

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ВОЛИНСЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ**

Кафедра математичного аналізу та статистики

На правах рукопису

**ЄМЧИК ІВАННА АНДРІЙВНА
ФОРМУВАННЯ В УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ УМІНЬ
МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ
АЛГЕБРИ**

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Освітньо-професійна програма Середня освіта. Математика

Робота на здобуття освітнього ступеня «Магістр»

Науковий керівник:

ШВАЙ ОЛЬГА ЛЕОНІДІВНА,

кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри математичного
аналізу та статистики

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ЗАХИСТУ

Протокол № _____

засідання кафедри математичного
аналізу та статистики

від _____ 2024 року

Завідувач кафедри

ЛУЦЬК 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНOSTІ НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ.	7
1.1. Характеристика прикладного змісту і функціонального застосування математики та алгебри в шкільному курсі	7
1.2. Методичні підходи здійснення прикладної спрямованості у викладанні алгебри.	11
1.3. Поняття математичного моделювання і його роль у прикладній спрямованості навчання математики та алгебри.	15
1.4. Важливість навчальних проєктів та практичної діяльності для розвитку прикладної спрямованості навчання математики та алгебри.	22
1.5. Особливості організації системи прикладних задач у шкільному курсі алгебри.	29
РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ.	36
2.1. Особливості використання математичної моделі при вивченні цілих і раціональних виразів.	36
2.2. Роль математичної моделі у процесі вивчення лінійних і квадратних рівнянь.	41
2.3. Параметри застосування математичної моделі в ході вивчення лінійної функції та оберненої пропорційності.	46
2.4. Особливості формування навичок вирішення задач прикладного характеру в учнів основної школи.	49
ВИСНОВКИ.	59
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.	61
ДОДАТКИ.	68

ВСТУП

Актуальність дослідження формування в учнів основної школи умінь математичного моделювання в процесі навчання алгебри зумовлена сучасними освітніми тенденціями, що спрямовані на розвиток критичного мислення, аналітичних здібностей і здатності застосовувати математичні знання для розв'язання реальних завдань.

Вміння математичного моделювання є ключовою компетентністю, яка необхідна не лише для успішного вивчення алгебри, але й для інтеграції знань із різних галузей науки, техніки й економіки, що особливо важливо в умовах стрімкого розвитку технологій та інформаційного суспільства, де здатність до створення та аналізу моделей стає затребуваною навичкою.

Математичне моделювання при розв'язуванні задач є важливим інструментом для реалізації прикладного підходу в навчанні математики, оскільки воно підвищує мотивацію учнів, сприяє розвитку їхніх розумових здібностей, поглиблює розуміння математичних понять і їх взаємозв'язків, а також демонструє практичне застосування теоретичних знань у реальному житті та в інших науках. Для сучасного школяра важливо опанувати основну систему знань, умінь і навичок, що дозволить йому самостійно вирішувати завдання, пов'язані з навчанням і майбутньою професійною діяльністю.

Формування зазначених умінь у шкільному віці сприяє не лише покращенню розуміння алгебраїчних концепцій, а й розвитку у школярів здатності до абстрагування, прогнозування й прийняття обґрунтованих рішень. З огляду на те, що основна школа є базовим етапом у становленні математичної грамотності, важливо забезпечити системний підхід до навчання математичного моделювання, інтегруючи його у зміст шкільної алгебри.

У методиці навчання математики в ЗЗСО приділяється велика увага реалізації прикладного аспекту навчання (Г. П. Бевз, В. О. Швець, Л. О. Соколенко, А. В. Прус). Основні методичні підходи до навчання математичному моделюванню розроблені в роботах таких вчених, як Б. В.

Гнеденко, С. І. Шварцбурд, В. В. Фірсов, Г. М. Возняк, Л. О. Соколенко; використання інформаційних технологій для дослідження математичних моделей висвітлено в працях М. І. Жалдака, Н. В. Морзе, С. А. Ракова. Також підкреслюється важливість формування вмінь математичного моделювання у майбутніх вчителів математики (Л. Л. Панченко).

Метою роботи є дослідження ефективних підходів до формування в учнів основної школи умінь математичного моделювання в процесі навчання алгебри, а також розробка методичних рекомендацій щодо впровадження математичних моделей для покращення розуміння алгебраїчних понять і розвитку вмінь учнів застосовувати математичні моделі для вирішення реальних задач.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувати прикладний зміст та функціональне застосування математики й алгебри у шкільному курсі, визначивши їх значущість для розвитку практичних навичок учнів.

2. Дослідити методичні підходи до реалізації прикладної спрямованості у викладанні алгебри, приділяючи увагу сучасним освітнім технологіям і принципам інтеграції теорії з практикою.

3. Розкрити поняття математичного моделювання, його роль у формуванні прикладної спрямованості навчання алгебри, а також можливості розвитку в учнів умінь застосовувати математичні моделі для розв'язання задач із реального життя.

4. Обґрунтувати важливість навчальних проєктів і практичної діяльності для формування навичок математичного моделювання, аналізуючи їхній вплив на пізнавальну активність і мотивацію учнів.

5. Визначити особливості формування вмінь учнів основної школи розв'язувати прикладні задачі в процесі вивчення алгебри, зокрема цілих і раціональних виразів, рівнянь, функцій та оберненої пропорційності, та проаналізувати отримані результати.

Об'єктом дослідження є процес викладання алгебри в основній школі.

Предмет дослідження: використання системи задач з алгебри як інструменту для розвитку в учнів навичок математичного моделювання.

Методи дослідження, використані у роботі, охоплюють теоретичні, емпіричні та методичні підходи. *Теоретичні методи* включають аналіз та узагальнення наукової і методичної літератури для визначення основних підходів до формування в учнів умінь математичного моделювання. Систематизація знань та порівняння методичних концепцій дозволили виокремити ефективні способи реалізації прикладної спрямованості у викладанні алгебри.

Емпіричні методи передбачають спостереження за навчальним процесом, анкетування учнів для оцінки їхнього рівня розуміння та практичного застосування математичних моделей, а також експериментальне впровадження системи задач прикладного характеру. Аналіз отриманих результатів здійснювався за допомогою кількісних і якісних методів.

Практичні методи включають розробку та апробацію авторських навчальних завдань, проєктів і практичних робіт, які спрямовані на формування в учнів умінь розв'язувати прикладні задачі за допомогою математичного моделювання.

Практичне значення дослідження полягає у розробці системи навчальних задач прикладного характеру, спрямованих на формування в учнів умінь математичного моделювання. Використання запропонованих завдань сприяє підвищенню прикладної спрямованості навчання алгебри, формуванню стійких міжпредметних зв'язків, а також розвитку у школярів навичок застосування математичних методів для вирішення практичних завдань. Результати дослідження можуть бути використані вчителями математики основної школи для підвищення ефективності навчального процесу, а також при створенні методичних рекомендацій, навчально-методичних посібників і освітніх програм.

Наукова новизна дослідження полягає в уточненні методичних підходів до реалізації прикладної спрямованості у викладанні алгебри через

математичне моделювання. У роботі вперше систематизовано і розроблено комплекс навчальних задач, що охоплюють основні теми курсу алгебри і спрямовані на формування умінь математичного моделювання. Досліджено вплив використання математичних моделей на розвиток прикладного мислення учнів та обґрунтовано ефективність залучення навчальних проєктів і практичної діяльності для вдосконалення навичок роботи з прикладними задачами.

Структура роботи складається зі вступу, двох розділів, висновків, переліку використаної літератури і додатків. Загальний обсяг роботи включає 68 сторінок.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНOSTІ НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ

1.1. Характеристика прикладного змісту і функціонального застосування математики та алгебри в шкільному курсі

Математика, зокрема алгебра, має важливе значення у формуванні в учнів навичок практичного мислення та здатності вирішувати реальні життєві задачі. Прикладний зміст шкільного курсу алгебри спрямований на ілюстрацію можливостей застосування математичних методів у різних сферах діяльності: науці, техніці, економіці, повсякденному житті, що забезпечує формування в учнів розуміння того, як математичні моделі допомагають аналізувати ситуації, приймати обґрунтовані рішення та прогнозувати результати.

Методологічний зв'язок математики з практичною діяльністю проявляється через формування у учнів навичок, які хоча й є математичними за своєю сутністю, проте мають вагоме значення для розв'язання прикладних задач, що виникають у реальному житті. Даний зв'язок розкривається у здатності використовувати математичні методи, поняття та алгоритми для аналізу, моделювання і розв'язання проблем у різних сферах людської діяльності, таких як наука, техніка, економіка та побут. Навички роботи з числами, формулами, рівняннями, графіками й іншими математичними об'єктами забезпечують учням основу для побудови логічних висновків, прийняття обґрунтованих рішень і прогнозування результатів [32].

Прикладна спрямованість у дослідженнях ученого розглядається як одна із ключових змістових ліній шкільного курсу математики (ШКМ), яка тісно пов'язана з функціональною та іншими змістовими лініями. Такий підхід підкреслює важливість інтеграції теоретичного матеріалу з його практичним застосуванням, що сприяє розвитку цілісного уявлення про роль математики в реальному житті [32].

Ефективна реалізація прикладної спрямованості шкільного курсу математики можлива за умови виконання низки важливих умов. Серед компонентів математичної культури учня мають бути сформовані правильні уявлення про математику як науку та її практичні застосування. Учень повинен розуміти, як математичні методи можуть використовуватися для аналізу й вирішення задач у різних сферах діяльності [25].

Курс математики повинен сприяти розвитку математичної інтуїції, яка базується на усвідомленому розумінні походження математичних об'єктів та їхнього застосування в реальному світі, що дозволяє учням глибше усвідомлювати зв'язок між теоретичними концепціями й їхнім практичним значенням.

Середня освіта має забезпечувати учнів необхідними елементами математичної культури, які пов'язані із застосуванням математики до розв'язання прикладних задач, що передбачає не лише засвоєння теоретичного матеріалу, але й розвиток умінь його використання у вирішенні реальних проблем.

Поняття прикладної спрямованості навчання математики було сформульоване О. І. Матяш і Г.Д. Катеринюк, які наголосили на її багатогранності та практичному значенні. В основі цього підходу лежить ідея, що навчання математики має виходити за межі теоретичних абстракцій і активно інтегруватися у вирішення прикладних задач у різних сферах життя. Застосування математичних знань охоплює суміжні науки, професійну діяльність, сільське господарство, побут, а також соціально-економічні процеси [28].

А. О. Новікова і В. О. Швець підкреслили важливість зв'язку між прикладною і практичною спрямованістю навчання математики, які функціонують у комплексі. Прикладна спрямованість забезпечує учнів розумінням того, як математичні моделі та методи застосовуються у різних галузях науки та практики [34].

Практична спрямованість, у свою чергу, орієнтована на розвиток у школярів конкретних умінь, які необхідні для виконання реальних завдань, що стосується вирішення задач, що пов'язані з повсякденними потребами, наприклад, обчислення витрат, вимірювання площі чи об'єму, планування ресурсів тощо. Спільне функціонування цих двох спрямованостей забезпечує інтеграцію теоретичних знань із реальними життєвими ситуаціями, що сприяє формуванню у школярів стійкої мотивації до вивчення математики [34].

Л. Л. Панченко зробив важливий внесок у розуміння прикладної спрямованості навчання математики, наголосивши, що вона полягає в ретельному відборі змісту навчального матеріалу шкільного курсу математики (ШКМ), спрямованого на його практичне застосування в реальному житті, що означає, що викладання математики має бути орієнтованим не лише на засвоєння теоретичних знань, але й на розвиток у школярів умінь, які допоможуть їм ефективно застосовувати отримані знання в повсякденній діяльності, професійній сфері та різних аспектах суспільного життя [36].

Такий підхід забезпечує формування у школярів так званих позаматематичних умінь, які є прикладними за своєю сутністю, що включає здатність до аналізу й інтерпретації реальних ситуацій через математичні моделі, уміння використовувати математичні інструменти для прийняття рішень, а також навички планування й оцінки результатів діяльності [36].

Прикладна спрямованість є важливим елементом освітнього процесу, оскільки дозволяє підвищити мотивацію до вивчення математики шляхом демонстрації її корисності у реальних умовах. Крім того, вона сприяє усвідомленню учнями міжпредметних зв'язків і формує навички, які стануть у нагоді не лише в навчальній, але й у майбутній професійній діяльності.

Поняття «прикладна спрямованість навчання математики» охоплює не лише самі цілі і зміст навчання, але й включає особливості методів, організаційних форм та засобів навчання, які використовуються у процесі навчання математики. Зазначені компоненти мають бути орієнтовані на постійне розкриття взаємозв'язку між прикладним і теоретичним аспектами

математики. Прикладна спрямованість стосується застосування математичних знань для вирішення проблем, які виходять за межі чисто математичних завдань, у реальному житті чи інших науках. Водночас теоретичний аспект забезпечує систематизацію і узагальнення математичних понять, створюючи базу для їх подальшого використання в практичних цілях [19].

Прикладну спрямованість курсу математики забезпечують переважно цільовий та змістовий компоненти методичної системи навчання. Цільовий компонент визначає основні цілі і завдання навчання, орієнтуючи його на реальні життєві ситуації та потреби учнів, тоді як змістовий компонент відповідає за вибір та структуру навчальних матеріалів, які включають теоретичні знання та їх практичне застосування [19].

Прикладна спрямованість навчання шкільного курсу алгебри передбачає націленість навчального процесу на практичне застосування математичних знань і методів для вирішення реальних життєвих задач. Вона включає кілька основних аспектів: цілі, зміст, методи, організаційні форми та засоби навчання, які мають бути зорієнтовані на формування в учнів математичних умінь і навичок, необхідних для практичного застосування в повсякденному житті, професійній діяльності та науковій роботі [11].

У цьому контексті цілі навчання алгебри не обмежуються лише засвоєнням теоретичних понять і алгоритмів розв'язування рівнянь та нерівностей. Вони також включають формування уявлень про те, як ці знання можуть бути застосовані для вирішення практичних задач, що виникають у різних сферах життя. Зміст курсу алгебри, відповідно до прикладної спрямованості, має бути таким, щоб він не лише знайомив учнів з абстрактними математичними концепціями, але й показував їх взаємозв'язок із реальними проблемами, що може включати розв'язування задач, які моделюють різноманітні життєві ситуації, наприклад, планування бюджету, обчислення відсотків у банківських операціях, вимірювання та аналіз різних величин у фізичних процесах [4].

Методи і організаційні форми навчання мають бути вибрані так, щоб стимулювати учнів до активної практичної діяльності – це можуть бути проектні роботи, дослідження, групові обговорення реальних випадків, де необхідно застосувати математичні знання для розв’язання конкретних проблем. Важливими є інструменти та засоби навчання, такі як комп’ютерні програми для математичного моделювання, які дозволяють учням наочно бачити результати своїх розрахунків і експериментів [4].

Отже, прикладна спрямованість навчання алгебри забезпечує формування у школярів не лише теоретичних знань, але й практичних умінь і навичок, необхідних для ефективного вирішення задач, які вони можуть зустріти у своєму житті, професійній діяльності та науковій роботі. Вона сприяє розвитку у учнів здатності бачити і розуміти застосування математичних моделей та методів у реальному світі, що є важливим елементом їх математичної культури.

1.2. Методичні підходи здійснення прикладної спрямованості у викладанні алгебри

У результаті аналізу навчальної та науково-методичної літератури, а також досвіду викладання математики в ЗЗСО, було виявлено, що найбільш ефективними й прийнятними методами реалізації прикладної спрямованості навчання шкільного курсу математики є кілька ключових підходів, серед яких метод математичного моделювання, метод навчальних проєктів, а також використання навчальної практики і практичних робіт.

Метод математичного моделювання є важливим інструментом у реалізації прикладної спрямованості навчання математики, оскільки він дозволяє учням використовувати математичні знання для розв’язання реальних, практичних задач, які виникають поза межами абстрактних математичних понять. Суть цього методу полягає в застосуванні абстрактних математичних моделей для вирішення конкретних проблем, які можна

зустріти в таких сферах, як економіка, техніка, фізика, біологія та інших галузях науки і діяльності [17].

Математичне моделювання передбачає створення моделей реальних об'єктів або процесів з використанням математичних інструментів, таких як рівняння, функції, системи нерівностей, статистичні методи тощо.

Під час навчання математичному моделюванню учні навчаються перетворювати реальні ситуації в математичні задачі, визначати необхідні змінні і параметри, а також розробляти та використовувати відповідні математичні моделі для розв'язування цих задач, що вимагає від них розуміння, як абстрактні математичні концепти можуть бути застосовані в реальних умовах, що дозволяє глибше зрозуміти важливість і практичну значимість математики в повсякденному житті та професійній діяльності [27].

Розв'язання прикладних задач через математичне моделювання сприяє розвитку аналітичного мислення, оскільки учні повинні детально розібратися в ситуації, правильно визначити проблему, виділити головні фактори та взаємозв'язки між ними. Вони вчаться систематизувати інформацію, виділяти основні тенденції та закономірності, що дозволяє не лише отримати математичне рішення, а й зробити логічний висновок на основі отриманих даних [42].

На думку W. Blum, R. B. Ferri, математичне моделювання також розвиває вміння приймати обґрунтовані рішення, оскільки учні в процесі моделювання повинні зважати на можливі варіанти рішень і обирати найефективніший шлях для досягнення поставленої мети, враховуючи реальні обмеження і умови, що сприяє розвитку не тільки математичних навичок, але й умінь, які важливі для прийняття рішень у реальному житті, таких як критичне мислення, здатність до оцінки альтернатив і прогнозування наслідків [50].

Метод навчальних проєктів є одним із важливих підходів до реалізації прикладної спрямованості навчання математики, оскільки він дає учням можливість застосовувати свої математичні знання для вирішення реальних,

комплексних задач, які часто потребують міжпредметних знань. Даний метод дозволяє учням не лише розв'язувати конкретні математичні проблеми, але й інтегрувати отримані знання з інших дисциплін, таких як фізика, економіка, географія чи інші сфери діяльності. Проектна діяльність є ефективним засобом для формування в учнів навичок, необхідних для вирішення реальних життєвих ситуацій, а також для розвитку їхніх творчих здібностей [47].

Створення проектів передбачає вирішення актуальних проблем або розробку моделей чи продуктів, що мають практичне застосування, що може бути, наприклад, побудова математичних моделей для оптимізації виробничих процесів, розрахунок витрат енергії для певного об'єкта чи проектування математичних моделей для управління фінансами. Такий підхід дозволяє учням застосовувати свої теоретичні знання у практичній діяльності, розвиваючи вміння адаптувати отримані концепти до реальних умов і задач [16].

Метод навчальних проектів також сприяє розвитку багатьох важливих навичок. Під час роботи над проектами учні вчаться ефективно працювати в команді, що є важливим елементом при вирішенні складних міждисциплінарних задач. Вони розвивають вміння слухати і взаємодіяти з іншими, ділячись ідеями, ідеї колективно розв'язують проблему. Додатково, учні отримують досвід презентації своїх результатів, що розвиває їхні комунікативні навички, здатність чітко та зрозуміло пояснювати свою роботу аудиторії [15].

Даний метод також допомагає розвивати критичне мислення, оскільки учні повинні не лише знайти рішення, але й обґрунтувати свої вибори, оцінити можливі варіанти, аргументувати свої рішення та критично оцінювати результати. Вони вчаться шукати альтернативні шляхи розв'язання задач, а також передбачати й оцінювати можливі наслідки прийнятих рішень, що особливо важливо в умовах, коли потрібно врахувати різноманітні чинники і приймати рішення на основі обмежених ресурсів або даних [8].

Водночас проєктна діяльність дозволяє створити умови для розвитку учнівської самостійності. Вони мають можливість самостійно планувати етапи роботи, визначати пріоритети, організовувати свою діяльність, що дає їм досвід управління часом і відповідальності за результат. Така діяльність готує учнів до реального життя, де вони часто стикаються з необхідністю вирішувати складні питання, які вимагають не лише теоретичних знань, але й практичних навичок, вміння працювати в команді, мислити критично та знаходити оптимальні рішення в умовах невизначеності [8].

Використання навчальної практики та практичних робіт є важливими складовими реалізації прикладної спрямованості навчання математики, оскільки такі методи допомагають учням безпосередньо застосовувати теоретичні знання для вирішення конкретних практичних задач. Під час навчальної практики учні мають можливість працювати з математичними інструментами та методами, що дозволяє їм краще зрозуміти, як математика використовується в реальному житті і в різних сферах діяльності, таких як наука, техніка, економіка чи повсякденні ситуації [37].

Навчальна практика може включати різноманітні форми роботи, зокрема лабораторні роботи, індивідуальні та групові завдання, що допомагають учням закріпити теоретичні знання і застосувати їх у реальних умовах. Лабораторні роботи можуть бути спрямовані на дослідження математичних принципів і моделей, їх перевірку через практичні експерименти. Індивідуальні завдання зазвичай орієнтовані на самостійну роботу учнів, де вони розв'язують проблеми, що відображають реальні ситуації, а групові завдання сприяють розвитку навичок колективної роботи та обміну ідеями. Такі завдання дають учням змогу працювати з конкретними прикладами застосування математики і формують у них розуміння того, як математичні теореми, формули і методи можуть бути корисними у повсякденному житті [40].

І. В. Лов'янова зазначає, що практичні роботи, як складова частина навчальної практики, надають учням можливість активно взаємодіяти з

математичними програмами та обчислювальними пристроями. Сучасні комп'ютерні технології, спеціалізовані програмні засоби для математичних розрахунків і моделювання, а також електронні таблиці та графічні калькулятори, дозволяють учням виконувати обчислення, будувати графіки, створювати моделі для вирішення складних задач, що дає учням можливість краще зрозуміти теоретичні основи та практичне застосування математики через взаємодію з технологіями, що є важливим аспектом їхнього навчання [23].

Практичні роботи допомагають учням розвивати просторове мислення, яке необхідне для вирішення геометричних задач або для побудови моделей, що потребують візуалізації та уявлення про розміри, форми та просторові взаємозв'язки, що також сприяє розвитку логічного мислення, яке є основою для розв'язування алгебраїчних і геометричних задач, а також для формування аналітичних навичок, що важливі не лише в математиці, але й у різних сферах діяльності [23].

Завдяки використанню практичних робіт учні навчаються працювати з реальними даними, перевіряти гіпотези, будувати моделі, а також виявляти взаємозв'язки між математичними абстракціями та конкретними ситуаціями.

Отже, зазначені методи створюють умови для ефективної реалізації прикладної спрямованості навчання математики, забезпечуючи інтеграцію теоретичних знань з практичним застосуванням, що є важливим для розвитку учнів у сучасному світі.

1.3. Поняття математичного моделювання і його роль у прикладній спрямованості навчання математики та алгебри

У контексті навчання математики та алгебри математичне моделювання займає ключове місце в реалізації прикладної спрямованості навчання. Воно дозволяє учням не лише вивчати математичні теореми та методи, а й застосовувати їх до конкретних реальних ситуацій, що робить навчання більш практичним і актуальним. Завдяки цьому підходу учні не просто вивчають

абстрактні математичні поняття, але й отримують навички використання цих понять для вирішення задач, що виникають у реальному житті.

Використання моделювання в навчанні має значний вплив на розв'язання багатьох освітніх завдань, зокрема на розвиток учнів у кількох важливих аспектах. У першу чергу, моделювання активізує навчально-пізнавальну діяльність учнів. В процесі створення математичних моделей учні не лише застосовують вже набуті знання, але й поглиблюють їх, розвиваючи здатність до аналітичного мислення, що сприяє розвитку більш глибокого розуміння предмету та допомагає учням виявляти і розв'язувати нові, невідомі раніше проблеми [14].

Моделювання підвищує якість засвоєння математики – учні не просто механічно запам'ятовують формули і правила, а свідомо розуміють, як і чому ці знання працюють у реальних ситуаціях, що дозволяє їм краще засвоювати матеріал, бо вони бачать практичне застосування теоретичних знань і розуміють їх значущість у повсякденному житті [14].

Моделювання допомагає досягнути єдності теоретичних і практичних знань. Створюючи математичні моделі, учні зможуть поєднати абстрактні теоретичні поняття з реальними задачами, що виникають у різних сферах діяльності, що забезпечує розуміння того, як математичні знання можуть бути використані для вирішення практичних проблем, таких як обчислення, прогнозування, оптимізація ресурсів тощо [29].

Додатково, важливим є те, що моделювання сприяє розвитку міжпредметних зв'язків. Використання математичних моделей дозволяє учням побачити, як математика взаємодіє з іншими науками, такими як фізика, економіка, хімія, що створює передумови для більш глибокого розуміння різних дисциплін і їхнього зв'язку з реальним світом [29].

Математична модель – це наближений опис будь-якого класу явищ навколишнього світу, здійснений за допомогою математичної символіки, що означає, що математичне моделювання дозволяє перенести реальні, часто складні й багатогранні, явища в математичну форму, де вони можуть бути

проаналізовані і досліджені за допомогою математичних методів. Такі моделі дають змогу спростити реальні процеси, зберігаючи при цьому важливі аспекти, що впливають на розв'язання проблем або прогнозування результатів. Вони можуть включати рівняння, функції, нерівності та інші математичні вирази, що відображають характеристики або взаємозв'язки реальних об'єктів або явищ [46].

Математична модель може бути представлена у різних формах: відрізком, функцією, вектором, матрицею, скалярною величиною або навіть конкретним числом. Тобто, в залежності від характеру явища, яке ми хочемо описати, математична модель може набувати різних форм. Векторна модель може бути використана для опису багатовимірних явищ, функції – для опису змінних, що взаємозалежні, а матриця може застосовуватися для складніших систем, де є взаємозв'язки між багатьма елементами [46].

Дослідження Г.Я. Дутки доповнює зазначені підходи, підкреслюючи, що математична модель є наближеним описом певного явища зовнішнього світу, яке виражається за допомогою математичної символіки. Відповідно, математична модель не претендує на абсолютну точність, а слугує інструментом для спрощення реальних процесів, щоб можна було аналізувати їх, будувати прогнози та приймати обґрунтовані рішення [14].

Математичне моделювання є потужним засобом інтеграції теоретичних знань із практичними задачами. Л. І. Новицька виділяє кілька ключових аспектів цього процесу. Перш за все, моделювання передбачає заміну реальних об'єктів і явищ математичними еквівалентами, що дозволяє оперувати ними за допомогою математичних методів. Важливо також оцінити повноту початкових даних: якщо їх недостатньо, необхідно додати відсутні числові параметри. Наступним кроком є визначення ступеня точності числових значень, яка має відповідати вимогам задачі, забезпечуючи баланс між реалістичністю та простотою моделі. Завершальним етапом є перевірка можливості отримання всіх необхідних даних із практичних джерел, щоб зробити модель придатною для реального застосування [30].

Моделювання сприяє формуванню пізнавального образу об'єкта, що вивчається, допомагаючи учням рухатися від простих понять до складніших. У процесі розв'язання задач моделювання дає змогу орієнтуватися, перевіряти правильність розв'язків, виправляти помилки та пояснювати логіку обчислень. Даний метод дозволяє інтерпретувати один і той самий об'єкт через різні моделі, що вчить правильно вибирати підходящу модель для конкретної ситуації [45].

Математичне моделювання також має додаткові переваги. Воно сприяє естетичному сприйняттю математичних рішень, допомагає запам'ятовувати матеріал завдяки його активному застосуванню та забезпечує повторення і закріплення знань через багаторазову роботу з різними аспектами одного і того ж об'єкта.

А. О. Новікова у своєму дослідженні представив методику навчання учнів 7 класів математичного моделювання, яка базується на поступовому опануванні навичок побудови математичних моделей. Автор підкреслив, що ефективно формування цих навичок вимагає виконання учнями низки важливих розумових дій, спрямованих на розуміння й відображення сутності реальних процесів і явищ через математичну символіку [33].

Першим кроком є *виокремлення системи основних характеристик*, що передбачає аналіз об'єкта чи явища, яке моделюється, з метою виявлення ключових ознак, що впливають на його поведінку. Учні вчаться визначати ті параметри, які є критично важливими для побудови моделі, відокремлюючи їх від другорядних [33].

Наступним етапом є *визначення системи зв'язків моделі*. На цьому етапі учні встановлюють взаємозалежності між характеристиками, визначеними раніше, що може включати формування рівнянь, функціональних залежностей чи інших математичних відношень, які адекватно описують внутрішню структуру моделі та зв'язок між її елементами [33].

Останній крок – *знаходження системи обмежень*, що передбачає врахування реальних умов і обмежень, які впливають на функціонування

об'єкта чи явища. Учні повинні виявити і включити ці обмеження в модель, щоб зробити її практичною і відповідною до реальних ситуацій [33].

Методика, розроблена А. О. Новіковою, сприяє систематичному розвитку в учнів здатності до аналітичного мислення і абстрагування. Вона дозволяє не лише засвоїти теоретичні аспекти моделювання, а й опанувати практичні прийоми побудови математичних моделей, які знаходять застосування в різних галузях науки, техніки і повсякденного життя. Завдяки цій методиці учні набувають навичок переносу знань з теорії у практику, що є важливим елементом прикладної спрямованості навчання математики [31].

Процес формування елементів математичного моделювання в курсі алгебри та початків аналізу передбачає чітко структурований підхід, який складається з кількох етапів. Кожен із цих етапів спрямований на забезпечення поступового та глибокого засвоєння учнями навичок роботи з математичними моделями, а також їх практичного застосування.

На першому етапі виконується *структурний аналіз об'єкта* – учні розглядають об'єкт дослідження як сукупність окремих простих елементів, між якими існують певні взаємозв'язки, що допомагає систематизувати знання про об'єкт і виділити його ключові компоненти, що мають значення для подальшого моделювання [7].

Другий етап передбачає *уточнення цілі вивчення об'єкта* – учні разом із учителем визначають, яку проблему або запитання потрібно вирішити чи з'ясувати за допомогою моделі. На цьому етапі також відбувається вибір математичних засобів опису, які є найбільш відповідними для дослідження. Вибрані інструменти (рівняння, функції, графіки тощо) мають точно відповідати поставленій меті [7].

Третім етапом є *побудова математичної моделі* – учні створюють математичний опис досліджуваного об'єкта, формалізуючи його за допомогою рівнянь, нерівностей, функцій або інших математичних структур. Після побудови моделі здійснюється її формально-логічний аналіз, що

передбачає перевірку коректності моделі та відповідності реальним характеристикам об'єкта [7].

На четвертому етапі відбувається *інтерпретація результатів аналізу моделі*. Учні оцінюють, наскільки отримані результати відповідають реальній ситуації, і перевіряють практичну придатність моделі для розв'язання задачі. У разі необхідності проводиться уточнення моделі, що може включати внесення змін до структури або параметрів моделі, якщо початкові припущення або обрані математичні інструменти виявляються недостатньо точними чи ефективними [7].

А. О. Чінчой зазначає, що відповідно до етапів математичного моделювання, запропоновано різноманітні типи вправ, кожен із яких спрямований на формування конкретних навичок, необхідних для побудови та аналізу математичних моделей. Такі вправи допомагають учням поступово опанувати всі елементи моделювання, що забезпечує їхню здатність використовувати математичні знання для вирішення прикладних задач [48]:

1. *Вправи на відбір даних, потрібних для дослідження ситуації* – завдання спрямовані на навчання учнів виділяти з загальної інформації ті дані, які є важливими для аналізу певної ситуації.

2. *Вправи на відбір даних, потрібних для розв'язання задачі* – такі вправи зосереджені на подальшій конкретизації інформації, коли учням необхідно визначити саме ті дані, які будуть використані для математичних розрахунків. Вони розвивають навички логічного відбору інформації з урахуванням цілі задачі.

3. *Вправи на уточнення цілі вивчення об'єкта* – завдання дозволяють учням зрозуміти, яку саме проблему необхідно вирішити, і конкретизувати мету дослідження.

4. *Вправи на присвоєння елементам словесного опису об'єкта їх математичних еквівалентів* – тип завдань спрямований на розвиток умінь формалізувати реальні ситуації. Учні мають перетворити словесний опис

об'єкта чи ситуації на математичну мову, тобто представити їх у вигляді рівнянь, функцій, нерівностей, графіків тощо.

5. *Вправи на вибір методу дослідження побудованої моделі* – завдання цього типу допомагають учням визначати, які математичні інструменти та методи є найбільш ефективними для аналізу побудованої моделі, що може включати вибір між графічними, аналітичними чи чисельними методами.

6. *Вправи на виконання всіх компонентів моделювання* – комплексні завдання охоплюють весь процес математичного моделювання, від аналізу ситуації та формулювання задачі до побудови моделі, її аналізу та інтерпретації результатів. Такі вправи дозволяють учням інтегрувати всі раніше засвоєні навички в єдиний процес.

Зазначені типи вправ не лише сприяють розвитку математичних умінь і навичок, але й допомагають учням усвідомити зв'язок теоретичних знань із практичним застосуванням. Вони формують у школярів здатність систематизувати інформацію, проводити аналіз і синтез, а також вирішувати реальні задачі, спираючись на математичну логіку та моделі.

В. О. Швець класифікує математичні моделі за типом їх реалізації на реальні та ідеальні. Реальні моделі, такі як аналогові або натурні, відображають ключові характеристики оригіналу в його фізичній формі, наприклад, як макети чи фізичні прототипи. Ідеальні моделі є знаковими, тобто використовують умовний опис системи-оригінала через символи та операції над ними. Зазначені моделі представляють властивості елементів та зв'язки між ними за допомогою текстових, графічних або формальних конструкцій [49].

Ідеальні моделі поділяються на концептуальні (вербальні, графічні) і математичні. Серед математичних моделей виділяють аналітичні, де залежності описуються формулами, та чисельні (імітаційні), які застосовуються для розрахунків, коли аналітичне розв'язання складне. За іншими характеристиками моделі можуть бути дискретними або

неперервними, детермінованими чи стохастичними, точковими або просторовими, статичними чи динамічними [49].

Н. П. Тарнавська пропонує використовувати у шкільному курсі алгебри два основних типи моделей: допоміжні та розв'язувальні. *Допоміжні моделі* допомагають формулювати умову задачі, аналізувати її та підготувати до розв'язання – це можуть бути схеми, таблиці чи графіки. *Розв'язувальні моделі* безпосередньо використовуються для знаходження відповіді, зокрема через побудову рівнянь або систем рівнянь. Важливо, що навіть сам короткий запис задачі може розглядатися як модель, яка структурує інформацію та полегшує її аналіз [43].

Отже, на нашу думку, моделювання не лише сприяє пошуку розв'язку, а й виконує важливу функцію у формуванні аналітичного мислення та організації навчального процесу.

1.4. Важливість навчальних проєктів та практичної діяльності для розвитку прикладної спрямованості навчання математики та алгебри

Навчальні проєкти та практична діяльність мають ключове значення для розвитку прикладної спрямованості у навчанні математики та алгебри, оскільки дозволяють учням глибше зрозуміти зв'язок між математичними поняттями та реальними життєвими ситуаціями. Такі методи не лише сприяють засвоєнню теоретичних знань, а й забезпечують їх практичне застосування, формуючи компетенції, які можуть стати корисними у майбутньому професійному житті.

Метод проєктів базується на пошуковій та дослідницькій діяльності, яка має чіткі часові рамки та структуровану організацію. Його основною особливістю є акцент на самостійну активність учнів, спрямовану на вирішення проблеми або досягнення конкретної мети. Результатом цієї діяльності обов'язково стає унікальний продукт, створений учнем, який відповідає заздалегідь визначеним очікуванням [2].

У процесі проєктної діяльності учень проходить кілька етапів, кожен із яких є важливим для досягнення кінцевого результату. Перший етап включає *вибір теми та постановку завдання*. Учень або група учнів спільно з учителем визначає проблему, яка потребує вирішення, та окреслює очікуваний результат – це може бути дослідження, створення презентації, розробка моделі чи навіть практичне вирішення конкретної задачі, яка має значення для реального життя [2].

Другий етап – це *планування*, де учні складають чіткий план дій, у якому визначають, які ресурси знадобляться, які методи та інструменти будуть використовуватися, а також встановлюють часові рамки для виконання кожного кроку. Учні навчаються ефективно організовувати свій час і розподіляти завдання всередині команди, якщо проєкт виконується в групі [2].

Третій етап – це *виконання проєкту*, де учні активно займаються пошуковою діяльністю, збирають інформацію, проводять експерименти, аналізують отримані дані. У процесі вони розвивають свої дослідницькі навички, поглиблюють знання з різних предметів і вчаться використовувати ці знання для вирішення конкретних завдань [2].

Четвертий етап – *презентація результатів* – кінцевий продукт, створений учнем, може бути представлений у різних формах, залежно від мети проєкту: це може бути письмова робота, презентація, модель, графік або будь-яка інша форма, яка демонструє досягнення результату. Презентація дозволяє учням показати свою роботу, пояснити методи, які вони використовували, і продемонструвати, як вони вирішили поставлену задачу [2].

Останній етап – це *рефлексія*, де учні аналізують свій досвід, обговорюють труднощі, з якими вони стикнулися, та шляхи їх подолання, оцінюють якість отриманого продукту та власний внесок у проєкт [2].

Метод проєктів є особливо ефективним, оскільки дозволяє інтегрувати теоретичні знання з практичними вміннями, формуючи комплексні навички учнів. Він сприяє розвитку критичного мислення, уміння працювати в команді, самостійності та відповідальності. Унікальний продукт, створений у

результаті проєкту, стає не лише доказом виконаної роботи, а й мотиваційним чинником, який підсилює інтерес учнів до навчання та досягнення нових цілей [6].

Навчальний проєкт є дидактичним засобом, який залучає учнів до практичної та дослідницької діяльності, ґрунтуючись на чітко визначеному плані роботи. У процесі виконання проєкту учень інтегрує знання, отримані під час вивчення предмета, із міжпредметними знаннями та власним життєвим досвідом, що забезпечує цілісність сприйняття та застосування навчального матеріалу [15].

Проектна діяльність будується на принципах поетапного планування, яке включає визначення мети, розробку плану дій, пошук інформації, виконання завдань, створення кінцевого продукту та його презентацію. Такий підхід дозволяє учням брати активну участь у навчальному процесі, сприяючи їхньому всебічному розвитку та формуванню важливих життєвих компетенцій [39].

Метод проєктів дозволяє досягти низки ключових навчальних цілей. Перш за все, він сприяє розвитку інтелектуальних здібностей учнів, таких як мислення, уява, пам'ять, увага і мовлення. У ході виконання проєкту учні аналізують інформацію, шукають нові підходи до розв'язання проблем, ставлять питання і шукають на них відповіді, що розвиває їхнє логічне та креативне мислення [39].

Додатково, проєктна діяльність формує позитивну мотивацію до навчання. Залученість у вирішення реальних проблем, які мають практичне значення, дозволяє учням бачити результати своєї роботи та усвідомлювати користь від набутих знань, що підвищує інтерес до предмету та сприяє активному залученню до навчальної діяльності [39].

Однією з важливих складових методу проєктів є розвиток саморегуляції та самоконтролю. Учні вчаться планувати свої дії, дотримуватися визначених часових рамок, оцінювати свої досягнення та коригувати їх за необхідності,

що сприяє формуванню відповідальності та здатності до самостійного прийняття рішень.

На думку А. О. Чінчой, проекти також розвивають комунікативні здібності учнів. У процесі групової роботи вони взаємодіють із ровесниками, обговорюють завдання, висловлюють свої ідеї та аргументують їх. Важливим аспектом є також уміння презентувати свої досягнення перед аудиторією, що сприяє розвитку навичок публічних виступів [46].

Зазначається, що метод проектів демонструє зв'язок теорії з практикою. Через створення реальних продуктів або вирішення реальних задач учні бачать, як теоретичні знання застосовуються у практичних ситуаціях, що допомагає їм усвідомити значущість навчального матеріалу в контексті повсякденного життя та майбутньої професійної діяльності [46].

При навчанні математики використання різних типів навчальних проектів дозволяє розвивати в учнів не лише математичні, а й міжпредметні компетенції, сприяючи формуванню вміння працювати з інформацією, приймати рішення та співпрацювати в групі. Проекти можна класифікувати за кількома критеріями, що залежить від тривалості, форми проведення та типу діяльності.

За тривалістю проекти можуть бути [48]:

1. *Короткострокові проекти* тривають кілька уроків або один-два дні. Вони зазвичай фокусуються на вирішенні конкретної задачі або вивченні одного аспекта теми.

2. *Середньострокові проекти* тривають кілька тижнів. Вони дають учням можливість глибше зануритися в тему, поєднуючи теоретичні знання з практичною діяльністю.

3. *Довгострокові проекти* тривають кілька місяців або навіть весь навчальний рік. Вони зазвичай включають складні міжпредметні задачі і передбачають виконання комплексних досліджень або розробку великих математичних моделей.

За формою проведення проекти можуть бути [15]:

1. *Урок-проект* – це інтегрований урок, на якому учні виконують різні завдання в рамках певної теми або проблеми.

2. *Екскурсія* – це форма навчального проекту, де учні вивчають практичні аспекти математики під час відвідування наукових установ, підприємств, музеїв науки чи техніки.

3. *Виставка*, у рамках цього проекту учні можуть створювати математичні моделі, графіки, постери, презентації, що відображають певні математичні теми, і організувати виставку своїх робіт для інших учнів, вчителів та батьків.

4. *Фестиваль*, що може бути організований для презентації досягнень учнів у розв'язанні математичних задач, створенні математичних моделей чи інших видах діяльності.

5. *Відеопроєкт* – створення відео, яке пояснює математичні принципи або показує процес розв'язування математичних задач, дозволяє учням вдосконалювати навички комунікації та візуалізації ідеї, а також може слугувати корисним навчальним матеріалом для інших учнів.

За типом діяльності можна виділити такі типи проєктів [21]:

1. *Дослідницько-пошуковий проєкт* – це проєкти, в яких учні займаються дослідженням конкретної математичної проблеми, шукають нові підходи до її вирішення, проводять експерименти та аналізують отримані результати.

2. *Інформаційний проєкт* – тип проєкту фокусується на зборі та систематизації інформації. Учні можуть працювати з математичними енциклопедіями, ресурсами в Інтернеті, створюючи інформаційні матеріали або презентуючи нові математичні концепції, методи та їх застосування.

3. *Рольовий проєкт* – учні виконують ролі певних експертів або професіоналів, використовуючи свої математичні знання для вирішення проблем у різних контекстах.

4. *Творчий проєкт*, що передбачає створення оригінальних математичних об'єктів або моделей, що допомагають учням проявити свої креативні здібності.

5. *Прикладний проєкт* – це проєкти, в яких учні застосовують математичні знання для вирішення конкретних реальних задач.

Навчальна практика є важливим і обов'язковим складником сучасного освітнього процесу, що забезпечує учням можливість застосувати теоретичні знання в реальних умовах. Основною метою навчальної практики є встановлення зв'язку між навчальними предметами і реальним життям, природою та технікою, а також посилення професійної та прикладної спрямованості змісту освіти, що дозволяє учням зрозуміти, як отримані знання можуть бути використані в повсякденному житті, на роботі чи у майбутній професійній діяльності [10].

Однією з головних цілей навчальної практики є формування в учнів умінь, необхідних для життя в сучасному світі. Завдяки практичним завданням і роботі в реальних умовах, учні отримують навички, які важливі для вирішення повсякденних проблем, розвитку критичного мислення, здатності до самоосвіти і самостійного вирішення задач. Під час виконання прикладних математичних задач чи створення математичних моделей учні не тільки поглиблюють свої знання з математики, але й розвивають аналітичне мислення, вміння працювати з інформацією, робити обґрунтовані висновки [10].

Важливою перевагою навчальної практики є можливість учнів продемонструвати свої знання та навички поза межами звичайного уроку. Вона дає можливість для більш творчого підходу до вивчення матеріалу, що стимулює цікавість до предмета і дозволяє побачити його практичну цінність. Практична діяльність може включати розв'язування прикладних задач, які вимагають застосування математичних теорем чи методів для вирішення реальних проблем [12].

Під час навчальної практики учні виконують різноманітні завдання, такі як лабораторні роботи, практичні вправи, проєктні роботи, що дозволяють більш глибоко освоїти предмет та зрозуміти його зв'язок з іншими дисциплінами.

До інших важливих складових навчальної практики належать навчальні екскурсії, які дають учням змогу побачити застосування математичних знань в реальних умовах на підприємствах, в наукових установах чи в інших сферах діяльності, що сприяє розширенню світогляду учнів, дозволяючи їм побачити, як знання, отримані в школі, можуть бути використані в різних професіях і галузях [5].

Важливою частиною навчальної практики є також участь учнів у дидактичних іграх та позаурочних заходах. Такі форми діяльності допомагають закріпити знання в неформальному контексті, роблячи навчання більш інтерактивним і захоплюючим. Вони сприяють розвитку комунікативних та командних навичок, а також дають можливість учням проявити ініціативу, креативність та лідерські якості [5].

Впровадження практичних робіт у процес навчання є важливим інструментом для розвитку творчих здібностей учнів і формування у них навичок самостійної діяльності. Практичні роботи дозволяють учням застосовувати теоретичні знання на практиці, що сприяє розвитку їх аналітичного та творчого мислення [13].

Практичні роботи стимулюють пізнавальний інтерес учнів, оскільки вони бачать безпосередній зв'язок між навчанням і реальним життям. Завдяки практичній діяльності учні отримують можливість застосувати математичні теорії та методи в різних сферах: від економіки до технічних наук, що допомагає не лише поглибити знання, а й розвинути практичні навички, які будуть корисними у майбутньому [13].

Одним із важливих аспектів практичних робіт є їхня роль у розвитку світогляду учнів. Через практичну діяльність вони усвідомлюють, як математичні концепти можуть бути використані для вирішення реальних завдань, що розширює їхнє розуміння світу, дозволяючи побачити, як наука взаємодіє з повсякденним життям і різними професійними сферами. Завдяки цьому учні формують більш глибоке й всебічне розуміння предмету та його значення в сучасному світі [13].

Проте, попри всі переваги практичних робіт, вони не є основним методом у навчанні математики. Основним методом, який забезпечує прикладну спрямованість, є метод математичного моделювання – це метод, який дозволяє учням розв’язувати задачі, що виникають поза межами математики, використовуючи математичні моделі для відображення реальних явищ. Математичне моделювання дає учням змогу глибше осмислити математичні концепти, оскільки вони не тільки працюють з абстрактними формулами, але й застосовують їх для вирішення практичних завдань [38].

Отже, хоча практичні роботи є важливим і ефективним методом, що сприяє розвитку творчих здібностей та підвищенню пізнавального інтересу, метод математичного моделювання є основним інструментом для реалізації прикладної спрямованості навчання математики. Він забезпечує більш систематичне і глибоке розуміння математики, оскільки дозволяє інтегрувати теоретичні знання з практичною діяльністю в реальному житті.

1.5. Особливості організації системи прикладних задач у шкільному курсі алгебри

Організація системи прикладних задач у шкільному курсі алгебри є важливим аспектом у досягненні прикладної спрямованості навчання. Прикладні задачі допомагають учням побачити практичне застосування математичних знань, що сприяє розвитку їх аналітичного мислення, здатності до систематизації інформації та підготовки до реальних життєвих ситуацій.

Під системою задач розуміють сукупність дібраних і організованих задач, які відповідають конкретно визначеній меті і діють як єдине ціле, де взаємозв’язок між задачами зумовлює досягнення запланованого результату. Важливим є те, що задачі в такій системі повинні бути підібрані таким чином, щоб кожна наступна задачу доповнювала попередню, створюючи цілісне уявлення про математичний процес або явище [38].

Задачі, що входять до системи, повинні мати чітко визначену мету, а їх взаємодія повинна сприяти розвитку пізнавальної активності учнів,

формуванню математичних умінь та навичок. Додатково, задачі повинні бути логічно структуровані та розташовані в такій послідовності, щоб забезпечити поступове ускладнення матеріалу й поетапне освоєння учнями математичних концепцій і методів [41].

Система задач у шкільному курсі алгебри являє собою сукупність ретельно підібраних і організованих задач, що мають чітку структуру і взаємозв'язок. Всі задачі в системі повинні відповідати певним цілям навчання, що дозволяє досягти запланованих результатів. Кожна задача має виконувати свою специфічну роль у навчальному процесі, і разом вони повинні утворювати єдину логічну та навчальну цілісність. Для цього важливо, щоб задачі не тільки відповідали вимогам теоретичних основ курсу, але й забезпечували практичне застосування знань [41].

Основні критерії організації задач у системі включають відповідність дидактичним вимогам, чітку відповідність поставленим цілям і правильне місце в освітньому процесі. Задачі повинні бути ретельно підібрані, щоб забезпечити ефективне засвоєння матеріалу та розвиток відповідних математичних навичок. Важливо, щоб задачі не лише стосувалися теми, яка вивчається, але й поступово ускладнювалися, допомагаючи учням розвивати аналітичне мислення та здатність до самостійного вирішення проблем [41].

Задачі, що входять до системи, мають сприяти розвитку логічного мислення, уміння розв'язувати різноманітні типи завдань, включаючи прикладні ситуації з реального життя. Вони повинні бути інтегровані з іншими предметами і життєвими ситуаціями, що дає можливість учням побачити зв'язок між теорією і практикою. Тому задачі мають бути пов'язані з реальними умовами, такими як економічні, екологічні або технологічні аспекти, що робить їх більш значущими та корисними для учнів [20].

У роботі Г. Д. Катеринюк зазначається, що основні критерії організації системи задач включають у себе [18]:

1. *Відповідність задач дидактичним вимогам.* Кожна задача, яка входить до системи, повинна відповідати загальним вимогам дидактики, а

саме: бути зрозумілою для учнів відповідного віку та рівня підготовки, сприяти розвитку необхідних навичок та умінь. Важливо, щоб задачі були різноманітними, дозволяли працювати з різними математичними концепціями і методами, відповідали вимогам актуальності і реалістичності. Задачі повинні забезпечувати розвиток як теоретичних, так і практичних знань.

2. *Підпорядкованість задач поставленим цілям.* Кожна задача в системі має відповідати певним цілям навчання та розвитку учнів. Вона повинна бути спрямована на досягнення конкретних освітніх завдань, таких як формування певних математичних навичок, розвитку аналітичного та логічного мислення, вдосконалення вміння застосовувати математичні знання на практиці. Важливо, щоб задачі допомагали учням системно розв'язувати проблеми, поступово переходячи від простих до складніших, що дозволяє в кінцевому підсумку досягти глибокого розуміння навчального матеріалу.

3. *Доцільне місце в освітньому процесі.* Всі задачі, що складають систему, мають бути підібрані і розміщені таким чином, щоб вони органічно вписувалися у загальну структуру навчального курсу. Під час розміщення задач важливо враховувати логіку навчального процесу, тобто, щоб кожна задача була релевантною до попередніх тем, забезпечувала плавний перехід до нових знань і дозволяла зміцнити теоретичні основи.

Визначають декілька основних структурних елементів системи задач [18]:

1. *Групування задач за тематикою.* Система задач повинна включати задачі, які охоплюють різні теми курсу алгебри, зокрема рівняння, нерівності, функції, графіки, системи рівнянь, геометричні задачі, статистику тощо, що дозволяє учням краще зрозуміти взаємозв'язок між різними математичними розділами та їх використання в реальному житті.

2. *Поступове ускладнення.* Задачі повинні бути організовані так, щоб кожна наступна задача була складнішою за попередню, що дозволяє створити в учнів відчуття прогресу і підтримує інтерес до навчання. Поступове

ускладнення завдань допомагає учням розвивати не лише практичні, а й теоретичні навички, стимулюючи їх аналітичне і критичне мислення.

3. *Різноманітність типів задач.* У системі задач повинні бути представлені різні типи задач, щоб задовольнити різні навчальні потреби учнів – це можуть бути задачі на розв’язування рівнянь, задачі на застосування теорем, прикладні задачі, задачі з графіками, творчі та проблемні задачі. Таке різноманіття дозволяє учням працювати з різними математичними інструментами, розвивати універсальні навички, які будуть корисними в реальному житті.

4. *Інтеграція з реальними ситуаціями.* Для того, щоб задачі були цікавими й корисними для учнів, вони мають бути пов’язані з реальними життєвими ситуаціями.

Система прикладних задач буде ефективною, якщо вона відповідає певним методичним вимогам. Зокрема, важливо, щоб методи та прийоми розв’язування задач відповідали навчальним програмам і чинним підручникам з математики. Умови задач повинні відображати реальні виробничі ситуації, а числові дані мають бути тісно пов’язані з процесами виробництва та життєвими ситуаціями. Важливим є також те, щоб поняття і терміни, які використовуються в задачах, були знайомі та зрозумілі учням. Не менш значущим є дотримання правильної символіки, позначень та статистичних даних, що відповідають стандартам наукової літератури. Задачі та їх розв’язання повинні демонструвати, як набуті математичні знання можуть бути використані на практиці, підкреслюючи їх практичну значущість для реальних ситуацій.

Згідно з дослідженнями А. В. Прус, для ефективною реалізації прикладної спрямованості в курсі математики можна використовувати різноманітні методи та засоби. Одним із таких важливих засобів є *прикладні задачі*, які допомагають учням зрозуміти, як математичні знання можна застосовувати для розв’язування реальних проблем і ситуацій. Окрім того, важливим є використання практичних та лабораторних робіт, що дозволяють учням

безпосередньо працювати з математичними інструментами та методами, що наближені до реальних умов [37].

Іншою важливою складовою є *міжпредметні зв'язки*, що дозволяють з'єднувати математику з іншими науками, такими як фізика, економіка чи інформатика, що допомагає студентам бачити застосування математичних понять у різних контекстах. Застосування математичного моделювання в навчанні також є важливим засобом прикладної спрямованості, оскільки воно дозволяє створювати моделі реальних ситуацій та аналізувати їх за допомогою математичних методів [37].

Навчальна практика і навчальні проекти з прикладним змістом дозволяють учням застосовувати свої знання для вирішення конкретних задач, що наближаються до реальних проблем. Урахуванням педагогічних програмних засобів, зокрема для моделювання реальних ситуацій, можна посилити ефективність навчального процесу. Факультативи також відіграють важливу роль, оскільки дають можливість учням зануритися в додаткові матеріали, що розширюють їх знання й допомагають глибше зрозуміти прикладне застосування математичних методів [9].

Математична задача практичного змісту, або задача прикладного характеру, є такою, де умови задачі відображають застосування математичних методів у різних сферах діяльності – це можуть бути науки, техніка, економіка, сфера обслуговування або навіть побут, де математика використовується для вирішення реальних проблем, що виникають під час роботи чи виконання щоденних обов'язків. Математичні задачі такого типу допомагають учням побачити, як теоретичні знання застосовуються на практиці, і як вони можуть бути корисними в реальному житті [9].

У дослідженнях пропонується кілька типів задач практичного змісту, кожен з яких має своє специфічне призначення. Наприклад, однією з таких задач є *завдання на складання таблиць*, де учень отримує математичне правило (наприклад, формулу чи графік) і має заповнити таблицю,

використовуючи це правило, що дає можливість учням закріпити знання, навчаючи їх обробляти інформацію в конкретному контексті [1].

Іншим типом задач є *завдання на визначення значень величин*, що зустрічаються в практичній діяльності. У таких задачах, наприклад, потрібно обчислити певні значення, що з'являються в розрахунках, таких як числові значення алгебраїчних виразів, що дозволяє учням застосовувати математичні методи для вирішення реальних числових проблем [1].

Додатково є *задачі на застосування та обґрунтування формул*. Вони передбачають пошук походження формул і їх доведення, що дає учням змогу не тільки застосовувати готові формули, а й розуміти, як вони виникають і чому вони працюють. Такі задачі допомагають учням поглиблювати свої теоретичні знання, адже вони навчаються розв'язувати проблеми, знаходячи правильні наближення або доведення формул [1].

Важливий тип задач – це *задачі на виведення формул для опису залежностей*, що трапляються в практичних ситуаціях, де розв'язок задачі правильний лише в тому випадку, якщо мається достатньо відомостей про конкретний виробничий процес чи явище, яке необхідно математично описати, що дає можливість учням навчитися формулювати математичні моделі реальних процесів [1].

Останній тип – *задачі на побудову функцій*. У таких задачах учні повинні побудувати функцію, що відображає певні залежності в реальному житті, наприклад, економічні чи фізичні процеси, що дозволяє студентам не лише вивчати теоретичні аспекти функцій, але й застосовувати їх до реальних прикладів, що надає глибше розуміння предмету [1].

Отже, система задач у шкільному курсі алгебри має бути організована з урахуванням конкретних цілей і задач навчального процесу. Вона повинна бути логічно структурованою, поступово ускладнюватися та інтегрувати міжпредметні знання. Кожна задача має бути відповідно підібрана для досягнення запланованих результатів і повинна бути пов'язана з реальними

життєвими ситуаціями, що дозволяє учням побачити важливість математики для практичних завдань.

РОЗДІЛ 2

ПРАКТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ

2.1. Особливості використання математичної моделі при вивченні цілих і раціональних виразів

Використання математичної моделі при вивченні цілих і раціональних виразів дозволяє формалізувати підхід до їх аналізу та спрощення. Цілі вирази, такі як многочлени, і раціональні вирази, які є дробами з чисельником і знаменником у вигляді цілих виразів, стають більш зрозумілими завдяки системному розгляду їхніх властивостей. Моделювання цих виразів забезпечує ефективне вивчення операцій із ними, включаючи спрощення, розкладання на множники, знаходження спільного знаменника та перевірку тотожності.

Математична модель також дозволяє візуалізувати властивості виразів через побудову графіків, що допомагає глибше зрозуміти їхню поведінку. Наприклад, многочлени зображаються у вигляді кривих, а раціональні вирази – з урахуванням асимптот. Завдяки такій візуалізації легше аналізувати нулі функції, поведінку на нескінченності чи інші особливості. Такий підхід знаходить застосування в реальних задачах, таких як аналіз залежностей у фізиці, економіці або інших науках. Формалізація роботи з цілими і раціональними виразами сприяє розвитку логічного мислення, дозволяючи учням будувати алгоритми для розв'язання задач. Завдяки використанню сучасних технологій, таких як комп'ютерні алгебраїчні системи або графічні калькулятори, учні можуть досліджувати та вивчати математичні моделі на практиці, отримуючи більш глибокі знання та навички [24].

Отже, математична модель забезпечує систематичний і інтегрований підхід до вивчення цілих і раціональних виразів, сприяє кращому розумінню їхньої структури та застосуванню у прикладних ситуаціях.

Аналіз завдань із підручників свідчить, що більшість із них не повною мірою сприяє посиленню прикладної спрямованості навчального курсу з урахуванням ключових компетентностей. Зокрема, недостатньо уваги приділяється розвитку таких компетентностей, як знання в галузі природничих наук і технологій, ініціативність і підприємливість, соціальна й громадянська відповідальність, обізнаність і самовираження в сфері культури, а також екологічна грамотність і формування навичок здорового способу життя [24].

При створенні прикладних задач важливо враховувати наскрізні лінії, які відображають ключові компетентності. До них належать: «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека» та «Підприємливість і фінансова грамотність». Включення зазначених елементів у зміст задач дозволить зробити навчання більш практично орієнтованим і пов'язаним із реальним життям, сприяючи формуванню всебічно розвинених особистостей, здатних застосовувати знання в різних життєвих ситуаціях.

Задача 1. У рамках наскрізної лінії «Громадянська відповідальність» розглянемо задачу соціального змісту. На шкільній кухні потрібно розрахувати витрати на приготування обідів для учнів школи за місяць. Відомо, що кожен обід складається з 200 г супу, 150 г гарніру (картопля або рис), 100 г м'ясної страви, 50 г салату та 250 мл соку. Школа налічує 320 учнів, які харчуються 20 днів на місяць. На основі наведеного прайс-листа визначте витрати школи на закупівлю продуктів за місяць.

Таблиця 2.1.

Прайс-лист

Товар	Вартість
Овочі для супу (1 кг)	25 грн
Картопля (1 кг)	15 грн
Рис (1 кг)	40 грн
М'ясо (1 кг)	120 грн
Салатні овочі (1 кг)	50 грн
Сік (1 л)	25 грн

Розв'язання. Введемо позначення: n – кількість учнів (320), d – кількість днів (20). Спочатку розрахуємо масу та вартість продуктів на одного учня:

Супу потрібно $200\text{г} = 0,2\text{кг}$; $200\text{г} = 0,2\text{кг}$, його вартість: $0,2 * 25\text{грн} = 5\text{ грн}$. Гарніру потрібно $0,15\text{кг}$: якщо це картопля – $0,15 * 15\text{грн} = 2,25\text{грн}$, якщо рис – $0,15 * 40\text{грн} = 6\text{грн}$. М'ясна страва коштує $0,1\text{кг} * 120\text{грн} = 12\text{грн}$. Салат: $0,05\text{кг} * 50\text{грн} = 2,5\text{грн}$. Сік: $250\text{мл} = 0,25\text{л} * 25\text{грн} = 6,25\text{грн}$.

Сумарна вартість одного обіду: $5 + 2,25 + 12 + 2,5 + 6,25 = 28\text{грн}$ (з картоплею). $5 + 6 + 12 + 2,5 + 6,25 = 31,75\text{грн}$ (з рисом).

Загальна вартість обідів на 320 учнів за 20 днів: $28 * 320 * 20 = 179,200\text{грн}$ (з картоплею); $31,75 * 320 * 20 = 203,200\text{грн}$ (з рисом).

Відповідь. Загальні витрати школи становлять від $179,200\text{ грн}$ (з картоплею) до $203,200\text{ грн}$ (з рисом) за місяць.

Коментар до задачі. Учням можна запропонувати змінити параметри задачі для розрахунків на власний клас або для організації обідів удома, розробивши план харчування на тиждень.

Наскрізна лінія «Підприємливість і фінансова грамотність» може бути представлена через задачу, яка моделює професійну ситуацію, пов'язану з розрахунком витрат. Наприклад, розглянемо задачу, що стосується роботи друкарні.

Задача 2. На друкарні потрібно розрахувати вартість друку партії книжок обсягом 500 примірників. Для друку однієї книжки витрачається 2 фізичні аркуші, кожен з яких коштує 12 грн. Також потрібно врахувати витрати на палітурку, які становлять 15% від вартості друку фізичних аркушів для всієї партії. Заробітна плата працівників, зайнятих у процесі друку та палітурки, становить 4800 грн. Друкарня має сплатити податок у розмірі 18% від загального доходу. Розрахуйте кінцеву вартість партії книжок, якщо прибуток друкарні після всіх витрат має становити 20% від загальних витрат.

Розв'язання. Розрахунок вартості фізичних аркушів.

На одну книжку витрачається 2 аркуші по 12 грн, отже, витрати на один примірник: $2 * 12 = 24\text{грн}$. На 500 примірників: $500 * 24 = 12000\text{грн}$.

Розрахунок витрат на палітурку. Вартість палітурки становить 15% від вартості фізичних аркушів: $0,15 \cdot 12000 = 1800$ грн.

Загальні витрати на виробництво. Враховуючи заробітну плату працівників: $12000 + 1800 + 4800 = 18600$ грн.

Розрахунок податку. Податок у розмірі 18% сплачується від загального доходу. Податок становить: $0,18 \cdot 18600 = 3348$ грн.

Розрахунок прибутку. Прибуток має становити 20% від загальних витрат: $0,2 \cdot (3348 + 18600) = 4389,6$ грн.

Кінцева вартість партії книжок = $18600 + 4389,6 + 3348 = 26,337,6$ грн.

Відповідь. Кінцева вартість партії книжок становить 26,337 грн 60 коп.

Коментар до задачі. Учням можна запропонувати модифікації задачі, наприклад, змінити кількість примірників, вартість фізичних аркушів або відсоток податку. Такі задачі допомагають зрозуміти основи фінансової грамотності, включаючи обчислення витрат, податків і прибутків, та їхню роль у підприємницькій діяльності.

Для раціональних виразів ключовим є визначення допустимих значень змінних, тобто тих значень, за яких вираз має математичний сенс. Особливу увагу слід звертати на знаменник раціонального дробу, оскільки він не може дорівнювати нулю. Отже, допустимі значення змінних – це ті, за яких знаменник відмінний від нуля.

У 7 класі передбачено вивчення тотожних перетворень раціональних дробів, а також дробових і ірраціональних виразів (виразів, що містять квадратний корінь). Учні знайомляться з розширеним поняттям степеня, зокрема зі степенем із цілим від'ємним показником, і навчаються виконувати перетворення виразів, які його включають.

У 8 класі такі навички застосовуються під час розв'язання рівнянь і нерівностей, де використовуються тотожні перетворення цілих і дробових виразів. Окремо розглядається розкладання квадратного многочлена на множники, виведення відповідної формули та побудова графіка квадратичної

функції, що дозволяє учням краще зрозуміти взаємозв'язок алгебраїчних виразів і їхніх графічних зображень.

Розглянемо приклад задачі, у якій учневі потрібно самостійно створити математичну модель, використовуючи дробово-раціональний вираз.

Задача 3. Два друкарі працюють над виготовленням рекламних буклетів. Перший друкар за a хвилин друкує 150 буклетів, а другий за b хвилин друкує 200 буклетів. Скільки буклетів вони разом надрукують за 3 години роботи, якщо швидкість їхньої роботи залишається сталою?

Розв'язання. Перший друкар за 1 хвилину друкує: $150/a$ буклетів Другий друкар за 1 хвилину друкує: $200/b$ буклетів.

За 3 години роботи (тобто $3 \cdot 60 = 180$ хвилин) вони разом надрукують: $180(150/a + 200/b)$ буклетів.

Відповідь. Кількість буклетів, надрукованих за 3 години роботи обома друкарями, виражається дробово-раціональним виразом: $180(150/a + 200/b)$ буклетів.

Коментар до задачі. Учням можна запропонувати змінити умови задачі, наприклад, додати третього друкаря, або знайти час, необхідний для друку певної кількості буклетів. Такі задачі дозволяють використовувати дробово-раціональні вирази в практичному контексті, стимулюючи розвиток математичного мислення.

Задача 4. Загальний опір електричного кола, яке складається з трьох резисторів, з'єднаних паралельно, становить $R_{\text{заг}} = 2 \text{ кОм}$. Опір двох резисторів відомий: $R_1 = 4 \text{ кОм}$, $R_2 = 6 \text{ кОм}$. Визначити опір третього резистора R_3 .

Розв'язання. Математична модель для паралельного з'єднання трьох резисторів: $1/R_{\text{заг}} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$.

Перетворимо рівняння, щоб виразити R_3 : $1/R_3 = 1/R_{\text{заг}} - (1/R_1 + 1/R_2)$.

Підставляючи дані: $1/R_3 = 1/2 - (1/4 + 1/6)$.

Знайшовши значення $1/R_3$, обчислюємо R_3 .

Відповідь. Опір резистора R_3 визначається через дробово-раціональний вираз. Учням пропонується виконати розрахунки та знайти точне значення.

Коментар. Задача ілюструє застосування дробово-раціональних виразів у фізиці. Учням можна запропонувати модифікувати умову, змінюючи кількість резисторів чи їхні опори, що сприяє кращому розумінню зв'язку між математикою та реальними фізичними задачами.

2.2. Роль математичної моделі у процесі вивчення лінійних і квадратних рівнянь

Математична модель є ключовим інструментом у навчанні, що дозволяє наочно представити реальні процеси або задачі через математичні рівняння. У контексті вивчення лінійних і квадратних рівнянь, такі моделі сприяють розвитку як теоретичних знань, так і практичних навичок застосування математики для аналізу реальних ситуацій.

При вивченні лінійних рівнянь математична модель часто використовується для опису простих процесів, таких як прямі пропорційності, розподіл ресурсів чи аналіз лінійних залежностей. Наприклад, задачі на рух, витрати чи заробітну плату можуть бути описані лінійними рівняннями, що дозволяє учням зрозуміти не тільки техніку розв'язання рівняння, але й логіку побудови моделі, включаючи вибір змінних та визначення умов задачі [24].

У випадку квадратних рівнянь, математична модель відкриває можливості для опису складніших явищ, таких як фізичні процеси (наприклад, траєкторії руху тіл у полі дії сили тяжіння), економічні залежності (аналіз прибутків і витрат) або інженерні задачі (розрахунки площ чи оптимальних розмірів конструкцій). Через побудову та розв'язання квадратних рівнянь учні засвоюють принципи формалізації реальних проблем і їхньої інтерпретації в математичних термінах.

Особливе значення має використання моделей для розвитку в учнів графічного мислення. Аналіз графіків функцій, які відповідають лінійним чи квадратним рівнянням, допомагає не тільки перевірити правильність отриманих результатів, але й зрозуміти поведінку системи в цілому.

Наприклад, побудова параболи для квадратного рівняння дозволяє побачити точки екстремуму, області визначення та розв'язків [24].

Таким чином, роль математичної моделі у процесі вивчення лінійних і квадратних рівнянь є багатогранною:

- вона забезпечує зв'язок між теоретичними знаннями та їх практичним застосуванням;
- сприяє розвитку логічного, аналітичного та графічного мислення;
- формує навички формалізації та моделювання, що є важливими для розв'язання реальних проблем.

Лінійні рівняння починають вивчати вже у 5–6 класах, коли учні знайомляться з текстовими задачами, які складають значну частину курсу математики. Вони вчаться, виходячи з умови задачі, записувати відповідне рівняння, а також формулювати задачі за готовими рівняннями. У цьому контексті лінійні рівняння стають основним інструментом для розв'язування задач.

У 5-му класі рівняння вперше розглядають у темі «Натуральні числа і дії над ними». У підручниках поняття «рівняння» визначається як рівність, що містить невідоме число. Значення змінної, за якого рівняння стає правильною числовою рівністю, називається його розв'язком або коренем. У цей період учні освоюють базові прийоми роботи з рівняннями, зокрема розв'язування найпростіших задач, що описують реальні ситуації, наприклад, задач на рух, роботу чи обчислення вартості товару. Учні починають розв'язувати рівняння виду $a+x=b$, $x-a=b$, $x/a=b$, $x*a=b$, засвоюючи основні правила знаходження невідомого, що дозволяє їм поступово навчитися аналізувати структуру рівняння, планувати хід розв'язання і виконувати необхідні перетворення.

У 6-7 класах учні продовжують працювати з лінійними рівняннями, опановуючи складніші випадки, де змінна міститься в обох частинах рівняння. Вони вивчають рівносильні й тотожні перетворення, необхідні для спрощення рівнянь, і поступово вдосконалюють свої навички обчислень.

Наведемо декілька прикладів задач, що відображають досліджувану тему.

Задача 1. Під час екологічної акції «Збережемо нашу річку» волонтери займаються очищенням берегів від сміття. Кожної суботи вони збирають у середньому 30 кг скляних пляшок і 40 кг металевого брухту. За останні три прибирання було зібрано на 20 кг менше металу і на 15 кг менше скла, а також додатково вилучено 25 кг гумових шин.

Визначити, скільки тижнів знадобиться волонтерам, щоб заробити 3180 грн на сортуванні сміття, якщо приймальний пункт встановив такі тарифи:

скляні пляшки – 3 грн за 1 кг,

метал – 5 грн за 1 кг,

гумові шини – 2 грн за 1 кг.

Розв'язання.

Обчислимо дохід від одного прибирання, до та після зниження об'ємів сміття. До: $30 \cdot 3 + 40 \cdot 5 = 90 + 200 = 290$ грн. Після: $3 \cdot (15 \cdot 3 + 20 \cdot 5 + 25 \cdot 2) = 585$ грн

Запишемо рівняння для загального доходу: $290x + 585 = 3180$, де x – кількість звичайних суботніх прибирань.

Розв'яжемо рівняння: $290x = 3180 - 585, 290x = 2595, x = 2595/290 = 8,9$.

Відповідь: волонтерам знадобиться 9 суботніх прибирань.

Задача 2. Під час благодійного заходу, організованого в школі, було прийнято рішення провести лотерею. Кожен учасник лотереї повинен був сплатити певну суму за квиток, а частина цієї суми буде використана для нагороди переможцю. Організатори вирішили, що 70% від вартості квитка йде на благодійність, а решта суми буде призом для переможця. Якщо за день було продано 200 квитків і загальна сума, зібрана від учасників, склала 10 000 грн, то скільки грошей отримав переможець лотереї?

Розв'язання. Позначимо за x вартість одного квитка. Тоді, оскільки було продано 200 квитків, загальна сума зібраних грошей дорівнює $200x = 10000$ грн. Знайдемо вартість одного квитка: $x = 10000/200 = 50$ грн.

З цієї суми 70% йде на благодійність, а решта 30% становить приз для переможця. Тому сума призу буде: $0.3 \cdot 50 \cdot 200 = 0.3 \cdot 10000 = 3000$ грн.

Відповідь. Переможець лотереї отримає 3 000 грн.

Метою уроків, присвячених темі «квадратне рівняння», є формування в учнів умінь та навичок математичного моделювання. Завдання полягає не лише в тому, щоб навчити учнів вирішувати квадратні рівняння, а й у тому, щоб вони правильно виконували всі етапи побудови математичної моделі задачі, зрозуміли принципи її застосування до реальних ситуацій.

У процесі складання математичної моделі, як і під час створення інших типів моделей, важливо правильно виділяти основні, суттєві для задачі характеристики та факти, що означає, що ми повинні абстрагуватися від тих умов і аспектів, які не мають прямого впливу на розв'язок задачі. Наприклад, якщо задача стосується фізичного процесу, ми не будемо враховувати всі деталі (як-то конкретні властивості транспортних засобів чи особливості технічних механізмів), якщо вони не є необхідними для пошуку відповіді.

Переклад задачі на математичну мову передбачає, що ми будемо працювати не з конкретними об'єктами чи явищами, а з абстрактними математичними об'єктами – числами, формулами, рівняннями, геометричними фігурами, що дозволяє отримати чітке та однозначне розуміння проблеми, а також зручно застосовувати математичні методи для її вирішення. Тому важливо не тільки вирішити рівняння, але й розуміти, як правильно інтерпретувати задачу через відповідні математичні об'єкти, щоб отримати правильний результат.

Задача 3. Компанія «Архітектура Міста» отримала замовлення на розміщення великої рекламної панелі на фасаді будівлі. Площа цієї панелі становить 360 м^2 . Реклама складається з двох однакових прямокутних блоків розмірами $10 \times 15 \text{ м}$, розміщених на панелі по центру. Навколо рекламних блоків буде розташована рамка однакової ширини з усіх боків.

Знайдіть ширину рамки, якщо відомо, що площа всієї рекламної панелі дорівнює 360 м^2 .

Розв'язання. Позначимо ширину рамки через x . Ширина панелі буде $30+2x$, Висота панелі буде $10+2x$. Площа панелі дорівнює 360 м^2 , отже, рівняння для площі виглядатиме так: $360=(30+2x)(10+2x)$. Розкриємо дужки:

$$360=(30)(10)+(30)(2x)+(2x)(10)+(2x)(2x),$$

$$360=300+60x+20x+4x^2.$$

$$360=300+80x+4x^2$$

$$0=4x^2+80x+300-360,$$

$$0=4x^2+80x-60.$$

$$0 = 4x^2 + 80x - 60.$$

$$0=4x^2+80x-60.$$

Розв'яжемо квадратне рівняння за допомогою формули:

$$x^2+20x-15=0.$$

$$x=(-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 * 1 * (-15)})/2*1$$

$$x=(-20 \pm \sqrt{400 + 60})/2$$

$$x=(-20 \pm \sqrt{460})/2$$

$$x_1 = (-20+21.47)/2 \approx 0,735,$$

$$x_2 = (-20-21.47)/2 \approx -20,735.$$

Тому ширина рамки дорівнює близько $0,735 \text{ м}$.

2.3. Параметри застосування математичної моделі в ході вивчення лінійної функції та оберненої пропорційності

У процесі вивчення лінійної функції та оберненої пропорційності важливо розуміти, як математичні моделі допомагають описувати та розв'язувати реальні задачі. Ключовими аспектами застосування математичних моделей є: побудова моделей, їх інтерпретація та застосування для розв'язування практичних задач.

Лінійна функція є важливим інструментом для моделювання ситуацій, де зміна однієї величини прямо пропорційна зміні іншої. У рівнянні лінійної функції вигляді: $y=kx+b$, де:

y – залежна змінна (результат, що обчислюється),

x – незалежна змінна (вхідне значення),

k – коефіцієнт пропорційності (нахил прямої),

b – вільний член (перетин з віссю y).

Дана модель застосовується в багатьох сферах: економіці, фізиці, хімії тощо. Наприклад, лінійні функції використовуються для розрахунку вартості товару, враховуючи ціну за одиницю та додаткові витрати, чи для моделювання швидкості, де пряма залежність між часом і відстанню.

Задача 1. Якщо ціна одного товару становить 100 грн, а фіксована плата за доставку – 50 грн, то за яку суму можна придбати x одиниць товару та доставити їх до дому?

Розв'язання. Математичну модель можна записати як лінійну функцію, де: $y=100x+50$, де:

y – загальна сума, яку потрібно заплатити,

x – кількість одиниць товару.

Математичне моделювання цього завдання допомагає швидко отримати відповідь, просто підставивши значення x .

Обернена пропорційність застосовується, коли одна величина змінюється зі зростанням іншої, але їхній добуток залишається сталим. Математична модель оберненої пропорційності має вигляд: $y= k/x$, де:

y – залежна змінна,

x – незалежна змінна,

k – сталий коефіцієнт, що визначається умовами задачі.

Застосування цієї моделі корисне для опису ситуацій, де одна величина зростає, а інша зменшується, таких як швидкість, робочий час, податки, ефективність роботи тощо. Наприклад, якщо час, необхідний для виконання роботи, зменшується, коли збільшується кількість робітників, то кількість робітників і час виконання роботи будуть обернено пропорційні.

Задача 2. Щоб забезпечити належний рівень освітлення приміщення, потрібно використовувати 20 Вт освітлення на кожний квадратний метр площі

приміщення. Знайти залежність потужності освітлення від площі приміщення S . Побудувати графік отриманої залежності. Обчислити, яка потужність освітлення потрібна для приміщень площею 15 м^2 , 50 м^2 , 250 м^2 .

Розв'язання. Нехай:

x – площа приміщення в квадратних метрах,

y – потужність освітлення в ватах.

Математична модель задачі — лінійна функція:

$$y=20 \cdot x$$

Область визначення функції:

$x \geq 0$, оскільки площа не може бути від'ємною.

Розрахуємо потужність освітлення для заданих площ:

$$\text{Для } x=15\text{м}^2: y(15)=20 \cdot 15=300\text{Вт}$$

$$\text{Для } x=50\text{м}^2: y(50)=20 \cdot 50=1000\text{Вт}$$

$$\text{Для } x=250\text{м}^2: y(250)=20 \cdot 250=5000\text{Вт}$$

Графік: Побудуємо графік функції (див. рис. 2.2).

$y=20x$, враховуючи, що він є прямою лінією, яка проходить через початок координат ($x=0, y=0$) і має нахил, визначений коефіцієнтом 20.

Відповідь. Для 15 м^2 потрібно 300 Вт. Для 50 м^2 потрібно 1000 Вт. Для 250 м^2 потрібно 5000 Вт.

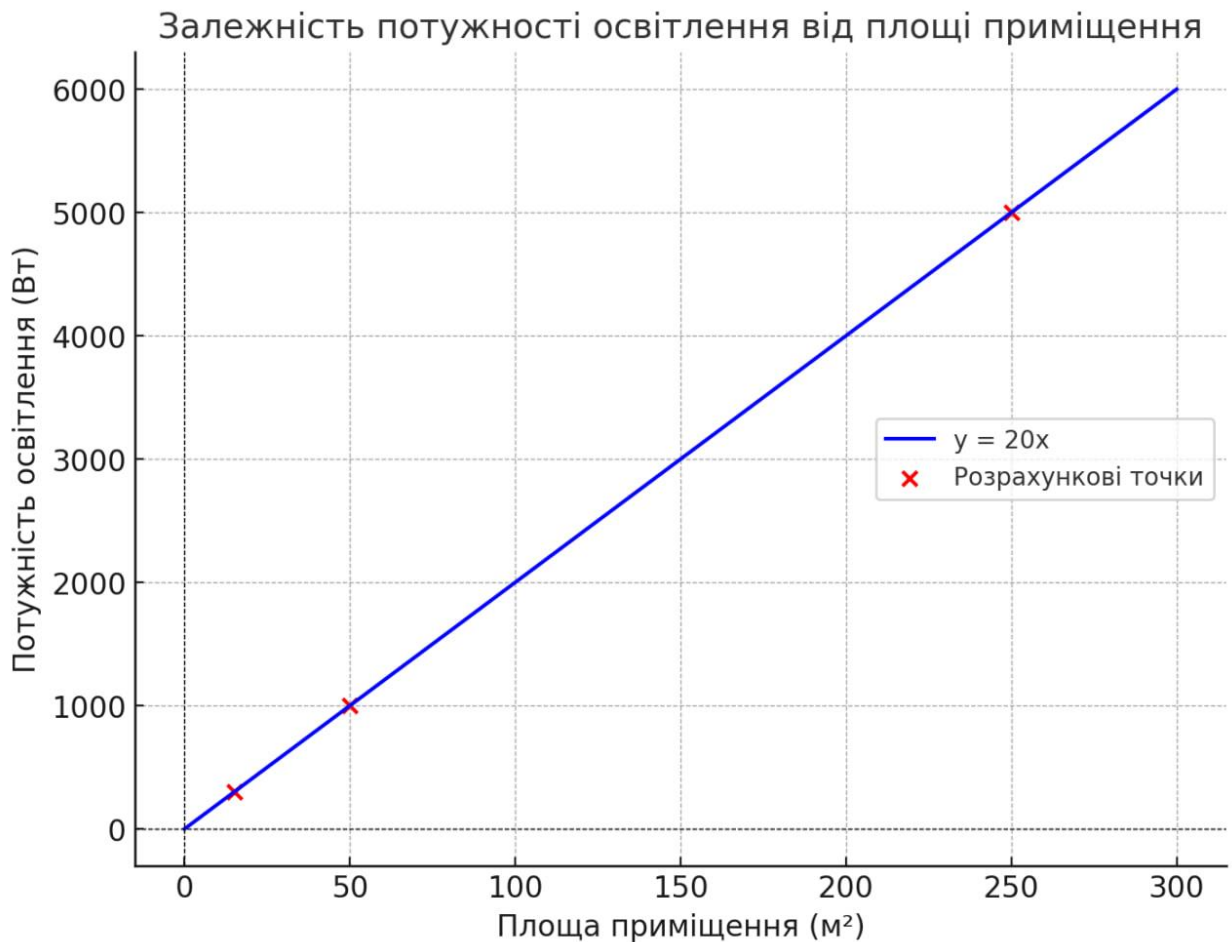


Рис. 2.2. Графік функції

Задача на обернену пропорційність. Якщо на обробку 100 одиниць продукції потрібно 5 працівників, скільки працівників потрібно, щоб обробити 200 одиниць продукції за той самий час?

Розв'язання. Використовуючи модель оберненої пропорційності, можна записати рівняння: $x_1 * y_1 = x_2 * y_2$, де:

$x_1 = 5$ (кількість працівників на 100 одиниць),

$y_1 = 100$ (кількість одиниць продукції),

$x_2 = ?$ (нове число працівників),

$y_2 = 200$ (нове число одиниць продукції).

Розв'язок дає: $5 * 100 = x_2 * 200 \Rightarrow x_2 = 500 / 200 = 2,5$

Отже, для обробки 200 одиниць продукції буде потрібно 2,5 працівники, тобто для повного виконання роботи необхідно 3 працівники.

Параметри застосування:

1. Розуміння залежностей. Вивчення лінійної функції та оберненої пропорційності допомагає учням зрозуміти, як одна величина може впливати на іншу, що є основою багатьох прикладних задач.

2. Побудова моделей. Учні вчать будувати математичні моделі для реальних задач, трансформуючи умови задачі в математичні вирази.

3. Аналіз та розв'язання задач. Важливо навчити учнів правильно інтерпретувати результати та застосовувати отримані математичні моделі для розв'язування задач.

Отже, застосування математичних моделей лінійних функцій і оберненої пропорційності дозволяє не лише вирішувати різноманітні задачі, а й розвивати в учнів аналітичне мислення та навички розв'язування проблем в реальних умовах.

2.4. Особливості формування навичок вирішення задач прикладного характеру в учнів основної школи

Формування навичок вирішення задач прикладного характеру в учнів основної школи є важливим аспектом освітнього процесу, який сприяє розвитку аналітичного мислення, творчості та здатності застосовувати знання в практичних ситуаціях.

Орієнтація на практичність знань є одним із ключових аспектів у формуванні навичок вирішення прикладних задач. Вона спрямована на те, щоб учні усвідомлювали значення теоретичних знань у реальних життєвих ситуаціях. Завдяки такому підходу навчання набуває практичної цінності, адже школярі починають розуміти, що вивчення математики, фізики чи інших предметів виходить за межі класних підручників і може застосовуватися у повсякденному житті. Наприклад, у процесі розв'язування задач із математики учні можуть навчитися розраховувати сімейний бюджет, планувати витрати, обчислювати відсотки за кредитами чи заощадженнями, а також визначати площу приміщень для ремонтних чи будівельних робіт. Такі приклади

формують у них не лише технічні вміння, але й дають змогу побачити практичну цінність освіти, що, у свою чергу, мотивує до навчання [44].

Важливим наслідком цього підходу є розвиток критичного мислення, адже для успішного розв'язання прикладної задачі необхідно не просто застосувати формулу чи правило, а й уважно проаналізувати її умови. Учень має виявити ключові аспекти задачі, абстрагуватися від другорядних деталей і зосередитися на найбільш важливих даних, що розвиває здатність до логічного аналізу та систематизації інформації. Наприклад, у задачі на фінансовий розрахунок важливо зрозуміти, які змінні впливають на результат: початкова сума, відсоткова ставка чи термін вкладення. Окрім аналізу, учень також навчається оцінювати різні шляхи вирішення, зіставляти їхню ефективність і практичність. Такий підхід формує у дітей навички прийняття рішень і вміння обґрунтовувати свій вибір, що є важливим не лише в освітньому процесі, але й у майбутньому професійному житті [44].

Проблемний підхід у навчанні акцентує увагу на активній участі учнів у процесі пізнання, орієнтуючи їх на пошук і розв'язання реальних проблем. Замість того щоб одразу отримати готові завдання з чіткими інструкціями, учні стикаються з ситуацією, яка вимагає виявлення самої проблеми, формулювання її суті, а потім – пошуку оптимального рішення. Такий підхід розвиває самостійність, креативність і здатність критично оцінювати інформацію. Завдання на оптимізацію, де потрібно визначити, як найбільш ефективно використати обмежений ресурс, не лише спонукає до розрахунків, а й вчить аналізувати умови, обирати найважливіші аспекти та оцінювати різні варіанти. Учень повинен врахувати всі можливі обмеження та знайти рішення, яке буде якнайкраще відповідати поставленій меті, що сприяє розвитку стратегічного мислення [48].

Формування практичних навичок тісно пов'язане з вирішенням прикладних задач, які часто вимагають моделювання, проведення експериментів або використання сучасних технологій. У процесі розв'язання таких задач учні набувають досвіду, що виходить за межі теоретичних знань,

засвоєних у класі. Залучення елементів моделювання дозволяє створювати реалістичні ситуації, які вчать приймати рішення в умовах, максимально наближених до життєвих. Задачі можуть включати використання програмного забезпечення для розрахунків, аналізу даних або візуалізації результатів, що дає учням змогу зрозуміти, як сучасні технології сприяють спрощенню та вдосконаленню роботи над складними завданнями. Додатково, виконання завдань на основі реальних даних, таких як статистика з відкритих джерел чи результати експериментів, робить процес навчання практично значущим. Таким чином, учні не лише опановують нові інструменти, а й розуміють їх роль у вирішенні реальних проблем, що формує у них упевненість у застосуванні знань у повсякденному житті [35].

Співпраця та командна робота є важливим аспектом у процесі розв'язання прикладних задач, адже вона дозволяє учням не лише знаходити оптимальні рішення, але й навчатися взаємодії у колективі. Коли учні працюють у групах, вони мають змогу обмінюватися ідеями, обговорювати різні підходи до вирішення проблеми та отримувати зворотний зв'язок від однолітків, що сприяє розвитку комунікативних навичок, таких як уміння чітко формулювати власну думку, вислуховувати інших і аргументовано доводити свою позицію. Окрім цього, групова робота допомагає учням зрозуміти важливість розподілу обов'язків, де кожен учасник команди відповідає за певну частину завдання. У таких умовах формується відповідальність за власний внесок у спільну справу, що готує школярів до реальних ситуацій у майбутньому, де співпраця та командний дух є ключовими для успішного виконання завдань [48].

Врахування вікових особливостей учнів основної школи є критичним фактором у виборі навчальних методів і задач. У віці 12–15 років учні демонструють підвищений інтерес до практичної діяльності, оскільки вони прагнуть бачити результати своєї роботи та розуміти, як ці результати можуть бути корисними у реальному житті. Проте їхнє абстрактне мислення ще перебуває на стадії розвитку, тому завдання мають бути сформульовані так,

щоб учні могли легко їх уявити та зрозуміти. Задачі, які використовують наочно-образні елементи, такі як діаграми, графіки чи конкретні приклади з повсякденного життя, є найбільш ефективними. Наприклад, замість абстрактного розв'язання рівнянь, можна запропонувати учням підрахувати, скільки фарби потрібно для фарбування кімнати, знаючи її розміри, що допомагає забезпечити зрозумілість завдань і підтримати інтерес до їх виконання.

Застосування інтерактивних методів навчання дозволяє зробити освітній процес більш захоплюючим і продуктивним. Методи, такі як кейс-методи, рольові ігри чи симуляції, створюють умови, у яких учні відчують себе активними учасниками процесу пізнання. Під час кейс-методів учні аналізують реальні або змодельовані ситуації, приймають рішення на основі доступних даних і обговорюють можливі наслідки своїх рішень. Рольові ігри, у свою чергу, дозволяють школярам відчувати себе в певній професійній або життєвій ролі, наприклад, менеджера, який планує бюджет компанії, або еколога, що розробляє стратегію збереження природних ресурсів. Симуляції ж створюють можливість «прожити» реальну проблему, наприклад, організувати захід чи вирішити екстрену ситуацію. Завдяки цим підходам учні не лише краще засвоюють матеріал, але й отримують практичні навички, які залишаються з ними надовго [3].

Формування самостійності в учнів є важливим етапом їхнього освітнього та особистісного розвитку. Даний процес включає поступове привчання школярів до самостійного аналізу задач, що передбачає здатність учнів зосереджуватися на суті проблеми, виявляти ключові моменти та визначати шляхи її розв'язання без значної зовнішньої допомоги. Замість того щоб одразу отримувати готові алгоритми або підказки, учні вчаться самостійно досліджувати умови задачі, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, застосовувати відповідні знання та інструменти. Такий підхід розвиває вміння концентруватися на задачі та критично осмислювати її різні аспекти [44].

Формулювання висновків є наступним кроком у процесі самостійного розв'язання задач. Учень повинен оцінити отриманий результат, зіставити його з початковими умовами та метою задачі, а також зробити висновки щодо правильності та обґрунтованості своїх дій, що вимагає не лише аналітичного мислення, але й здатності до самоконтролю, адже школяреві доводиться перевіряти свої дії, знаходити та виправляти помилки. Самостійне формулювання висновків сприяє зміцненню впевненості у власних силах, оскільки учні відчувають, що можуть досягти успіху завдяки власним знанням і зусиллям [35].

Рефлексія, як частина процесу формування самостійності, допомагає учням усвідомити не лише те, що вони зробили правильно чи неправильно, але й зрозуміти, які підходи були ефективними, а які можна покращити. Учні вчаться аналізувати свій процес мислення, оцінювати його сильні та слабкі сторони, ставити запитання: «Чому я зробив саме так?», «Що можна було зробити інакше?», «Як я можу вдосконалити свої навички?». Такий самокритичний підхід допомагає школярам стати більш усвідомленими у своїх діях і рішеннях.

Поступове формування самостійності також сприяє розвитку здатності до прийняття рішень. Замість того щоб покладатися на вчителя чи однокласників, учні навчаються самостійно обирати найбільш раціональний шлях вирішення задачі, зважувати всі «за» і «проти», оцінювати ризики та можливості, що не лише формує у них відповідальність за свої дії, але й розвиває здатність ефективно діяти у складних або невизначених ситуаціях. Уміння приймати рішення є важливим не лише у навчальному процесі, але й у повсякденному житті, адже це допомагає школярам почуватися впевненими у своїх силах та ефективно долати будь-які виклики [44].

Формування самостійності в учнів основної школи є комплексним процесом, який включає розвиток аналітичного мислення, здатності до рефлексії, впевненості у своїх силах і вміння ухвалювати обґрунтовані

рішення, що сприяє становленню відповідальної, ініціативної та самодостатньої особистості.

Акцент на розуміння математичних моделей є ключовим аспектом у розвитку математичних навичок учнів, оскільки це дозволяє не лише вирішувати конкретні задачі, а й розвивати здатність застосовувати математику для розв'язання реальних проблем. Багато учнів зосереджуються на технічних аспектах розв'язування рівнянь, не звертаючи уваги на те, як саме математична модель відображає реальну ситуацію, яку потрібно змоделювати. Саме тому важливо змінити підхід до навчання, орієнтуючи учнів на більш глибоке розуміння суті математичних моделей, а не лише на механічне застосування формул [3].

Математична модель – це не просто набір рівнянь, які потрібно вирішити, а спосіб відображення реальної ситуації за допомогою математичних понять. Кожна задача, з якою стикаються учні, пов'язана з певною реальністю, яку можна описати через величини, залежності і зв'язки між ними. Наприклад, у задачах на лінійні функції необхідно зрозуміти, як зміна однієї величини (наприклад, часу чи відстані) призводить до зміни іншої величини (наприклад, вартості або кількості товару). Якщо учень розуміє, чому саме обрана модель адекватно описує ситуацію, він краще сприйматиме сам процес вирішення задачі і зможе в майбутньому застосовувати отримані знання до інших реальних ситуацій [3].

Поглиблене розуміння математичних моделей дозволяє учням не тільки правильно складати рівняння, а й адекватно інтерпретувати умови задач. Завданням навчального процесу є допомогти учням зрозуміти, як математична модель несе в собі певну інформацію про явище, що моделюється, і чому саме ця модель є оптимальним способом відображення реальної ситуації. Тому, при розв'язуванні задач, важливо акцентувати увагу не тільки на процесі обчислень, а й на аналізі того, що означають результати, отримані з допомогою математичних моделей, а також на тому, як ці результати можна застосувати для вирішення практичних завдань [22].

Таке глибоке розуміння дає учням можливість не лише виконувати математичні операції, а й бачити, як математика взаємодіє з іншими аспектами їхнього життя, що дозволяє розвивати критичне мислення і забезпечує учнів інструментами для розв'язання складних проблем у майбутньому. У результаті, учні стають не лише вмільми користувачами математичних методів, а й здатними використовувати такі методи для вирішення реальних життєвих задач, розвиваючи практичні навички, які є важливими для їхнього майбутнього.

Інтеграція міжпредметного змісту є важливим підходом у сучасному навчальному процесі, особливо коли йдеться про викладання математики. Ідея цього підходу полягає в тому, щоб поєднувати знання з різних дисциплін та показувати учням, як математичні концепції застосовуються в реальному житті через інші предмети, такі як фізика, географія, економіка та інші. Даний підхід допомагає учням краще розуміти практичне значення математичних знань і вміння, оскільки вони бачать, як теорії і методи, вивчені в класі, можуть бути використані для вирішення проблем, що виникають у різних галузях науки та діяльності [26].

Поєднання математики з іншими предметами сприяє розвитку більш комплексного підходу до навчання. Наприклад, вивчення геометричних фігур і властивостей площ може бути пов'язане з практичними задачами з географії, де учні розраховують площі земельних ділянок або площі різних природних об'єктів, що дозволяє не лише використовувати теоретичні знання, а й показує, як ці знання допомагають у розв'язанні конкретних практичних проблем, з якими учні можуть зіткнутися в реальному житті [35].

Інтеграція математики з економікою є ще одним важливим аспектом. Економічні задачі, що включають розрахунки витрат, доходів, процентних ставок або рентабельності, часто потребують вміння вирішувати рівняння, працювати з відсотками та використовувати інші математичні інструменти. Включення таких задач в навчальний процес дозволяє учням побачити, як

математичні знання застосовуються для вирішення реальних проблем, наприклад, розрахунку бюджету чи визначення ціни на товари [35].

Таким чином, інтеграція міжпредметного змісту дозволяє розширити горизонти навчання, показати учням, як математичні концепції взаємодіють з іншими науками, і допомагає вивести їхні знання на новий рівень. Такий підхід робить навчання більш цікавим і зрозумілим, оскільки учні бачать зв'язок між теорією та практикою. У результаті вони не тільки краще засвоюють матеріал, а й розвивають критичне мислення, здатність до аналізу та застосування знань у різноманітних життєвих ситуаціях. Інтеграція різних предметів створює більш ефективне навчальне середовище, яке сприяє кращому розумінню складних концепцій і готує учнів до вирішення реальних проблем у майбутньому.

Диференціація завдань у навчальному процесі є важливим інструментом для забезпечення індивідуалізованого підходу до кожного учня, що означає, що завдання повинні бути адаптовані до різних рівнів підготовки учнів, з урахуванням їхніх здібностей, знань і темпу навчання. Такий підхід дозволяє створити комфортні умови для учнів з різним рівнем підготовки, одночасно стимулюючи розвиток кожного учня відповідно до його потенціалу.

Одним із ключових аспектів диференціації є поділ завдань на різні рівні складності. Для учнів, які мають труднощі з матеріалом, необхідно передбачити простіші завдання, що допоможуть їм засвоїти основні поняття і базові навички – це можуть бути задачі, які орієнтовані на закріплення базових принципів, зрозуміти які учням допомагає покроковий підхід до розв'язання. Такі завдання мають бути чітко структурованими та містити допоміжні етапи для виконання, що дасть змогу учням розібратися з основними концепціями, не відчуваючи перевантаження [44].

Для учнів, які досягли високих результатів, необхідно пропонувати більш складні завдання, які не тільки дозволяють їм застосовувати вже здобуті знання, але й допомагають розвивати нові навички – це можуть бути задачі, що потребують більш глибокого аналізу, застосування кількох математичних

методів одночасно або вирішення нестандартних проблем. Задачі з високим рівнем складності можуть включати розв'язання проблем на оптимізацію, роботу з моделями, що поєднують кілька математичних концепцій, чи завдання, що потребують творчого підходу. Вони дають можливість учням з високим рівнем знань і вмінь розвивати свої навички, стимулюючи їх інтерес до подальшого навчання та самостійної роботи [44].

Диференціація завдань також дозволяє мінімізувати ризик перенавантаження для учнів, які мають певні труднощі з матеріалом. Пропонування адаптованих завдань для таких учнів дає їм можливість працювати з темами на їхньому рівні, що сприяє збереженню мотивації та розвитку впевненості у власних силах.

У свою чергу, для тих учнів, які вже досягли високих результатів, варто пропонувати додаткові вправи та проєкти – це можуть бути завдання з розв'язанням реальних прикладних задач, де учням буде потрібно самостійно застосувати кілька математичних інструментів для пошуку рішення. Також можна залучати учнів до проєктної роботи, де вони можуть самостійно досліджувати певну проблему, аналізувати отримані дані та формулювати математичні моделі, що допоможе їм розвивати навички самостійного мислення і критичного підходу до вирішення завдань.

Включення в навчальний процес завдань різного рівня складності не тільки покращує результати учнів, але й створює здорову конкурентну атмосферу в класі. Кожен учень може працювати на своєму рівні, не відчуваючи себе відсталим чи перевантаженим, що позитивно впливає на його мотивацію та бажання досягати кращих результатів. Такий підхід сприяє розвитку особистісних якостей учнів, таких як самостійність, відповідальність за результати своєї роботи та здатність до самоорганізації [48].

Таким чином, диференціація завдань є необхідною умовою для створення ефективного навчального середовища, яке відповідає потребам кожного учня. Вона дозволяє максимально використовувати потенціал кожного учня, стимулюючи його розвиток і покращуючи результати навчання.

Зазначені рекомендації допоможуть підвищити рівень математичних навичок учнів, зробити процес навчання більш ефективним та відповідним до вимог реального життя.

ВИСНОВКИ

На основі проведеного теоретичного аналізу та дослідження нами сформовано наступні висновки:

1. Математика та алгебра є основою для розвитку важливих практичних навичок, таких як аналітичне мислення, здатність до побудови моделей та застосування математичних концепцій у реальних життєвих ситуаціях. Вивчення цих предметів дозволяє учням не лише опанувати базові математичні операції, а й застосовувати ці знання для розв'язування практичних задач, що важливо для подальшого розвитку як у навчанні, так і в професійній діяльності.

2. Для ефективного викладання алгебри важливо застосовувати сучасні методичні підходи, що включають інтеграцію теоретичних знань з практичними задачами. Використання інформаційних технологій, інтерактивних платформ та методів проєктної діяльності дозволяє зробити уроки більш захопливими і сприяє кращому засвоєнню матеріалу. Акцент на вирішення реальних прикладних задач, а також використання математичних моделей, дозволяє учням не лише вивчати абстрактні поняття, але й бачити їх практичну користь і застосування в повсякденному житті.

3. Математичне моделювання є потужним інструментом для розвитку прикладної спрямованості в алгебрі. Воно дає можливість учням застосовувати математичні теорії та концепції для вирішення задач з реального життя. Формування в учнів умінь будувати математичні моделі та використовувати їх для розв'язання прикладних задач сприяє розвитку аналітичних навичок, здатності до критичного мислення та підготовки до професійної діяльності, що безпосередньо впливає на їх успішність у навчанні.

4. Навчальні проєкти і практична діяльність мають вирішальне значення для формування навичок математичного моделювання. Вони активізують пізнавальну діяльність учнів, сприяють розвитку їхньої творчої активності та

мотивації до навчання. Через проєкти учні отримують можливість застосовувати теоретичні знання для вирішення реальних проблем, що підвищує їх інтерес до математики та дозволяє краще зрозуміти практичну користь від вивчення алгебри.

5. Визначення особливостей формування навичок вирішення задач прикладного характеру в учнів основної школи показало, що використання прикладних задач у процесі вивчення алгебри значно підвищує рівень навичок учнів у розв'язанні різноманітних задач. Учні, що працюють з реальними задачами, можуть більш впевнено вирішувати рівняння, функції та задачі на обернену пропорційність, демонструючи високий рівень засвоєння матеріалу та здатність до застосування математичних моделей для вирішення практичних ситуацій, що свідчить про важливість інтеграції прикладних аспектів у навчальний процес для розвитку критичного мислення і практичних навичок учнів.

Отже, проведені дослідження підтвердили важливість математичного моделювання, використання методів інтеграції теорії з практикою та залучення учнів до практичної діяльності, що значно покращує їхні математичні навички та здатність застосовувати їх у реальних життєвих ситуаціях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз В. Г. Методичні основи побудови системи задач і вправ у сучасних підручниках математики. *Науковий вісник МНУ 229 імені В. О. Сухомлинського. Педагогічні науки.* № 2 (57), травень 2017. С. 43–49.
2. Бонч-Бруєвич Г. Ф. Технічні засоби навчання з використанням інформаційних комп'ютерних технологій: навч. посіб. / Бонч-Бруєвич Г. Ф. К. : КМПУ імені Б. Д. Грінченка, 2007. 44 с.
3. Ботузова Ю., Новікова А. Інтерактивна дошка на уроках математики. *Проблеми та інновації в природничо-математичній, технологічній і професійній освіті: збірник матеріалів VI-ї Міжнародної науково-практичної онлайн-інтернет-конференції*, м. Кропивницький, 19–20 квітня 2018 р. / За відп. ред. М. І. Садового. Кропивницький: РВВ ЦДПУ ім. В. Винниченка, 2018. С. 34-36.
4. Вагіна Н. С. Навчальна практика як засіб реалізації прикладної спрямованості навчання математики в основній школі : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Бердянський державний педагогічний університет. Бердянськ, 2006. 252 с.
5. Вагіна Н. С. Навчальна практика як засіб реалізації прикладної спрямованості навчання. *Математика в школі.* 2003. № 4. С. 32-40.
6. Великодний С. І. Діагностика прийомів діяльності та дій, що входять до складу математичного моделювання. *Дидактика математики: Проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.* Донецьк : Б.в., 2005. Вип. 24: Труди міжнародної науковометодичної конференції Евристичне навчання математики. С. 162-168.
7. Великодний С.І. Математичне моделювання в основній школі. *Математика в школі.* 2005. №8. С. 21-26.
8. Великодний С.І. Математичне моделювання при розв'язуванні задач. *Математика в школі.* 2005. № 9. С. 15-20.

9. Возняк Г. М. Математика. Прикладні задачі: від теорії до практики / Г.М. Возняк. Тернопіль : Мандрівець, 2003. 136 с.
10. Возняк Г.М., Маланюк К.П. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики: Розв'язування екстремальних задач: Метод, посібник. К.: Рад. шк., 1984. 124 с.
11. Возняк Г.М., Маланюк М.П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики: Посібник для вчителя. К.: Рад. шк., 1989, 128 с.
12. Горчакова І. А. Система математичних задач як засіб формування евристичної діяльності учнів основної школи : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / І. А. Горчакова ; Донецький нац. ун-т. К., 2002. 232 с.
13. Гриб'юк О. О. Математичне моделювання як засіб екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в класах хіміко-біологічного профілю : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. Київ, 2011. 376 с
14. Дутка Г.Я. Формування вмінь студентів розв'язувати прикладні задачі при навчанні математики в коледжах економічного профілю: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. К., 1998. 233 с.
15. Ємчик І.А Навчальний проєкт як метод формування уявлень учнів про математичне моделювання. *Молода наука Волині: пріоритети та перспективи досліджень*: матеріали XVIII Міжнародної наук.-практ. конф. студ. і аспірант., м. Луцьк 14-15 трав. 2024 р./ Вежа-Друк, 2024. С.354-356. URL: <http://surl.li/dqxrjr> (дата звернення: 24.11.2024).
16. Ємчик І.А., Швай О.Л. Сучасний шкільний підручник з математики. *Матеріали науково-практичної конференції присвяченої 130-річчю від дня народження М.П. Кравчука*, Луцьк, 2022. С.85-87.
17. Катеринюк Г. Д. Здатність до математичного моделювання як ознака математичної компетентності учнів. *Моделювання у навчальному процесі: матеріали Всеукр. наук.-практ. Інтернет-конф.* (03-04 березня 2017 р.) / укладач Н.А. Головіна Луцьк: Вежа-Друк, 2017. С. 70-73.

18. Катеринюк Г. Д. Методичні аспекти формування умінь математичного моделювання в учнів гуманітаріїв. *Методичний пошук вчителя математики: зб. наук. праць за матеріалами II Всеукр. дистанц. наук.-практ. конф.*, 18 жовтня 2018 р. Міністерство освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського. Вінниця, 2018. 221с. С. 89-92.

19. Катеринюк Г. Д. Реалізація прикладної спрямованості навчання математики в спортивно-гуманітарному ліцеї. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики»*, 11-13 травня 2017 р., Київ: М. П. Драгоманова, 2017. С. 51-52.

20. Катеринюк Г. Д. Система задач з математики прикладної спрямованості для учнів спортивно-гуманітарного профілю. *Методичний пошук вчителя математики: зб. наук. праць за матеріалами I Всеукр. дистанц. наук.-практ. конф.*, 16 березня 2017 р. Міністерство освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського та ін.. Вінниця, 2017. С. 150-153.

21. Катеринюк Г.Д. Педагогічні умови формування та розвитку здатності до математичного моделювання. *«Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору»*. К.: Гнозис, 2016. С. 239-246.

22. Катеринюк Г.Д. Розвиток математичних компетентностей учнів у процесі формування здатності до математичного моделювання *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. Зб. наук. пр.* Випуск 47/редкол. Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2016. С. 63-67.

23. Лов'янова І. В. Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект : монографія / І. В. Лов'янова. Черкаси : Видавець Чабаненко Ю.А., 2014. – 354 с.

24. Логвін А. Задачі прикладного характеру у зовнішньому незалежному оцінюванні з математики. *Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С.Макаренка, 2018. Випуск 12. Том 1. С. 31.*

25. Лук'янова С. М. Про зв'язок арифметичних способів розв'язування текстових задач із систематичним курсом алгебри. *Наукові записки. М-во освіти і науки України, НПУ ім. М.П. Драгоманова. К.: НПУ, 2002. Вип. 50: Педагогічні та історичні науки. С. 131-137.*

26. Лук'янова С. М. Формування творчої особистості учня під час розв'язування текстових задач арифметичними способами. *Вісник: Збірник наукових статей Національного педагогічного університету ім. М.П. Драгоманова. Київ: НПУ, 2003. Вип. 6. С. 14-16.*

27. Матяш О., Г. Катеринюк. Формування здатності учнів до математичного моделювання в умовах позакласної роботи. *Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems. №52. 2018. С. 93-97.*

28. Матяш О.І., Катеринюк Г.Д. Методичний інструментарій формування здатності учнів до математичного моделювання. Вінниця: ТОВ «ТВОРИ», 2019. 270 с.

29. Нічуговська Л.І. Елементи математичного моделювання в шкільному курсі алгебри. *ПостМетодика, 2001. №4(36). С. 35–38.*

30. Новицька Л.І. Формування вмінь розв'язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. К., 2008. 20 с.

31. Новікова А. О. Змістова лінія тотожні перетворення в контексті прикладної спрямованості курсу алгебри. *Наукові записки . Вип. 12. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Частина 3. Кропивницький : РВВ ЦДПУ імені Володимира Винниченка, 2017. С. 37–41.*

32. Новікова А. О. Навчальний проект як засіб формування в учнів основної школи умінь математичного моделювання. *Математика в рідній школі*, 2018. № 11. С. 44–47.

33. Новікова А. О. Система задач як засіб реалізації прикладної спрямованості курсу алгебри основної школи. *Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики: до 70-річчя кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ імені М. П. Драгоманова»*, 11–13 травня 2017 р., м. Київ, Україна. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. С. 28–29.

34. Новікова А. О., Швець В. О. Система задач з теми «Нерівності» як засіб реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова*. Серія 3. Фізика і математика у вищій та середній школі. Випуск 18 : збірник наукових праць. Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. С. 170–178.

35. Ординович Т. С. Розвиток пізнавальної діяльності учнів на уроках математики. *The 12 th International scientific and practical conference Modern research in world science”(February 26-28, 2023) SPC “Sci-conf. com. ua, Lviv, Ukraine*. С. 413.

36. Панченко Л. Л. Формування вмій математичного моделювання в процесі навчання майбутніх учителів математики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. К., 2006. 260 с.

37. Прус А. В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02/ Прус Алла Володимирівна. К., 1997. 245 с.

38. Рум'янцева К. Є., Вільчинська О. М. Використання економікоматематичних моделей під час вивчення дисциплін математичного циклу «Математика для економістів». *Наукові записки*. Вип.5. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Частина 2. Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2014. С. 49–53.

39. Сафонова І. Я. Формування математичної компетентності у старшокласників. *Актуальні проблеми державного управління, педагогіки та психології*. №2. 2013. С. 397-402.
40. Семенець С. П. Задачний підхід до формування навчально-математичної діяльності та розвитку математичних здібностей учнів. *Математика в рідній школі*. №4. 2016. С. 14-18.
41. Соколенко Л. О., Філон Л. Г., Швець В. О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум. Навчальний посібник. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. 128 с.
42. Соколенко Л.О. Методика реалізації прикладної спрямованості шкільної алгебри і початків аналізу: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. К., 1998. 245 с.
43. Тарнавська Н. П., Н. Ю. Рудницька. Кооперативне навчання дітей старшого дошкільного віку і молодших школярів елементарній математиці із застосуванням методу моделювання в умовах інклюзивної освіти. *Збірник наукових праць Херсонського державного університету. Педагогічні науки*. №82 (2). 2018. С. 51-57.
44. Філімонова М. О. Формування умінь математичного моделювання в учнів основної школи в процесі навчання геометрії: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02/ Філімонова Марія Олександрівна. Київ, 2015. 256 с.
45. Чінчой А. О. , Швець В. О. Математичне моделювання як один із методів реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри. *Математика в рідній школі*, 2016. № 9. С. 27–30.
46. Чінчой А. О. Математичне моделювання як засіб здійснення міжпредметних зв'язків курсу алгебри. *Наукові записки*. Вип. 9. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Ч.1. Кіровоград : РВВ КДПУ імені Володимира Винниченка, 2016. С. 54–61
47. Чінчой А. О. Організація і проведення навчальної практики старшокласників у редакційно-видавничому центрі. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова*. Серія №

5. Педагогічні науки: Реалії та перспективи. Випуск 40: збірник наукових праць. Київ, 2013. С. 269–273.

48. Чінчой А. О. Прикладна спрямованість курсу алгебри основної школи. *Реалізація наступності в математичній освіті: Реалії та перспективи: збірник наукових праць за матеріалами Всеукраїнської науково-практичної конференції*, м. Одеса, 15–16 вересня 2016 р. Харків: Вид-во «Ранок», 2016. С. 129–131.

49. Швець В. О., Новікова А. О. Математичне моделювання в курсі алгебри під час розв'язування задач на рух. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 3. Фізика і математика у вищій та середній школі. Випуск 20: збірник наукових праць*. Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2018. С. 70–76.

50. Blum W., Ferri R. B. Mathematical modeling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*. Vol. 1, No. 1. 2009. P. 45-48. Retrieved from:

<https://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1620/1087>

ДОДАТКИ

Додаток А

Приклади задач, які можна використати для оцінки навичок математичного моделювання учнів у контексті задач прикладного характеру:

Задача на лінійну функцію: У магазині продажу фруктів ціна за 1 кг яблук становить 15 грн. Скільки грошей потрібно для покупки x кг яблук? Побудуйте математичну модель для визначення вартості покупки в залежності від кількості яблук та знайдіть, скільки потрібно заплатити за 5 кг яблук.

Задача на обернену пропорційність: Водій авто зазвичай витрачає 10 л пального для поїздки на відстань 100 км. Якщо авто поїде 200 км, скільки пального йому знадобиться, якщо витрата пального зворотно пропорційна відстані? Побудуйте математичну модель.

Задача на квадратне рівняння: Площа прямокутного саду становить 400 м², а його довжина на 10 м більша за ширину. Знайдіть розміри цього саду, використовуючи квадратне рівняння.

Задача на оптимізацію: Місце для паркування автомобіля має форму прямокутника. Довжина паркувального місця в 3 рази більша за ширину. Площа паркувального місця не повинна перевищувати 600 м². Знайдіть максимально можливу ширину місця для паркування, якщо довжина паркувального місця в 3 рази більша за ширину.

Задача на комбіновану пропорційність: Вартість ремонту комп'ютера складається з фіксованої плати за роботу майстра та плати за кожну годину роботи. Якщо за 3 години роботи майстра загальна вартість ремонту складає 150 грн, а за 5 годин — 200 грн, знайдіть фіксовану плату та плату за годину роботи.

АНОТАЦІЯ

Ємчик І.А. Формування в учнів основної школи умінь математичного моделювання у процесі навчання алгебри. Магістерська робота. Луцьк, 2024. 69 с.

У магістерській роботі проаналізовано прикладний зміст та функціональне застосування математики й алгебри у шкільному курсі; досліджено методичні підходи до реалізації прикладної спрямованості у викладанні алгебри; розкрито поняття математичного моделювання, його роль у формуванні прикладної спрямованості навчання алгебри; обґрунтовано важливість навчальних проєктів і практичної діяльності для формування навичок математичного моделювання; визначено особливості формування вмінь учнів основної школи розв'язувати прикладні задачі в процесі вивчення алгебри, зокрема цілих і раціональних виразів, рівнянь, функцій та оберненої пропорційності.

Практичне застосування полягає у розробці системи навчальних задач прикладного характеру, спрямованих на формування в учнів умінь математичного моделювання. Використання запропонованих завдань сприяє підвищенню прикладної спрямованості навчання алгебри, формуванню стійких міжпредметних зв'язків, а також розвитку у школярів навичок застосування математичних методів для вирішення практичних завдань. Результати дослідження можуть бути використані вчителями математики основної школи для підвищення ефективності навчального процесу, а також при створенні методичних рекомендацій, навчально-методичних посібників і освітніх програм.

Ключові слова: *математичне моделювання, алгебра, основна школа, проєкт, лінійна функція, рівняння.*

ANNOTATION

Yemchyk I.A. Formation of mathematical modeling skills in elementary school students in the process of learning algebra. Master's thesis. Lutsk, 2024. 69 p.

The master's thesis analyzes the applied content and functional application of mathematics and algebra in the school course; explores methodological approaches to the implementation of an applied orientation in teaching algebra; reveals the concept of mathematical modeling, its role in the formation of an applied orientation in teaching algebra; justifies the importance of educational projects and practical activities for the formation of mathematical modeling skills; identifies the features of the formation of elementary school students' skills to solve applied problems in the process of learning algebra, in particular integer and rational expressions, equations, functions and inverse proportionality.

Practical application consists in developing a system of applied educational tasks aimed at forming mathematical modeling skills in students. The use of the proposed tasks contributes to increasing the applied orientation of algebra teaching, the formation of stable intersubject connections, as well as the development of students' skills in applying mathematical methods to solve practical problems. The results of the study can be used by mathematics teachers of primary schools to increase the efficiency of the educational process, as well as in the creation of methodological recommendations, teaching aids and educational programs.

Keywords: mathematical modeling, algebra, primary school, project, linear function, equation.