)$	$a=11;\ \varepsilon=12/11$	$D: x=2$
1.16.	$\varepsilon=3/5;\ A(0,8)$	$A(\sqrt{6},0);\ B(-2\sqrt{2},1)$	$D: y=-3$
1.17.	$a=11;\ \varepsilon=10/11$	$A(8,12);\ B(-6,2\sqrt{15})$	$D: x=-5$
1.18.	$b=5;\ \varepsilon=12/13$	$k=\sqrt{11}/5;\ c=6$	$D: y=5$
1.19.	$a=9;\ F(7,0)$	$b=6;\ F(12,0)$	$D: x=1$
1.20.	$b=5;\ F(-10,0)$	$a=9;\ \varepsilon=4/3$	$D: y=-5$
1.21.	$A(0,-2);\ B(\sqrt{15}/2,1)$	$k=\sqrt{29}/14;\ c=15$	$D: x=-1/4$
1.22.	$\varepsilon=2/3;\ A(-6,0)$	$A(8,6);\ B(10,\ -3\sqrt{10})$	$D: y=1/4$
1.23.	$a=25;\ \varepsilon=3/5$	$A(\sqrt{2},0);\ B(\sqrt{20}/3,2)$	$D: x=1/2$
1.24.	$b=2\sqrt{15};\ \varepsilon=7/8$	$k=5/6;\ a=6$	$D: y=-1/3$
1.25.	$a=13;\ F(-5,0)$	$b=4;\ F(-7,0)$	$D: x=-1/2$
1.26.	$b=7;\ F(13,0)$	$A(\sqrt{32}/3,1);\ B(\sqrt{8},0)$	$D: y=1/3$
1.27.	$A(-3;0);\ B(1,\ \sqrt{40}/3)$	$A(10,\ -3\sqrt{3});\ k=3/5$	$D: x=1/3$
1.28.	$\varepsilon=5/6;\ A(0,\ -\sqrt{11})$	$b=4;\ F(-11,0)$	$D: y=-1/2$
1.29.	$a=15;\ \varepsilon=15/17$	$k=\sqrt{17}/8;\ c=9$	$D: x=-1/3$
1.30.	$b=2\sqrt{2};\ \varepsilon=7/9$	$k=\sqrt{2}/2;\ a=6$	$D: y=1/2$

2 Записати рівняння кола, яке проходить через зазначені точки і має центр у точці A. Зробити рисунок

2.1. Вершини гіперболи $12x^2-13y^2=156$, $A(0,\ -2)$.

2.2. Вершини гіперболи $4x^2-9y^2=36$, $A(0,4)$.

2.3. Фокуси гіперболи $25x^2-24y^2=600$, $A(0,\ -8)$.

2.4. $B(-2,5)$, A – вершина параболи $x^2=3y$.

2.5. Фокуси еліпса $9x^2+25y^2=225$, $A(0,6)$.

2.6. Фокуси еліпса $3x^2+4y^2=12$, A – його верхня вершина.

2.7. Фокус гіперболи $3x^2 - 4y^2 = 12$, $A(0, -3)$.

2.8. Вершини гіперболи $x^2 - 16y^2 = 64$, $A(0, -2)$.

2.9. Фокуси гіперболи $4x^2 - 5y^2 = 80$, $A(0, -4)$.

2.10. $B(1, 2)$, A − вершина параболи $y^2 = -3x$.

2.11. Фокус еліпса $33x^2 + 49y^2 = 1617$, $A(0, 7)$.

2.12. Фокус гіперболи $3x^2 - 5y^2 = 30$, $A(0, 6)$.

2.13. Фокуси еліпса $16x^2 + 41y^2 = 656$, A − його верхня частина.

2.14. Вершини гіперболи $2x^2 - 9y^2 = 18$, $A(0, 4)$.

2.15. Фокуси гіперболи $5x^2 - 11y^2 = 55$, $A(0, 5)$.

2.16. $B(1, 4)$, A − вершина параболи $x^2 = -2y$.

2.17. Фокус еліпса $3x^2 + 7y^2 = 21$, $A(-1, -3)$.

2.18. Вершина гіперболи $5x^2 - 9y^2 = 45$, $A(0, -6)$.

2.19. Фокуси еліпса $24x^2 + 25y^2 = 600$, A − його верхня вершина.

2.20. Вершина гіперболи $3x^2 - 16y^2 = 48$, $A(1, 3)$.

2.21. Фокус гіперболи $7x^2 - 9y^2 = 63$, $A(-1, -2)$.

2.22. $B(2, -5)$, A − вершина параболи $y^2 = 2x$.

2.23. Фокус еліпса $x^2 + 4y^2 = 12$, $A(2, -7)$.

2.24. Вершина гіперболи $40x^2 - 81y^2 = 3240$, $A(-2, 5)$.

2.25. Фокуси еліпса $x^2 + 10y^2 = 90$, A − його нижня вершина.

2.26. Вершина гіперболи $3x^2 - 25y^2 = 75$, $A(-5, -2)$.

2.27. Фокуси гіперболи $4x^2 - 5y^2 = 20$, $A(0, -6)$.

2.28. $B(3, 4)$, A − вершина параболи $x^2 = -4y$.

2.29. Фокус еліпса $13x^2 + 49y^2 = 637$, $A(1, 8)$.

2.30. Фокус гіперболи $57x^2 - 64y^2 = 3648$, $A(2, 8)$.

ТЕМА 4. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ В ПРОСТОРІ

ІЗ – 4

1 Маємо координати точок: A, B, C і D. Знайти:

1) довжину ребра ;
2) кут між двома ребрами;
3) кут між ребром і гранню, який воно не належить;
4) площу грані;
5) об’єм піраміди;
6) рівняння ребра;
7) рівняння грані;
8) рівняння висоти піраміди

$B\bullet$	A	B	C	D
1	(3, 1, 4)	(−1, 6, 1)	(−1, 1, 6)	(0, 4, −1)

2	(3, −1, 2)	(−1, 0, 1)	(1, 7, 3)	(8, 5, 8)
3	(3, 5, 4)	(5, 8, 3)	(1, 2, −2)	(−1, 0, 2)
4	(2, 4, 3)	(1, 1, 5)	(4, 9, 3)	(3, 6, 7)
5	(9, 5, 5)	(−3, 7, 1)	(5, 7, 8)	(6, 9, 2)
6	(0, 7, 1)	(2, −1, 5)	(1, 6, 3)	(3, −9, 8)
7	(5, 5, 4)	(1, −1, 4)	(3, 5, 1)	(5, 8, −1)
8	(6, 1, 1)	(4, 6, 6)	(4, 2, 0)	(1, 2, 6)
9	(7, 5, 3)	(9, 4, 4)	(4, 5, 7)	(7, 9, 6)
10	(6, 8, 2)	(5, 4, 7)	(2, 4, 7)	(7, 3, 7)
11	(4, 2, 5)	(0, 7, 1)	(0, 2, 7)	(1, 5, 0)
12	(4, 4, 10)	(7, 10, 2)	(2, 8, 4)	(9, 6, 9)
13	(4, 6, 5)	(6, 9, 4)	(2, 10, 10)	(7, 5, 9)
14	(3, 5, 4)	(8, 7, 4)	(5, 10, 4)	(4, 7, 8)
15	(10, 9, 6)	(2, 8, 2)	(9, 8, 9)	(7, 10, 3)
16	(1, 8, 2)	(5, 2, 6)	(5, 7, 4)	(4, 10, 9)
17	(6, 6, 5)	(4, 9, 5)	(4, 6, 11)	(6, 9, 3)
18	(7, 2, 2)	(−5, 7, −7)	(5, −3, 1)	(2, 3, 7)
19	(8, −6, 4)	(10, 5, −5)	(5, 6, 8)	(8, 10, 7)
20	(1, −1, 3)	(6, 5, 8)	(3, 5, 8)	(8, 4, 1)
21	(1, −2, 7)	(4, 2, 10)	(2, 3, 5)	(5, 3, 7)
22	(4, 2, 10)	(1, 2, 0)	(3, 5, 7)	(2, −3, 5)
23	(2, 3, 5)	(5, 3, −7)	(1, 2, 7)	(4, 2, 0)
24	(5, 3, 7)	(−2, 3, 5)	(4, 2, 10)	(1, 2, 7)
25	(4, 3, 5)	(1, 9, 7)	(0, 2, 0)	(5, 3, 10)
26	(3, 2, 5)	(4, 0, 6)	(2, 6, 5)	(6, 4, −1)
27	(2, 1, 6)	(1, 4, 9)	(2, −5, 8)	(5, 4, 2)
28	(2, 1, 7)	(3, 3, 6)	(2, −3, 9)	(1, 2, 5)
29	(2, −1, 7)	(6, 3, 1)	(3, 2, 8)	(2, −3, 7)
30	(0, 4, 5)	(3, −2, 1)	(4, 5, 6)	(3, 3, 2)

2 Розв’язати наступні задачі

2.1. Знайти величини відрізків, які відтинає по осях координат площина, що проведена через точку M (−2, 7, 3) паралельно площині $x-4y+5z-1=0$.

2.2. Скласти рівняння площини, яка проходить через середину відрізка M_1M_2, перпендикулярно до нього, якщо $M_1(1, 5, 6)$, $M_2(-1, 7, 10)$.

2.3. Знайти відстань від точки $M(2, 0, -0{,}5)$ до площини $4x-4y+2z+17=0$.

2.4. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $A(2, -3, 5)$ паралельно площині Oxy.

2.5. Скласти рівняння площини, якій належить вісь Ox і точка A (2, 5, −1).

2.6. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки $A(2, 5, -1)$, $B(-3, 1, 3)$ паралельно вісі Oy.

2.7. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $A(2, 5, -1)$ і пряму $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{2}$.

2.8. Скласти рівняння площини, яка проходить через дві паралельні прямі: $\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ і $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$.

2.9. Скласти загальне рівняння прямої, утвореної перетином площини $x-y-7z+9=0$ з площиною, яка проходить через вісь Ox і точку A (3, 2, −5).

2.10. Скласти рівняння площини «у відрізках», якщо вона проходить через точку M (6, −10, 1) і відтинає на осі Ox відрізок $a=-3$, а на вісі Oz − відрізок $c=2$.

2.11. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $A(2, 3, -4)$ паралельно двом векторам $\vec{a}=(4, 1, -1)$ і $\vec{b}=(2, -1, 2)$.

2.12. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки $A(1, 1, 0)$ і $B(2, -1, -1)$ перпендикулярно до площини $5x+2y+3z-7=0$.

2.13. Скласти рівняння площини, яка проходить через початок координат перпендикулярно до двох площин: $2x-3y+z-1=0$ і $x-y+5z+3=0$.

2.14. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки $A(3, -1, 2)$ і $B(2, 1, 4)$ паралельно вектору $\vec{a}=(5, -2, -1)$.

2.15. Скласти рівняння площини, яка проходить через початок координат перпендикулярно до вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо $A(5, -2, 3)$, $B(1, -3, 5)$.

2.16. Знайти величини відрізків, які відтинає по осях координат площина, що проведена через точку M (−2, 7, 3) паралельно площині $x-4y+5z-1=0$.

2.17. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку M (1, −1, 2), перпендикулярно відрізку M_1M_2, якщо $M_1(2, 3, -4)$, $M_2(-1, 2, -3)$.

2.18. Показати, що пряма $\frac{x}{6}=\frac{y-3}{8}=\frac{z-1}{-9}$ паралельна площині $x+3y-2z-1=0$, а пряма $\{x=t,\ y=t-2,\ z=2t+1\}$ лежить у цій площині.

2.19. Скласти загальне рівняння площини, яка проходить через точку $A(3, -4, 1)$ паралельно координатній площині Oxy.

2.20. Скласти рівняння площини, яка проходить через вісь Oy і точку M (3, −5, 2).

2.21. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки M (3, −1, 2), N (2, 1, 4) паралельно вісі Oz.

2.22. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку M (2, 3, −1), і пряму $\{x=t-3,\ y=2t+5,\ z=-3t+1\}$.

2.23. Знайти проекцію точки M (4, −3, 1) на площину $x-2y-z-15=0$.

2.24. Визначити при якому значенні B площини $x-4y+z-1=0$ і $2x+By+10z-3=0$ будуть перпендикулярні.

2.25. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку M (2, −3, −4) і відтинає на осях координат відрізки однакової величини.

2.26. При яких значеннях A і n пряма $x:3=(y-5):n=(z+5):6$ перпендикулярна до площини $Ax+2y-2z-7=0$?

2.27. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки $A(2,\ 3,\ -1)$ і $B(1,\ 1,\ 4)$ перпендикулярно до площини $x-4y+3z+2=0$.

2.28. Скласти рівняння площини, яка проходить через початок координат перпендикулярно до площин: $x+5y-z+7=0$ і $3x-y+2z-3=0$.

2.29. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки $A(2,\ 3,\ -5)$ і $B(-1,\ 1,\ -6)$ паралельно вектору $\overline{a}=(4,\ 4,\ 3)$.

2.30. З'ясувати, при якому значенні C площини $3x-5y+Cz-3=0$ і $x-3y+3z+5=0$ будуть перпендикулярні.

3 Розв'язати наступні задачі

3.1. Довести паралельність прямих

$(x-1):6=(y+2):2=z:(-1)$ і $\begin{cases} x-2y+2z-8=0, \\ x+6z-6=0 \end{cases}$.

3.2. Довести, що пряма $(x+1):2=(y+1):(-1)=(z-3):3$ паралельна площині $2x+y-z=0$, а пряма $(x-2):2=y:(-1)=(z-4):3$ лежить у цій площині.

3.3. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(1,\ -3,\ 3)$ і утворює з осями координат кути у 60°, 45° і 120° відповідно.

3.4. Довести, що пряма $(x-1):2=(y+1):3=(z-1):6$ перпендикулярна до прямої $\begin{cases} 2x+y-4z+2=0 \\ 4x-y-5z+4=0 \end{cases}$.

3.5. Скласти параметричні рівняння медіани трикутника з вершинами: $A(3,\ 6,\ -7)$, $B(-5,\ 1,\ -4)$ і $C(0,\ 2,\ 3)$, яка проведена з вершини C.

3.6. При якому значенні n пряма $(x+2):3=(y+1):n=z:1$ буде паралельна прямій $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$.

3.7. Знайти точку перетину прямої $(x-1):1=(y+1):(-2)=z:6$ з площиною $2x+3y+z-1=0$.

3.8. Знайти проекцію точки $A(3,\ 1,\ -1)$ на площину $x+2y+3z-30=0$.

3.9. При якому значенні C площини: $3x-5y+Cz-3=0$ і $x+3y+2z+5=0$ будуть перпендикулярні?

3.10. При якому значенні A площина $Ax+3y-5z+1=0$ паралельна прямій $(x-1):4=(y+2):3=z:1$?

3.11. При яких значеннях n і C пряма $(x-1):n=(y+1):4=(z-5):(-1)$ перпендикулярна площині $3x-2y+Cz+1=0$?

3.12. Скласти рівняння прямої, яка проходить через початок координат паралельно прямій $\{x = 2t + 5,\ y = -3t + 1,\ z = -7t - 4\}$.

3.13. Перевірити, чи належать точки $A(0, 0, 2)$, $B(4, 2, 5)$ і $C(12, 6, 11)$ одній прямій.

3.14. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(2, -5, 3)$ паралельно прямій $\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$.

3.15. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(2, -3, 4)$ і перпендикулярна до прямих: $(x+2):1=(y-3):(-1)=(z+1):1$ і $(x+4):2=y:1=(z-4):(-3)$.

3.16. При яких значеннях A і B площина $Ax + By + 6z - 7 = 0$ перпендикулярна до прямої $(x-2):2=(y+5):(-4)=(z+1):3$?

3.17. Показати, що пряма $x:6=(y-3):(-8)=(z-1):(-9)$ паралельна площині $x + 3y - 2z + 1 = 0$, а пряма $(x = t + 7,\ y = t - 2,\ z = 2t + 1)$ лежить у цій площині.

3.18. Скласти рівняння площини, яка проходить через вісь Oz і точку $A(-3, 1, -2)$.

3.19. Показати, що прямі $x:1=(y-1):(-2)=z:3$ і $\{3x + y - 5z + 1 = 0,\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0\}$ перпендикулярні.

3.20. При якому значенні D пряма $\begin{cases} 3x - y + 2z - 6 = 0, \\ x + 4y - z + D = 0 \end{cases}$ перетинає вісь Oz.

3.21. При якому значенні p прямі: $\{x = 2t + 5,\ y = -t + 2,\ z = pt - 7\}$ і $\begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0, \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$ паралельні?

3.22. Знайти точку перетину прямої $(x-7):5=(y-1):1=(z-5):4$ і площини $3x - y + 2z - 8 = 0$.

3.23. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $A(2, -5, 3)$ паралельно площині Oxz.

3.24. Скласти загальні рівняння прямої, утвореної перетином площини $x + 2y - z + 5 = 0$ і площини, яка проходить через вісь O_y і точку $M(5, 3, 2)$.

3.25. При яких значеннях B і D пряма $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0, \\ 3x + By + z + D = 0 \end{cases}$ лежить у площині Oxy?

3.26. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $A(2, 3, 3)$ паралельно двом векторам $\bar{a} = (-1, -3, 1)$ і $\bar{b} = (4, 1, 6)$.

3.27. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(3, 4, 5)$ паралельно вісі Ox.

3.28. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(2,\ 3,\ 1)$ перпендикулярно до прямої $(x+1):2=y:(-1)=(z-2):3$.

3.29. Скласти канонічне рівняння прямої, яка проходить через точку $A(1,\ -5,\ 3)$ перпендикулярно до прямих $x:2=(y-2):3=(z+1):(-1)$ і $\{x=3t+1,\ y=-t-25,\ z=2t+3\}$.

3.30. Знайти точку, яка симетрична точці $A(4,\ 3,\ 10)$ відносно прямої $(x-1):2=(y-2):4=(z-3):5$.

Список рекомендованих джерел:
“Вища математика”

1. Барановська Л. В. Завдання для практичних занять з “Вищої математики”: Методичний посібник / Л. В. Барановська. – К. : Європейський університет, 2003. – 62 с.
2. Бубняк Т.І. Вища математика: Навчальний посібник / Т.І. Бубняк. – Львів : Новий світ – 2000, 2007. – 436 с.
3. Бугір М.К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі: Посібник [для студ. вищ. навч. закл.] / М.К. Бугір. – К. : Академія, 1998 – 272 с.
4. Вища математика: основні означення, приклади і задачі. Навч. Посібник. У двох книгах. Книга 2 / [Васильченко У.П., Данилов В.Я., Лобаков А.У., Таран С.Ю]. – [2-е вид.]. – К. : Либідь, 1994. – 208 с.
5. Вища математика: Зб. задач у 2 ч. Ч.1. Лінійна і векторна алгебра / За заг. ред. П.П.Овчиннікова. – [2-е вид.]. – К. : Техніка, 2004. – 280 с.
6. Вища математика: Підручник / В.А. Домбровський, І.М. Крижанівський та інші; за ред. М.І. Шинкарика. – Тернопіль : В-во Карп’юка, 2003 – 480 с.
7. Вища математика: основні означення, приклади і задачі. Навч. Посібник У двох книгах. Книга 1 / [Г.Л. Кулініч, Л.О. Максименко, В.В. Плахотник, Т.Й. Призва]. – [2-е вид.]. – К. : Либідь, 1994. – 312 с.
8. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: навч. посібник / В.П. Дубовик, І.І. Юрик – К. : А.С.К., 2005. – 648 с.
9. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. Підручник / [Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Х.П. Луник, Д.В. Уханська]. – Львів : Бескид Біт, 2002. – 262 с.
10. Лунгу К.Н., Письменный Д.Г. та др. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Г. Письменный. – [3-е изд., испр. и доп.]. – М. : Айрис – пресс, 2003. – 576 с.
11. Міхайленко В.М., Федоренко Н.Д. Математичний аналіз для економістів: Навч.посібник / В.М. Міхайленко, Н.Д. Федоренко. – К. : Вид-во Європ. Ун-ту, 2002. – 298 с.
12. Рудавський Ю.К. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії / Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Д.В. Уханська. – Львів : Бескид Біт, 2002. – 256 с.
13. Шкіль М.І. Вища математика. Підручник у 3 кн.: Книга 1. Аналітична геометрія з елементами алгебри. Вступ до математичного аналізу / М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова. – К. : Либідь, 1994. – 280 с.

14. Шкіль М.І. Вища математика. Підручник у 3 кн.: Книга 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Ряди / М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова. – К. : Либідь, 1994. – 352 с.
15. Шкіль М.І. Вища математика. Підручник у 3 кн.: Книга 3. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Диференціальні рівняння / М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова. – К. : Либідь, 1994. – 352 с.

"Теорія ймовірностей"

1. Бабак В.П., Білецький А.Я. та ін. Основи теорії ймовірностей та математичної статистики. – К., 2003
2. Бубняк Т.І. Вища математика: Навчальний посібник. – Львів: "Новий світ – 2000", 2007. – 436 с.
3. Бугір М.К. Посібник з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Тернопіль, 1998. – 176 с.
4. Булига К.Б., Барановська Л.В. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. економ. спец. – К., 2000
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.
6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 1979. – 479 с.
7. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. – К.: НМК ВО, 1991. –252 с.
8. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Практикум з курсу "Теорія ймовірностей і математична статистика". – К.: КІНГ, 1991.
9. Лянце В., Чуйко Г. Вступ до нестандартної теорії ймовірностей: Тексти лекцій. – Л., 2002
10. Рабик В.М. Основи теорії ймовірностей: Навчальний посібник. – Львів: Магнолія плюс, 2006. – 176 с
11. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. – К.: Центр навч. літератури, 2004. – 448 с.
12. Турчин В.М. Теорія ймовірностей: Основні поняття, приклади, задачі: Навч.посіб. – К.: Вид-во А.С.К., 2004
13. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл./ Р.К.Чорней та ін. – К.: МАУП, 2003. – 328 с.
14. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994.