

Волинський національний університет імені Лесі Українки
Факультет хімії та екології
Кафедра екології та охорони навколишнього середовища

Л. Д. Гулай, О. А. Джам

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ЯКОСТІ НАВКОЛИШНЬОГОСЕРЕДОВИЩА

Методичні вказівки до практичних робіт

**Луцьк
2024**

УДК 502.175(072)

Г 94

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Волинського національного університету імені Лесі Українки (протокол № від).

Рецензенти: Гулай О. І., д.пед.н., професор кафедри цифрових освітніх технологій Луцького національного технічного університету.

Караїм О. А., к.е.н., доцент кафедри екології та охорони навколишнього середовища Волинського національного університету імені Лесі Українки.

Гулай Л. Д., Джам О. А.

Г 94 Системний аналіз якості навколишнього середовища: методичні вказівки до практичних робіт. Л. Д. Гулай, О. А. Джам. Луцьк: Вежа-Друк, 2024. 74 с.

Дані методичні вказівки призначені для полегшення підготовки здобувачів освіти при вивченні практичних основ математичного апарату, який застосовують у процесі моніторингу екологічних систем та наочному представленні результатів досліджень в рамках силабусу освітнього компоненту «Системний аналіз якості навколишнього середовища».

Рекомендовано здобувачам освіти денної та заочної форм навчання спеціальності 101 “Екологія”.

УДК 502.175(072)

© Гулай Л. Д., Джам О. А. 2024.

© Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2024.

Зміст

	Стор.
Вступ.....	4
Практична робота №1. Тема: Первинна статистична обробка даних.....	5
Практична робота №2. Тема: Методи експертних оцінок. Розрахунок коефіцієнта конкордації.....	8
Практична робота №3. Тема: Оптимізаційні моделі.....	17
Практична робота №4. Тема: Застосування елементів теорії ігор до моделювання процесів у екологічних системах.....	22
Практична робота №5. Тема: Лінійний кореляційний аналіз.....	29
Практична робота №6. Тема: Нелінійний кореляційний аналіз.....	34
Практична робота №7. Тема: Лінійний регресійний аналіз.....	39
Практична робота №8. Тема: Нелінійний регресійний аналіз.....	45
Практична робота № 9. Тема: Кластерний аналіз.....	50
Практична робота № 10. Тема: Однофакторний дисперсійний аналіз.....	59
Практична робота № 11. Тема: Двохфакторний дисперсійний аналіз з повтореннями.....	64
Практична робота № 12. Тема: Двохфакторний дисперсійний аналіз із даними без повторень.....	67
Список використаних джерел.....	70

Вступ

Практичний курс освітнього компонента “Системний аналіз якості навколишнього середовища” охоплює інформацію щодо:

- методологічних засад системного підходу та системного аналізу; основних системних визначень;
- можливостей обчислень в системі Microsoft Excel і Statistica;
- суті інформаційно-логічного, функціонального та кореляційного (факторного) системно-екологічного аналізу;
- принципів застосування системного та діалектичного підходів у наукових екологічних і природоохоронних дослідженнях.

Дані методичні вказівки допоможуть ознайомитись з принципами:

- виконання нескладних спеціальних обчислень в системі Microsoft Excel та Statistica;
- використання на практиці методів збору та узагальнення інформації, спостереження, прогнозування, моделювання даних екологічного і геоінформаційного моніторингу навколишнього середовища;
- використання набутих знань та умінь для опису, аналізу та прогнозування стану систем довкілля в умовах обмеженої інформації;
- застосування основних положень системного аналізу при оцінці якості навколишнього середовища; виявлення системних закономірностей.

Практична робота №1

Тема: Первинна статистична обробка даних.

Мета: удосконалити вміння проводити первинну статистичну обробку експериментальних даних та визначати ступінь залежності між досліджуваними показниками якості об'єктів навколишнього середовища з використанням пакету *Microsoft Excel*.

Хід роботи:

Приклад. В результаті вимірювання концентрації нітрат-іонів (мг/дм³) у воді річки було отримано наступні експериментальні дані (x, мг/дм³):

x	4,31	4,52	4,26	4,61	4,12	4,14	4,53	4,47	4,51	4,28	4,31	4,22	4,37
---	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Етапи розрахунку:

1. Кількість значень: $n=13$.

2. Сортування значень експериментальних даних:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4,12	4,14	4,22	4,26	4,28	4,31	4,31	4,37	4,47	4,51	4,52	4,53	4,61

3. Знаходження обернених значень ($1/x_i$):

	A	B
1	x, мг/дм ³	1/x
2	4,12	0,243
3	4,14	0,242
4	4,22	0,237
5	4,26	0,235
6	4,28	0,234
7	4,31	0,232
8	4,31	0,232
9	4,37	0,229
10	4,47	0,224
11	4,51	0,222
12	4,52	0,221
13	4,53	0,221
14	4,61	0,217

4. Обчислення величин:

а) середнє арифметичне: $X = \sum \frac{x_i}{n}$. $X = 4,358$.

б) середнє гармонійне: $X_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$. $X_h = 4,352$.

в) середнє квадратичне: $X_q = \sqrt{\sum \frac{x_i^2}{n}}$. $X_q = 4,360$.

г) середнє кубічне: $X_Q = \sqrt[3]{\sum \frac{x_i^3}{n}}$. $X_Q = 4,363$.

д) медіана: 4,31.

е) мода: 4,31.

є) варіаційний розмах: $r = \max x_i - \min x_i$. $r = 0,49$.

ж) дисперсія: $D = \sum \frac{(x_i - X)^2}{n}$. $D = 0,02$.

з) середнє квадратичне відхилення: $\sigma = \sqrt{D}$. $\sigma = 0,152$.

і) коефіцієнт варіації: $C_V = \frac{\sigma \cdot 100}{\sum x_i}$. $C_V = 3,267$.

Результати обчислень представлено у вигляді таблиці (одиниці вимірювання величини x є мг/дм³):

	A	B	C	D	E	F
1	x , мг/дм ³	$1/x$	x^2	x^3	D	σ
2	4,12	0,243	16,9744	69,93453	0,056644	0,152
3	4,14	0,242	17,1396	70,95794	0,047524	
4	4,22	0,237	17,8084	75,15145	0,019044	
5	4,26	0,235	18,1476	77,30878	0,009604	
6	4,28	0,234	18,3184	78,40275	0,006084	
7	4,31	0,232	18,5761	80,06299	0,002304	
8	4,31	0,232	18,5761	80,06299	0,002304	
9	4,37	0,229	19,0969	83,45345	0,000144	
10	4,47	0,224	19,9809	89,31462	0,012544	
11	4,51	0,222	20,3401	91,73385	0,023104	
12	4,52	0,221	20,4304	92,34541	0,026244	
13	4,53	0,221	20,5209	92,95968	0,029584	
14	4,61	0,217	21,2521	97,97218	0,063504	
15	4,358	4,352	4,360327	4,362961	0,0230	

5. Результати експериментальних досліджень представлено графічно (рис.1.1.).

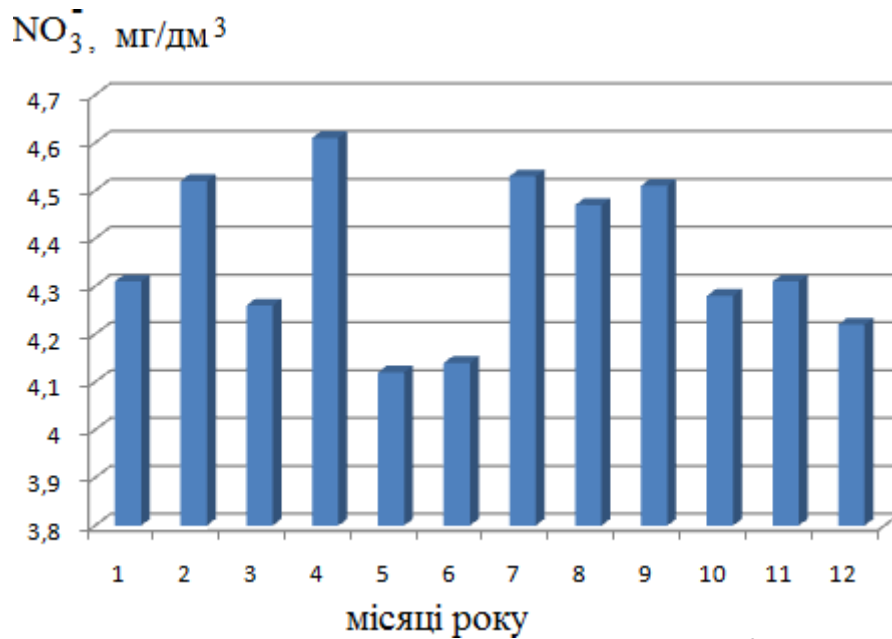


Рис.1.1. Графік зміни концентрації нітрат-іонів (мг/дм³) у воді річки впродовж року.

Завдання для індивідуальної роботи:

Провести первинну статистичну обробку даних та підрахувати статистичні характеристики даних вимірювань деяких хімічних забруднювальних речовин (ЗР) у воді відповідно до варіанту.

№ варіанту / ЗР									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
pH	Cl ⁻ , мг/дм ³	SO ₄ ²⁻ , мг/дм ³	PO ₄ ²⁻ , мг/дм ³	NO ₂ ⁻ , мг/дм ³	NO ₃ ⁻ , мг/дм ³	Ca ²⁺ , мг/дм ³	Mn ²⁺ , мг/дм ³	Fe _{заг} , мг/дм ³	БСК ₅
7,98	19,14	21,52	0,073	0,052	6,34	26,75	0,16	1,25	5,31
8,23	19,36	22,86	0,068	0,035	7,04	30,13	0,22	0,41	5,98
7,67	25,54	39,05	0,062	0,065	6,88	28,52	0,25	0,65	9,18
7,52	22,21	32,06	0,081	0,042	8,41	27,45	0,18	0,74	5,14
7,75	28,82	44,42	0,077	0,040	8,14	33,43	0,14	1,13	5,28
7,98	28,21	38,07	0,075	0,033	9,25	25,25	0,13	1,14	5,88
8,11	20,64	38,13	0,071	0,038	6,97	22,45	0,18	1,22	8,34
8,04	18,41	40,14	0,066	0,080	7,88	22,82	0,16	0,91	7,22
8,13	19,54	40,45	0,067	0,070	6,68	28,82	0,11	0,55	6,21
8,13	17,14	28,52	0,072	0,071	8,55	31,63	0,23	0,41	8,08
8,14	19,33	31,86	0,073	0,052	8,13	28,13	0,25	0,28	7,78
7,88	28,54	37,51	0,078	0,038	9,75	26,75	0,12	0,34	6,54
7,84	26,21	32,56	0,070	0,044	6,24	34,13	0,16	1,01	5,31
7,85	27,80	43,12	0,068	0,033	7,98	25,73	0,19	0,82	5,58
7,55	28,21	38,57	0,068	0,035	5,88	22,45	0,18	1,22	9,68
7,82	20,64	38,83	0,081	0,074	6,72	22,82	0,20	0,38	7,83

7,80	18,73	41,14	0,084	0,070	8,15	28,80	0,21	0,29	5,37
------	-------	-------	-------	-------	------	-------	------	------	------

Питання для самоконтролю:

1. Передумови та необхідність виникнення системного підходу. Ознаки системного підходу.
2. Принципи системного підходу. Цілі і завдання курсу.
3. Задачі системного аналізу в екології. Застосування системного аналізу до екологічних систем.
4. Основні терміни і визначення системного аналізу: системний аналіз, складна система, надсистема, нечітко поставлені цілі, тощо.
5. Поняття системи. Класифікація систем за різними ознаками.
6. Властивості систем. Елементи системи. Ознаки складної системи.
7. Система і проблема. Система і середовище.
8. Методологія системного дослідження, орієнтована на дослідження існуючих систем та виявлення проблем.
9. Характерні особливості системного аналізу та його основні етапи.
10. Основні статистичні показники.

Практична робота №2

Тема: Методи експертних оцінок. Розрахунок коефіцієнта конкордації

Мета: удосконалити вміння формувати експертну групу; використовувати методи експертних оцінок для вирішення екологічних проблем різного масштабу: регіонального (райони, області), державного (країни) та глобального (світ).

Хід роботи:

Приклад. Використовуючи метод Дельфі необхідно вирішити проблему регіонального масштабу, яка стосується несанкціонованої, надмірної та неконтрольованої вирубки лісів у Закарпатській області.

Для дослідження даної проблеми сформовано групу експертів із 15 осіб, компетентних в цій області. Кожному з них надіслано анкету з коротким описом проблеми та анкетною для ранжування шляхів її вирішення (табл. 2.1.).

Короткий опис проблеми:

Ліси – це головне природне багатство Закарпатського краю, адже вони займають близько половини всієї території області. За площею лісового фонду Закарпаття входить до першої п'ятірки серед областей України, а за запасами деревини та за лісистістю область посідає перше місце. На душу населення тут припадає 0,55 га лісів і 165 м³ деревини. Для України вцілому ці показники становлять, відповідно, 0,17 га та 16,4 м³.

Відповідно до вищесказаного деревина є ласим шматком для зловживання: безконтрольні масові незаконні вирубки та незаконне вивезення за кордон. «Браконьєри лісу» заробляють на цьому шалені прибутки, а місцеве населення сраждає...

Роками влада регіону не могла вирішити цю проблему. Якщо у 1995 році правоохоронці зафіксували незаконне вирубування близько 2 тисяч кубометрів деревини, то вже у 2018 році ця цифра сягала 8 тисяч.

Втрата лісів – це не просто втрата зеленого масиву, а це серйозні екологічні проблеми краю. Зокрема, порушення гідрологічного режиму малих річок краю або, взагалі, їх знищення, зміна рівня поверхневих водойм, зміна клімату. Також це може бути активізацією ерозійних процесів.

Ліс – це складний компонент географічного середовища, що включає рослини, ґрунти, атмосферу, вологість, тощо. Тому дуже важливим є захист лісів від надмірного антропогенного навантаження.

Таблиця 2.1.

**Анкета для ранжування шляхів вирішення проблеми вирубкилісів
у Закарпатті**

№ природо-охоронного заходу	Суть природоохоронного заходу	Ранг
1	пошук та розробка нових матеріалів, здатних за властивостями (фізичними, хімічними, естетичними) замінити дерево	
2	забезпечення і збереження біорозмаїття лісових екосистем з метою підвищення їх стійкості доантропогенного впливу	
3	створення спеціалізованої геоінформаційної системи «Ліси Закарпаття», що займатиметься моделюваннямлісових екосистем, зокрема, на основі даних аерокосмічних зйомок	
4	досягнення оптимальної лісистої шляхом створення в максимально короткі терміни нових насаджень	
5	посилення адміністративної і кримінальної відповідальності за несанкціоноване вирубування лісу	
6	збільшення кількості природоохоронних об'єктів у лісах	
7	розширення лісонасадження на землях не придатних для сільського господарства	
8	встановлення порядку поділу лісів на групи, віднесення до категорії захищеності та виділенняособливо захищених ділянок лісового фонду	
9	підвищення рівня екологічної освіти та виховання свідомого ставлення населення до лісу	
10	впровадження безвідходних технологій виробництва в лісозаготівельній та деревообробній промисловості	

Оскільки метод Дельфі проходить у кілька турів, будемо вважати, що нами отримано результати після 4-го туру. Аналіз результатів ранжування проводимо наступним чином.

Крок 1. Отримані результати ранжування заносимо в електронну таблицю Excel (табл. 2.2.). Як видно з даних таблиці 2.2. по горизонталі вносимо ранги, а по вертикалі – номер експерта. Порядок внесення даних важливий для проведення та представлення розрахунків.

Таблиця 2.2.

Таблиця Excel з результатами ранжування

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
					номер рангу							
№ експерта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	сума	
1	8	3	10	4	1	6	5	7	2	9	55	
2	10	2	9	5	1	7	4	8	3	6	55	
3	9	3	10	4	1	6	5	7	2	8	55	
4	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55	
5	9	2	8	4	1	7	5	6	3	10	55	
6	10	4	9	3	1	6	5	8	2	7	55	
7	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55	
8	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55	
9	10	2	8	4	1	6	5	9	3	7	55	
10	9	2	10	3	1	6	5	8	4	7	55	
11	10	3	9	5	1	7	4	8	2	6	55	
12	8	3	9	4	1	6	5	10	2	7	55	
13	10	3	9	4	1	6	5	7	2	8	55	
14	9	3	10	2	1	6	5	8	4	7	55	
15	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55	

Крок 2. Проводимо оцінку показника ступеня узгодженості думок експертів за допомогою системи показників. Для оцінки узагальненої міри узгодженості думок по всім напрямкам (факторам, параметрам) використовується коефіцієнт конкордації (узгодженості). Коефіцієнт конкордації – безрозмірна величина, його прийнято позначати буквою W. Він може набирати значень від 0 до 1. При W=1 означає стовідсоткову узгодженість думок експертів. Якщо W = 0 – узгодженості думок не існує. І варто або підбирати новий склад експертів, або проводити додатковий тур методу експертних оцінок.

Коефіцієнт конкордації обчислюють наступним чином:

1) Спочатку обчислюються суми рангів по стовпцях матриці:

$$\sum R_{ij} = R_{i1} + R_{i2} + \dots + R_{ij} + \dots + R_{im} , \quad (2.1)$$

де R_{i1} – ранг, присвоєний першим експертом і-му заходу;

R_{im} – ранг, присвоєний останнім m-м експертом цьому ж заходу.

2) Середня по всім заходам сума рангів обчислюється за формулою

$$\overline{R_{ij}} = \frac{m \cdot (n+1)}{2} \quad (2.2)$$

де m – число експертів; n – число заходів.

3) Відхилення суми рангів кожного стовпця від середньої суми:

$$d_i = \sum_{j=1}^m R_{ij} - \frac{m \cdot (n+1)}{2} \quad (2.3)$$

4) Далі визначається сума квадратів відхилень:

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m R_{ij} - \frac{m \cdot (n+1)}{2} \right)^2 \quad (2.4)$$

5) Коефіцієнт конкордації визначається за формулою:

$$W = \frac{12 \cdot \sum d_i^2}{m^2 \cdot (n^3 - n)} \quad (2.5)$$

Всі необхідні обчислення проводимо в Ексел як показано в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3.

Таблиця Ексел з результатами обчислень

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1						номер рангу						
2	№ експерта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	сума
3	1	8	3	10	4	1	6	5	7	2	9	55
4	2	10	2	9	5	1	7	4	8	3	6	55
5	3	9	3	10	4	1	6	5	7	2	8	55
6	4	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55
7	5	9	2	8	4	1	7	5	6	3	10	55
8	6	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55
9	7	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55
10	8	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55
11	9	10	2	8	4	1	6	5	9	3	7	55
12	10	9	2	10	3	1	6	5	8	4	7	55
13	11	10	3	9	5	1	7	4	8	2	6	55
14	12	8	3	9	4	1	6	5	10	2	7	55
15	13	10	3	9	4	1	6	5	7	2	8	55
16	14	9	3	10	2	1	6	5	8	4	7	55
17	15	10	3	9	4	1	6	5	8	2	7	55
18												
19	Сума	143	43	140	63	20	99	80	126	46	120	
20	середнє	10,0	2,0	9,0	4,0	1,0	6,0	5,0	8,0	3,0	7,0	55,0
21												
22	Rij(сеп)	82,5										
23	d _i	61	-40	58	-20	-63	17	-3	44	-37	38	-83
24	d _i ²	3660,3	1560,3	3306,3	380,3	3906,3	272,3	6,3	1892,3	1332,3	1406,3	17722,5
25	W	0,954747										

Аналізуючи дані табл. 2.3. можемо відмітити, що коефіцієнт конкордації $W=0,95$, а це означає, що експертну групу підбрано правильно, думки експертів узгоджені щодо шляхів вирішення екологічної проблеми (в нашому випадку це безконтрольна вирубка лісів Закарпаття).

Крок 3. Знаходимо статистичний критерій χ^2 з $n-1$ ступенями волі:

$$\chi^2 = m \cdot (n - 1) \cdot W \quad (2.6)$$

Узгодженість думок експертів вважається достатньою у тому випадку, якщо $\chi^2 > \chi_{0,05}^2$, де $\chi_{0,05}^2$ – статистичний критерій при п'ятивідсотковому рівні

значущості. При $10 - 1 = 9$ ступенях волі для п'ятивідсоткового рівня значущості $\chi^2_{0,05} = 16,9$.

$$\chi^2 = 15 \cdot (10 - 1) \cdot 0,95 = 128,9.$$

Отже, $\chi^2 > \chi^2_{0,05}$ а це означає, що експертну групу підібрано вірно і за отриманими даними можемо скласти стратегічний сценарій вирішення проблеми вирубки лісів у Закарпатті. «Шляхи» подолання проблеми можна представити у

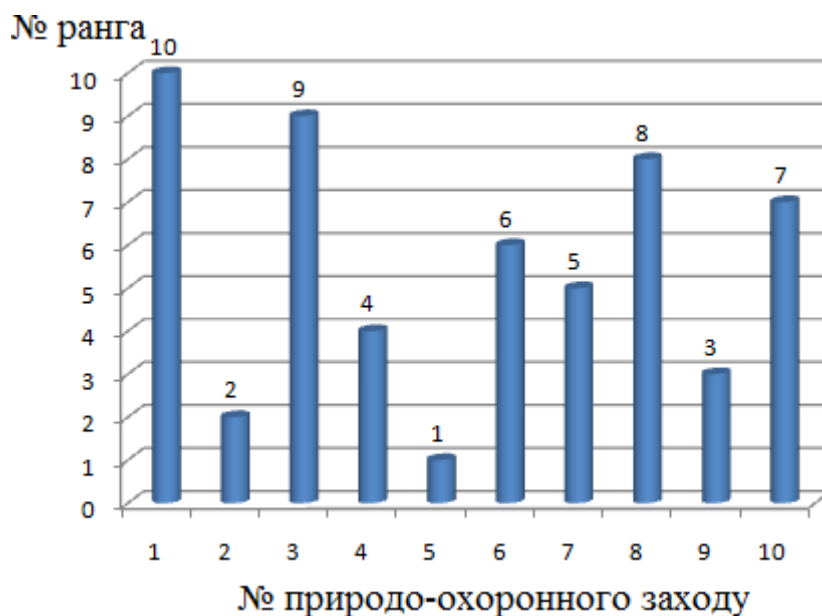


Рис. 2.1. Діаграма рангів природоохоронних заходів для вирішення екологічної проблеми – безконтрольна вирубка лісів Закарпаття.

вигляді діаграми (рис. 2.1.).

Отже, як показано на діаграмі (рис. 2.1.) для вирішення проблеми незаконної вирубки лісів Закарпаття природоохоронні заходи повинні бути вирішені у такій послідовності:

- 1) посилення адміністративної і кримінальної відповідальності за несанкціоноване вирубування лісу;
- 2) забезпечення і збереження біорозмаїття лісових екосистем з метою підвищення їх стійкості до антропогенного впливу;
- 3) підвищення рівня екологічної освіти та виховання свідомого ставлення населення до лісу;
- 4) досягнення оптимальної лісистості шляхом створення в максимально короткі терміни нових насаджень;
- 5) розширення лісонасадження на землях не придатних для сільського господарства;
- 6) збільшення кількості природоохоронних об'єктів у лісах;

7) впровадження безвідходних технологій виробництва в лісозаготівельній та деревообробній промисловості;

8) встановлення порядку поділу лісів на групи, віднесення до категорії захищеності та виділення особливо захищених ділянок лісового фонду;

9) створення спеціалізованої геоінформаційної системи «Ліси Закарпаття», що займатиметься моделюванням лісових екосистем, зокрема на основі даних аерокосмічних зйомок;

10) пошук та розробка нових матеріалів, здатних за властивостями (фізичними, хімічними, естетичними) замінити дерево.

Завдання для індивідуальної роботи:

Варіант 1. Розрахувати коефіцієнт конкордації та скласти план природоохоронних заходів для вирішення глобальної екологічної проблеми – проблеми глобального потепління. Результати ранжування експертною групою представлено у таблиці.

№ експерта	№ природоохоронного заходу								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	7	1	9	3	8	6	2	4
2	4	7	1	9	2	8	5	3	6
3	5	8	1	9	3	7	6	2	4
4	5	6	1	8	3	9	7	2	4
5	5	7	1	9	2	8	6	3	4
6	5	7	2	9	3	8	6	1	4
7	4	7	1	9	3	8	6	2	5
8	5	7	1	9	3	8	6	2	4
9	5	7	2	9	3	8	6	1	4
10	5	7	1	9	3	8	6	2	4
11	5	8	1	9	3	6	7	2	4
12	5	8	1	9	3	7	6	2	4
13	5	6	1	8	3	9	7	2	4
14	5	7	1	9	2	8	6	3	4
15	5	7	2	9	3	8	6	1	4
16	4	7	1	9	3	8	6	2	5

Варіант 2. Розрахувати коефіцієнт конкордації та скласти план природоохоронних заходів для вирішення регіональної екологічної проблеми – проблеми несанкціонованих сміттєзвалищ у регіоні. Результати ранжування експертною групою представлено у таблиці.

№ експерта	№ природоохоронного заходу											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	9	1	7	8	10	5	11	12	6	2	4
2	4	8	1	9	7	10	5	12	11	6	2	3
3	3	9	1	7	8	10	5	11	12	6	2	4
4	3	9	1	7	8	11	5	12	10	6	2	4
5	3	9	1	7	8	10	5	11	12	6	2	4
6	3	9	1	6	7	10	5	11	12	8	2	4
7	3	9	2	7	8	11	5	10	12	6	1	4
8	3	9	1	7	8	10	5	11	12	6	2	4
9	2	9	3	7	8	10	5	11	12	6	1	4
10	3	10	1	7	9	8	5	11	12	6	2	4
11	3	9	2	6	8	10	4	11	12	7	1	5

Варіант 3. Розрахувати коефіцієнт конкордації та скласти план природоохоронних заходів для вирішення глобальної екологічної проблеми – проблеми “парникового” ефекту. Результати ранжування експертною групою представлено у таблиці.

№ експерта	№ природоохоронного заходу													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	9	14	11	13	8	10	3	5	12	6	2	4	1	7
2	8	14	12	13	7	10	4	5	11	6	2	3	1	9
3	9	12	10	14	8	11	3	5	13	6	2	4	1	7
4	9	14	12	13	8	11	3	4	10	6	2	5	1	7
5	10	14	11	13	8	9	3	5	12	6	2	4	1	7
6	9	14	11	13	7	10	3	5	12	8	2	4	1	6
7	9	14	10	13	8	11	3	5	12	6	1	4	2	7
8	9	14	11	13	8	10	3	5	12	6	2	4	1	7
9	9	12	11	14	8	10	2	5	13	6	1	4	3	7
10	10	14	11	13	9	8	3	5	12	6	2	4	1	7
11	9	14	11	13	8	10	3	4	12	7	1	5	2	6

Варіант 4. Розрахувати коефіцієнт конкордації та скласти план природоохоронних заходів для вирішення державної екологічної проблеми – проблеми забруднення ґрунтів. Результати ранжування експертною групою представлено у таблиці.

№ експерта	№ природоохоронного заходу								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	8	6	2	7	4	5	9	1	3

2	8	5	3	7	6	4	9	1	2
3	7	6	1	8	4	5	9	2	3
4	9	7	2	6	4	5	8	1	3
5	8	6	3	7	4	5	9	1	2
6	7	6	1	8	4	5	9	2	3
7	8	6	2	7	5	4	9	1	3
8	7	6	2	8	4	5	9	1	3
9	9	7	2	6	5	3	8	1	4
10	8	6	3	7	4	5	9	1	2
11	8	6	1	7	4	5	9	2	3
12	8	6	2	7	5	4	9	1	3
13	6	7	2	8	4	5	9	1	3
14	8	6	1	7	4	5	9	2	3
15	8	6	2	7	4	5	9	1	3
16	6	7	2	9	4	5	8	1	3
17	8	6	3	7	4	5	9	1	2

Варіант 5. Розрахувати коефіцієнт конкордації та скласти план природоохоронних заходів для вирішення глобальної екологічної проблеми – проблеми зменшення біорізноманіття. Результати ранжування експертною групою представлено у таблиці.

№ експерта	№ природоохоронного заходу													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	12	7	6	1	2	4	9	14	11	13	8	10	3	5
2	11	9	6	1	2	3	8	14	12	13	7	10	4	5
3	12	7	6	1	2	4	9	13	10	14	8	11	3	5
4	10	7	6	1	2	5	9	14	12	13	8	11	3	4
5	12	7	6	1	2	4	9	14	11	13	8	10	3	5
6	12	6	8	1	2	4	9	14	11	13	7	10	3	5
7	12	7	6	2	1	4	9	14	10	13	8	11	3	5
8	12	7	6	1	2	4	9	14	11	13	8	10	3	5
9	12	7	6	2	1	4	9	14	11	13	8	10	3	5
10	12	7	6	1	2	4	8	14	11	13	9	10	3	5
11	12	7	6	1	3	4	9	14	11	13	8	10	2	5
12	12	7	6	2	1	4	9	14	10	13	8	11	3	5

Варіант 6. Розрахувати коефіцієнт конкордації та скласти план природоохоронних заходів для вирішення державної екологічної проблеми – проблеми забруднення поверхневих водоем. Результати ранжування експертною групою представлено у таблиці.

№ експерта	№ природоохоронного заходу									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	7	4	5	1	3	9	8	10	6	2
2	7	6	4	1	2	9	8	10	5	3
3	7	4	5	1	3	9	8	10	6	2
4	6	4	5	1	3	9	8	10	7	2
5	7	4	5	1	2	9	8	10	6	3
6	8	4	5	2	3	10	7	9	6	1
7	7	4	5	1	3	9	8	10	6	2
8	7	4	5	1	3	9	8	10	6	2
9	7	4	5	1	3	9	8	10	6	2
10	7	4	5	1	2	9	8	10	6	3
11	7	4	5	2	3	9	8	10	6	1
12	7	5	4	1	3	9	8	10	6	2
13	8	4	5	1	3	9	6	10	7	2
14	7	4	5	2	3	9	8	10	6	1
15	7	4	5	1	3	10	8	9	6	2
16	8	4	5	1	3	9	7	10	6	2

Питання для самоконтролю:

1. Поняття експертних оцінок. Цілі експертного оцінювання.
2. Методи колективної роботи експертної групи: Метод “мізкового штурму”, метод “сценаріїв”, метод “ділових ігор”, метод “круглого столу”, метод “суду”.
3. Методи виявлення індивідуальної думки членів експертної групи: методи анкетного опитування, інтерв'ю, метод Дельфі. Метод дерева цілей.
4. Переваги і недоліки методів експертних оцінок.
5. Етапи експертного оцінювання: постановка мети дослідження; вибір форми дослідження, визначення бюджету проекту; підготовка інформаційних матеріалів, бланків анкет, інвентарю і модератора процедури; вибір експертів; проведення експертизи; статистичний аналіз результатів; підготовка звіту з результатами експертного оцінювання.
6. Методи розрахунку узгодженості думок експертів.
7. Похибка першого та другого роду. Розрахунок похибок. Вплив об'єму вибірки на результати досліджень.
8. Дисперсія, середньоквадратичне відхилення, похибка та стандартна похибка в екологічних дослідженнях.
9. Поняття про ранг, ранжування, рангову кореляцію. Кореляція рангів та її вимірювання. Визначення узгодженості думок експертів, розрахунок коефіцієнта

конкордації.

10. Розрахунок статистичних показників.

Практична робота №3

Тема: Оптимізаційні математичні моделі

Мета: сформувати у студентів системи знань з методології та інструментарію побудови і використання різних типів математичних моделей для прийняття оптимальних рішень в умовах еколого-економічного виробництва, прогнозування, моделювання екологічних процесів та наслідків, тощо.

Хід роботи:

Завдання. Розв'язати задачу оптимізаційного моделювання.

Задача. Для підвищення врожайності агроном вносить два види пестицидів: П1 і П2. Для боротьби з шкідниками він вносить 5 кг П1, для знищення бур'янів – 20 кг П2. Внесення П1 вимагає 10 людино-годин, внесення П2 – 15. Є 400 кг пестицидів і 450 людино-годин. Урожайність при внесенні П1 становить 1125 кг, при внесенні П2 – 2000 грн. Скільки кг пестицидів необхідно внести агроному, щоб отримати максимальний урожай?

Розв'язок:

Крок 1. Побудуємо математичну модель даної задачі.

Позначимо: x_1 – маса пестициду П1 (кг), x_2 – маса пестициду П2 (кг).

Використовуючи максимінну функцію розраховуємо максимум урожайності:

1) $430/8=53,75$; $430/13=33$. (max=53,75);

2) $400/5=80$; $400/22=18,18$. (max=80)

Задача оптимізації має вигляд:

Цільова функція: $53,75x_1 + 80x_2 \rightarrow \max$

Область допустимих рішень:

$$8x_1 + 13x_2 \leq 430$$

$$5x_1 + 22x_2 \leq 400$$

Обмеження: $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$.

На основі розробленої математичної моделі вводимо в новій робочій книзі всі необхідні дані (табл.3.1.). У додатковому рядку вводимо «рішення» і ставимо числове значення рівне 1 (необхідно для розрахунків).

Таблиця 3.1.

Таблиця Excel з вихідними даними

	A	B	C	D
1		П1	П2	запаси
2	людино-години	8	13	430
3	маса пестициду	5	22	400
4	урожайність	1133	2020	
5	рішення	1	1	

Крок 2. Вводимо формули для розрахунків оптимальних даних щодо людино-годин та масі пестицидів (табл. 3.2.) і цільової функції (табл. 3.3.)

Таблиця 3.2.

Вигляд таблиці Excel з розрахунками

	A	B	C	D
1		П1	П2	запаси
2	людино-години	8	13	430
3	маса пестициду (кг)	5	22	400
4	урожайність (кг)	1133	2020	
5	рішення	1	1	
6				
7	людино-години	=B2*B5+C2*C5		
8	маса пестициду (кг)			

Таблиця 3.3.

Вигляд таблиці Excel з формулою для розрахунку цільової функції

	A	B	C	D
1		П1	П2	запаси
2	людино-години	8	13	430
3	маса пестициду (кг)	5	22	400
4	урожайність (кг)	1133	2020	
5	рішення	1	1	
6				
7	людино-години	21		
8	маса пестициду (кг)	27		
9				
10				
11	цільова функція	=B4*B5+C4*C5		

Крок 3. Діалоговому вікні «Данные» шукаємо меню «Поиск решения» і задаємо необхідні параметри (рис. 3.1.)

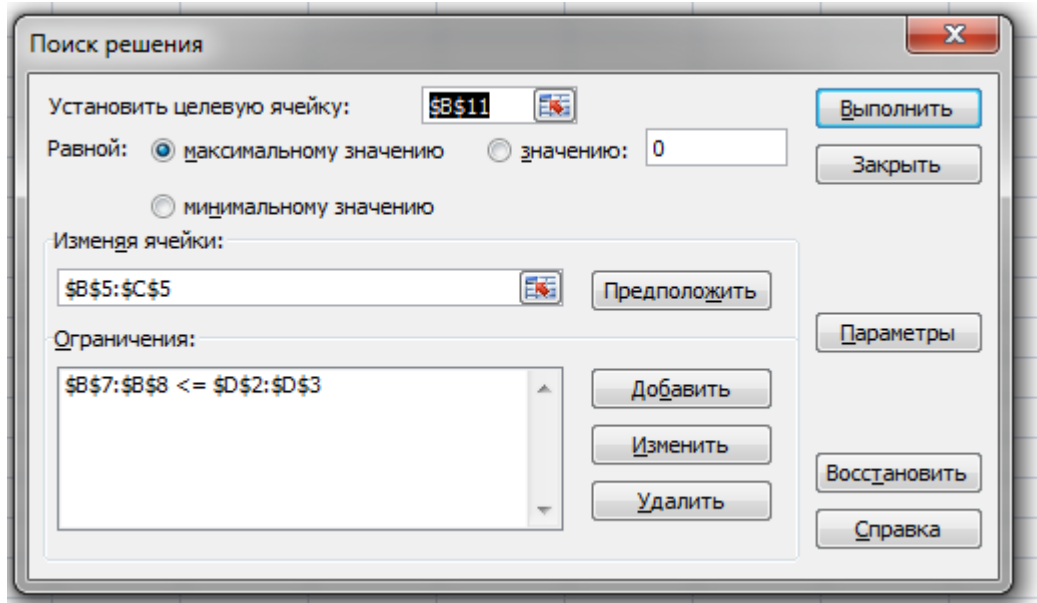


Рис. 3.1. Диалогове вікно «Поиск решения».

Крок 4. Отримуємо результати оптимізації моделі (табл. 3.4.) та робимо висновки.

Таблица 3.4.

Результати розрахунків цільової функції

	A	B	C	D
1		П1	П2	запаси
2	людино-години	8	13	430
3	маса пестициду(кг)	5	22	400
4	урожайність (кг)	1133	2020	
5	рішення	38	9	
6				
7	людино-години	430		
8	маса пестициду (кг)	400		
9				
10				
11	цільова функція	62591		

Висновки. Аналізуючи дані табл. 3.4. можемо відмітити, що агроном отримає найвищу урожайність 62591 кг, якщо внесе 38 кг пестициду П1 та 9 кг П2.

Завдання для індивідуальної роботи:

Завдання 1.

Потрібно скласти такий раціон годування тварин трьома видами корму, при якому вони отримають необхідну кількість поживних речовин **ПР1** та **ПР2** і собівартість кормів буде мінімальна. Ціни кормів, необхідну кількість поживних речовин і їх вміст в кожному кормі наведено у таблицях. *Варіант 1.*

Поживні речовини	Корм 1	Корм 2	Корм 3	Одиниця поживних речовин
ПР1 (од./кг)	3	5	2	70
ПР2 (од./кг)	8	4	6	55
Ціна корму (грн/кг)	12,5	18,5	2,20	

Варіант 2.

	Корм 1	Корм 2	Корм 3	Одиниця поживних речовин
ПР1 (од./кг)	5	7	3	75
ПР2 (од./кг)	7	4	2	50
Ціна корму (грн/кг)	11,5	15,5	20,0	

Варіант 3.

	Корм 1	Корм 2	Корм 3	Одиниця поживних речовин
ПР1 (од./кг)	2	3	10	70
ПР2 (од./кг)	3	6	17	55
Ціна корму (грн/кг)	10,35	20,25	25,00	

Завдання 2.

Для підвищення врожайності агроном вносить три види пестицидів: П1, П2 і П3. Скільки кг пестицидів необхідно внести агроному, щоб отримати максимальний урожай?

Варіант 1.

	П1	П 2	П 3	Запас пестицидів, кг
Людино-години	21	10	8	120
Маса пестицидів, кг	18	13	14	155
Урожайність, кг	1345	1882	2050	

Варіант 2.

	П1	П 2	П 3	Запас пестицидів, кг
Людино-години	13	14	12	100
Маса пестицидів, кг	20	12	14	115
Урожайність, кг	1500	1600	1700	

Варіант 3.

	П1	П 2	П 3	Запас пестицидів, кг
Людино-години	11	16	10	85
Маса пестицидів, кг	17	13	14	90
Урожайність, кг	1500	1287	1882	

Питання для самоконтролю:

1. Поняття моделі, її визначення. Побудова моделей систем як основна процедура системного аналізу.
2. Моделювання. Основні етапи моделювання. Цілі моделювання.
3. Класифікація моделей за ціллю моделювання.
4. Засоби побудови моделей. Властивості моделей.
5. Види математичних моделей. Переваги та недоліки математичних моделей.
6. Роль моделювання в аналізі екологічних систем та природокористуванні.
7. Конкретизація кількісних взаємозв'язків у еколого-економічних системах, перевірка кількісних взаємозв'язків між змінними.
8. Види імовірнісних моделей екологічних процесів.
9. Формальні та змістовні моделі. Принцип “чорної скриньки” та стадії створення статистичних моделей екологічних процесів.
10. Приклади побудови статистичних моделей екологічних процесів.
11. Змістовна модель типу “Склад системи” і “Структура системи”.
12. Теорія множин, теорія графів.
13. Динамічні моделі. Етапи системної динаміки. Основні характеристики динамічних моделей. Переваги та недоліки динамічних моделей.
14. Матричні моделі. Матриця. Типи матриць: квадратні, одиничні, нульові, симетричні. Матриці вектор-стовпчик і матриця вектор-рядок. Характеристики матриць. Переваги та недоліки матричних моделей.
15. Марковські моделі як одні із типів стохастичних моделей. Значення марковських моделей в екології. Перехідні, замкнуті і поглинаючі стани. Побудова моделей марковського типу. Переваги і недоліки моделей марковського типу.
16. Оптимізаційні моделі, їх сутність та характеристика. Переваги та недоліки оптимізаційних моделей.
17. Оптимальна стратегія хижака як приклад оптимізаційної моделі. Графічне вирішення простої задачі лінійного програмування

Практична робота №4

Тема: *Застосування елементів теорії ігор до моделювання процесів у екологічних системах*

Мета: сформулювати вміння визначати гравців, набір їхніх можливих ходів, тобто стратегій, і задавати певний виграш та умови, за яких один виграє, а інший – програє, тобто перетворювати ситуацію на стратегічну взаємодію раціональних гравців та приймати оптимальне рішення в умовах “конфліктної” ситуації.

Хід роботи:

Приклад 1. Завод виготовляє устаткування для очисних станцій. Експертами виробничого відділу заводу розглядаються три конструкторські варіанти устаткування: Б-1, Б-2, Б-3. Для спрощення допустимо, що за технічними характеристиками ці три типи майже ідентичні, однак залежно від екологічної безпеки та зручності використання кожен тип може мати три модифікації: М-1, М-2, М-3 залежно від закупленої технології виробництва. Собівартість виготовлення устаткування наведена в табл.

Собівартість виготовлення устаткування, тис. ум.од.

Тип устаткування	Модифікація		
	М-1	М-2	М-3
Б-1	11	6	5
Б-2	8	7	9
Б-3	7	4	8

Конфліктна ситуація виникає в зв'язку з необхідністю вибрати той тип устаткування та його модифікації, який буде затверджений еколого-економічним відділом заводу. З точки зору ековиробництва найкращим є найдорожчий варіант, оскільки він дає змогу виробляти екобезпечну та конкурентоспроможнішу продукцію, тоді як з погляду економічного відділу заводу найкращим є найдешевший варіант, який потребує найменшого відволікання коштів.

Завдання експертів полягає в тому, щоб запропонувати на розгляд фінансовому відділу такий тип устаткування, який забезпечить оптимальний варіант співвідношення вартості та зовнішнього вигляду.

Розв'язання.

Якщо ековиробничий відділ запропонує виготовлення устаткування типу Б-1, то економічний відділ настоюватиме на придбанні технології, що дає модифікацію М-3, оскільки цей варіант найдешевший. Якщо зупинитись на устаткуванні виду Б-2, то скоріш за все затверджено буде М-2, і нарешті для типу Б-3 – також М-2.

Очевидно, що з усіх можливих варіантів розвитку подій експертам ековиробничого відділу необхідно настоювати на варіанті впровадження у виробництво устаткування типу Б-2, оскільки це дає найбільше значення за реалізації найгірших умов – 7 тис. ум. од.

Наведені міркування ілюструють максимінну стратегію, отже:

$$\min_{i=1} a_{ij} = \min\{11; 6; 5\} = 5,$$

$$\min_{i=2} a_{ij} = \min\{8; 7; 9\} = 7,$$

$$\min_{i=3} a_{ij} = \min\{7; 4; 8\} = 4,$$

$$\alpha = \max_j \min_i a_{ij} = \max\{5; 7; 4\} = 7 \text{ – нижня ціна,}$$

гри.

Якщо учасник відхилиться від своєї оптимальної (максимінної) стратегії і вибере першу чи третю, то зможе отримати виграш, що дорівнює лише 5 чи 4.

Розглянемо тепер ситуацію з погляду спеціалістів економічного відділу. Виходячи з витрат на виробництво устаткування, вибір технології, що дає змогу виготовляти модифікацію М-1, може призвести до найбільших витрат у тому разі, коли вдасться затвердити випуск устаткування типу Б-1. Для технології виготовлення устаткування з модифікацією М-2 найбільші можливі витрати становлять 7 тис. ум. од. – для устаткування Б-2, а з модифікацією М-3 – також для Б-2. Для економістів найкращим є вибір технології, що забезпечує виготовлення устаткування модифікації другого виду, оскільки за найгірших умов вона дає найменші витрати – 7 тис. ум. од.

Останні міркування відповідають мінімакській стратегії, що визначає верхню ціну гри.

$$\max_{j=1} a_{ij} = \max\{11; 8; 7\} = 10,$$

$$\max_{j=2} a_{ij} = \max\{6; 7; 4\} = 7,$$

$$\max_{j=3} a_{ij} = \max\{5; 9; 8\} = 9,$$

$$\beta = \min_i \max_j a_{ij} = \min\{10; 7; 9\} = 7 \text{ – верхня ціна,}$$

гри.

Якщо гравець відхилиться від своєї оптимальної (мінімаксної) стратегії, то це призведе до більших витрат. Якщо буде вибрано першу стратегію, то можливий програш дорівнюватиме 11, а якщо буде вибрано третю стратегію, то можливий програш становитиме 9. Наведена гра є парною грою із “сідловою” точкою (гра у чистих стратегіях).

Приклад 2. Маємо гру гравців А і В, яка задана такою платіжною матрицею:

$$\begin{array}{c} \text{Гравець В} \\ \text{Гравець А} \end{array} \begin{pmatrix} 6 & 3 & 8 & 5 & 9 \\ 6 & 5 & 7 & 6 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 4 & 3 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Необхідно визначити ціну гри та оптимальні стратегії гравців А і В.

Розв'язання.

Для гравця А перша стратегія є домінуючою над третьою, тому третю стратегію треба вилучити.

Для гравця В перша стратегія є домінуючою на п'яту, яку можна виключити як збитковішу, а тому не вигідну для гравця В. Отже, маємо матрицю:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 8 & 5 \\ 6 & 5 & 7 & 6 \\ 4 & 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Розглянемо стратегії гравця А:

$$\min_{i=1} a_{ij} = \min\{6; 3; 8; 5\} = 3,$$

$$\min_{i=2} a_{ij} = \min\{6; 5; 7; 6\} = 5,$$

$$\min_{i=3} a_{ij} = \min\{4; 4; 3; 8\} = 3,$$

$$\alpha = \max_j \min_i a_{ij} = \max\{3; 5; 3\} = 5 \text{ – нижня ціна, гри.}$$

Отже, нижня ціна гри буде дорівнювати $\alpha=5$, а гравець А для максимізації мінімального виграшу має вибрати другу із трьох можливих стратегій. Ця стратегія є максимінною у даній грі.

Стратегії для гравця В:

$$\max_{j=1} a_{ij} = \max\{6; 6; 4\} = 6,$$

$$\max_{j=2} a_{ij} = \max\{3; 5; 4\} = 5,$$

$$\max_{j=3} a_{ij} = \max\{8; 7; 3\} = 8,$$

$$\max_{j=4} a_{ij} = \max\{5; 6; 8\} = 8,$$

$$\beta = \min_i \max_j a_{ij} = \min\{6; 5; 8; 8\} = 5 \text{ – верхня ціна, гри.}$$

Гравцю В доцільно вибрати також другу стратегію, яка є мінімаксною у грі. Оскільки $\alpha = \beta$, то ця гра має сідлову точку. Ціна гри дорівнює 5. Оптимальною максимінною стратегією гравця А є друга з трьох можливих його стратегій. Для гравця В оптимальною є також друга із чотирьох можливих.

Приклад 3. Фірма розробила шість бізнес-планів ($X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$) для їх здійснення у наступному році. Залежно від зовнішніх умов (погодного стану, ринку тощо) виділено п'ять ситуацій (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5). Для кожного варіанту $X_i (i = \overline{1,6})$ бізнес-плану та зовнішньої ситуації $Y_i (i = \overline{1,5})$ обчислені прибутки, які наведені у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1.

Вихідні дані

Варіант бізнес- плану	Зовнішня ситуація				
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
	прибутки, тис. грн				
X_1	1,0	1,5	2,0	2,7	3,2
X_2	1,2	1,4	2,5	2,9	3,1
X_3	1,3	1,6	2,4	2,8	2,1
X_4	2,1	2,4	3,0	2,7	1,8
X_5	2,4	2,9	3,4	1,9	1,5
X_6	2,6	2,7	3,1	2,3	2,0

Необхідно вибрати найкращий варіант бізнес-плану або комбінацію із розроблених планів. Розв'язати приклад за допомогою програм *Excel*, зведенням матричної гри до задачі лінійного програмування.

Розв'язання.

Маємо гру, платіжною матрицею якої є відповідні елементи вищенаведеної таблиці. Легко переконаємося, що домінуючих стратегій у цій грі немає. Потім визначаємо:

$$\alpha = \max \{ \min(1,0; 1,5; 2; 2,7; 3,2); \min(1,2; 1,4; 2,5; 2,9; 3,1); \min(1,3; 1,6; 2,4; 2,8; 2,1); \min(2,1; 2,4; 3; 2,7; 1,8); \min(2,4; 2,9; 3,4; 1,9; 1,5); \min(2,6; 2,7; 3,1; 2,3; 2) \} = \max\{1,0; 1,2; 1,3; 1,8; 1,5; 2\} = 2,$$

$$\beta = \min \{ \max(1,0; 1,2; 1,3; 2,1; 2,4; 2,6); \max(1,5; 1,4; 1,6; 2,4; 2,9; 2,7); \max(2,2,5; 2,4; 3; 3,4; 3,1); \max(2,7; 2,9; 2,8; 2,7; 1,9; 2,3); \max(3,2; 3,1; 2,1; 1,8; 1,5; 2) \} = \min\{2,6; 2,9; 3,4; 2,9; 3,2\} = 2,6.$$

Отже, $\alpha \neq \beta$, тобто немає сідлової точки, а це означає, що необхідно застосувати метод зведення гри до задачі лінійного програмування:

$$\min Z = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6$$

за умов:

$$\begin{cases} t_1 + 1,2t_2 + 1,3t_3 + 2,1t_4 + 2,4t_5 + 2,6t_6 \geq 1 \\ 1,5t_1 + 1,4t_2 + 1,6t_3 + 2,4t_4 + 2,9t_5 + 2,7t_6 \geq 1 \\ 2t_1 + 2,5t_2 + 2,4t_3 + 3t_4 + 3,4t_5 + 3,1t_6 \geq 1 \\ 2,7t_1 + 2,9t_2 + 2,8t_3 + 2,7t_4 + 1,9t_5 + 2,3t_6 \geq 1 \\ 3,2t_1 + 3,1t_2 + 2,1t_3 + 1,8t_4 + 1,5t_5 + 2t_6 \geq 1 \end{cases}$$

$$t \geq 0 \quad (i = \overline{1,6})$$

1) Знаходимо розв'язок за допомогою програми *Excel*.

Виділимо комірки A1:A6 під значення $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$. У комірку B1 вводим формулу цільової функції у вигляді =A1+A2+A3+A4+A5+A6, а у комірки C1:C5 – ліві частини обмежень у вигляді

$$=A1+1,2*A2+1,3*A3+2,1*A4+2,4*A5+2,6*A6$$

$$=1,5*A1+1,4*A2+1,6*A3+2,4*A4+2,9*A5+2,7*A6$$

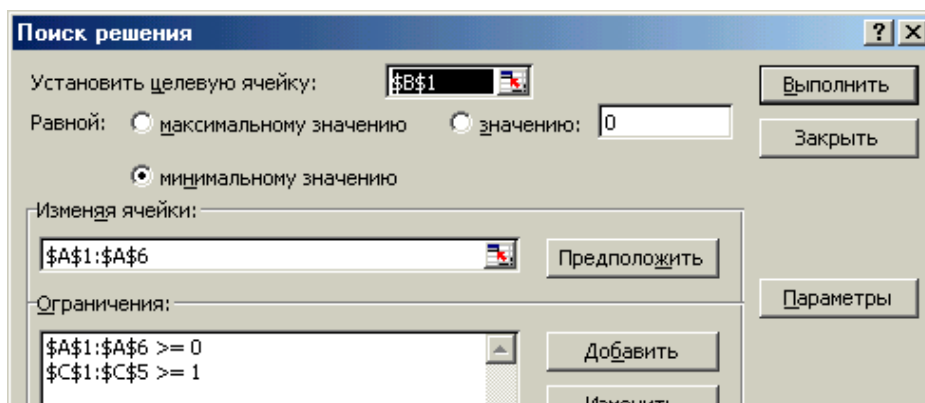
$$=2*A1+2,5*A2+2,4*A3+3*A4+3,4*A5+3,1*A6$$

$$=2,7*A1+2,9*A2+2,8*A3+2,7*A4+1,9*A5+2,3*A6$$

$$=3,2*A1+3,1*A2+2,1*A3+1,8*A4+1,5*A5+2*A6$$

Встановлюємо курсор у комірку B1. Обираємо команду Сервіс.

Відкриваємо діалогове вікно "Поиск решения" і задаємо сценарій:



Натиснути “Выполнить” і отримати результати. У комірці D1 записати формулу =A1/\$B\$1 і скопіювати її у комірці D2:D6 (щоб ввести позначки долару \$B\$1, треба після введення B1 натиснути клавішу F4). Одержимо у комірках D2:D6 оптимальні значення частот. Щоб знайти ціну гри, треба у комірці B2 ввести формулу =1/B1. Одержимо результати у вигляді таблиці:

	В1	= =A1+A2+A3+A4+A5+A6				
	A	B	C	D	E	
1	0,00	0,44	1,00	0,00		
2	0,11	2,26	1,05	0,24		
3	0,00		1,31	0,00		
4	0,00		1,08	0,00		
5	0,00		1,00	0,00		
6	0,34			0,76		
7						

Оптимальний розв’язок задачі: $t_2 = 0,11$; $t_6 = 0,34$.

Звідси отримаємо оптимальний розв’язок для початкової задачі: $x_2^* = 0,24$; $x_6^* = 0,76$.

Ціна гри $v=2,264$.

Завдання для індивідуальної роботи:

Завдання 1. Дана матриця гри. Знайти нижню і верхню ціну гри і мінімаксні стратегії сторін:

$$а). A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 & 10 \\ 4 & 7 & 5 & 6 \\ 8 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$б). A = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 4 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & 10 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 4 & 8 & 3 & 11 \end{pmatrix}$$

Завдання 2. Спростити гру:

$$a). A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$б). A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -4 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

Завдання 3. Підприємство може випускати три види продукції (А, Б, В), одержує при цьому прибуток, що залежить від попиту. Попит може приймати одне з чотирьох станів (I, II, III, IV). Задана матриця прибутку:

	I	II	III	IV
A	K	3	6	2
Б	4	5	6	5
B	1	7	4	K

Визначити оптимальні пропорції випуску продукції.

Розв'язати приклад за допомогою програм *Excel*, зведенням матричної гри до задачі лінійного програмування.

Завдання 4. Розв'язати матричну гру з платіжною матрицею:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & k \end{pmatrix}$$

(k – номер студента у журналі).

Завдання 5. Розв'язати графічно стратегічні ігри.

$$a). A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -3 & -2 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix};$$

$$б) A = \begin{pmatrix} 2 & k \\ 7 & 1 \\ 3 & 7 \\ 4 & 6 \\ 9 & 2 \end{pmatrix};$$

$$в) A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & -4 & 8 \\ 2 & 1 & 4 & k & 3 \end{pmatrix};$$

$$г) A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 3 & 5 \\ 6 & 3 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & -k & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Питання для самоконтролю:

1. Основні характеристики моделі теорії гри.
2. Класифікація ігор.
3. Гра двох людей з нульовою сумою.
4. Матриця гри, що вказує стратегії вирішення екологічних задач. Гра у чистих стратегіях.
5. Поняття «сідлових точок». Пошук «сідлових точок» як важливий момент у теорії гри.
6. Матриця гри для різних стратегій.
7. Основні положення моделі теорії катастроф.
8. Типи катастроф: катастрофа складка, катастрофа збірка.
9. Властивість дивергенції на прикладі моделі катастрофи збірка.
10. Приклад моделі, оснований на теорії катастроф.

Практична робота №5

Тема: Лінійний кореляційний аналіз

Мета: набути навичок у проведенні кореляційного аналізу прямолінійної чи криволінійної залежностей однієї величини від іншої під час вивчення екологічних систем. Повторити основні прийоми роботи з функціями Excel. Навчитися обчислювати коефіцієнт кореляції, перевіряти його значимість і надійність за допомогою функцій Excel. Навчитися обчислювати параметри прямого і оберненого прогнозів за допомогою функцій Excel. Навчитися будувати графіки прогнозів за допомогою діаграм Excel, визначати кут між ними.

Хід роботи:

Приклад 1. Дано залежність між розмірами частинок (мкм) і вмістом фосфору.

Розмір частинок, мкм	250	125	82	155	78	255	104	65	104
Вміст фосфору, %	0,048	0,028	0,021	0,031	0,019	0,022	0,025	0,016	0,023

Використовуючи можливості табличного процесору Excel:

- 1) обчислити коефіцієнт кореляції, перевірити його значимість і надійність;
- 2) обчислити параметри прямого і оберненого прогнозів;
- 3) побудувати графіки прогнозів і визначити кут між ними;
- 4) на основі отриманих результатів зробити висновки.

Розв'язання:

Крок 1. Використовуючи програмне забезпечення Excel побудувати електронну таблицю 5.1.

Таблиця 5.1.

Таблиця з вихідними даними

	A	B
1	розмір частинок, мкм	вміст фосфору, %
2	250	0,048
3	125	0,028
4	82	0,021
5	155	0,031
6	78	0,019
7	255	0,022
8	104	0,025
9	65	0,016
10	104	0,023

Крок 2. Будуємо графік кореляційної залежності. Для цього у вікні «Вставка» обираємо тип діаграми «Точечная». Отримуємо графічну кореляційну залежність (рис. 5.1.) одного параметру від іншого (у нашому випадку вмісту фосфору від розміру частинок).

вміст фосфору, %

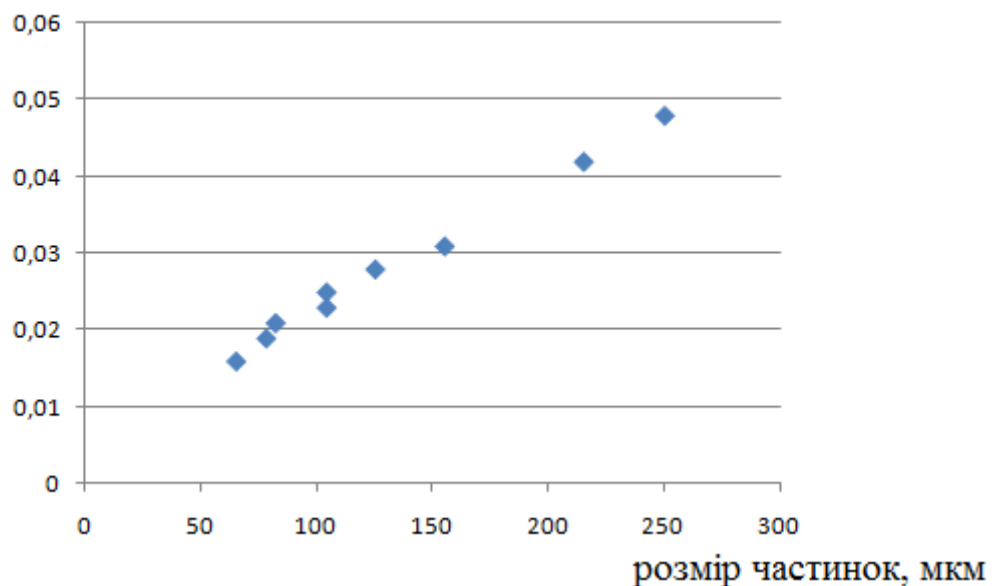


Рис. 5.1. Графічна залежність кореляції двох параметрів.

Аналізуючи дані рис. 5.1. спостерігаємо, що у нашому випадку залежність лінійна. Отже, можемо провести лінію тренда.

Крок 3. Проводимо лінію тренда. Для цього направляємо «мишку» на точки,

натискаємо її справа і отримуємо вікно з можливими варіантами змін даних (рис. 5.2.).

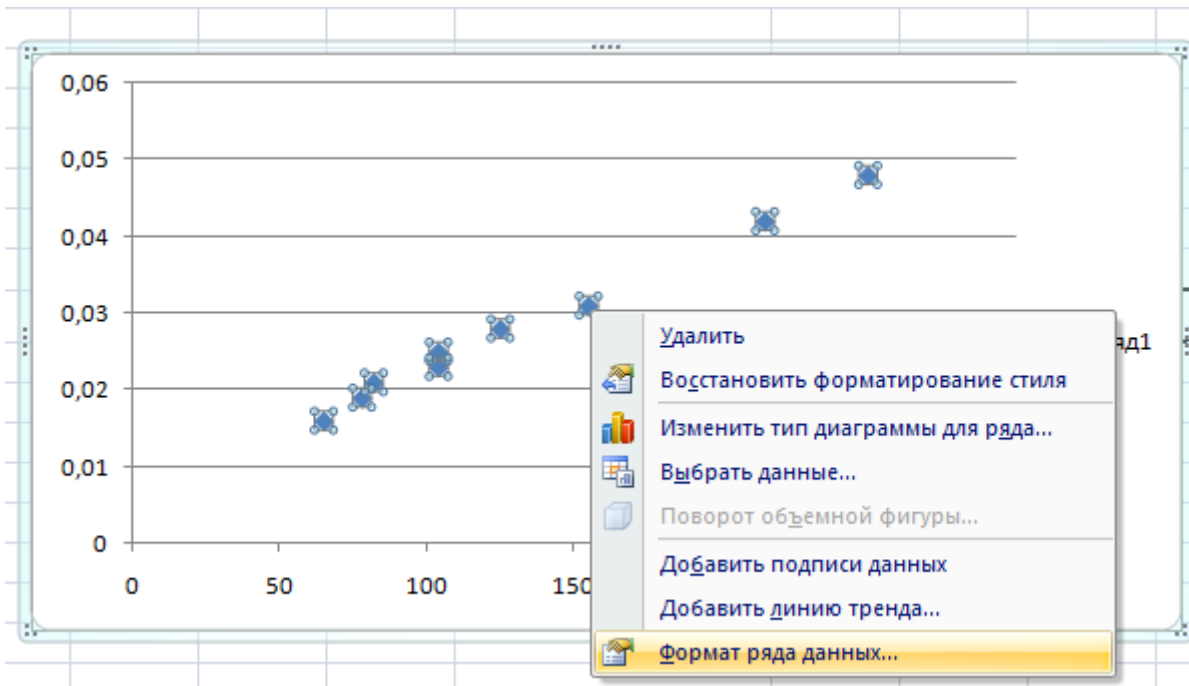


Рис. 5.2. Зміна даних

Вибираємо «добавить линию тренда», «лінійна залежність» і отримуємо результат (рис. 5.3.).

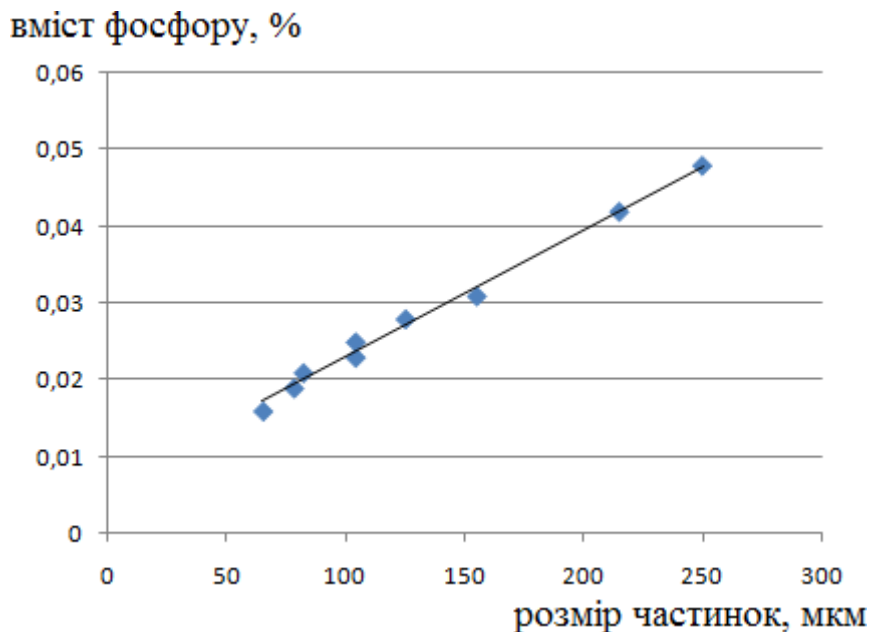


Рис. 5.3. Лінійна кореляційна залежність.

Крок 4. Розраховуємо коефіцієнт кореляції Пірсона і довірчий інтервал. Для цього вводимо формуль, використовуючи стандартні математичні функції.

Розраховуємо:

- коефіцієнт кореляції Пірсона: =КОРРЕЛ(A2:A10;B2:B10);
- коефіцієнт Фішера: =ФИШЕР(G1);
- стандартну похибку: =1/КОРЕНЬ(G2-3);
- довірчий інтервал, 95%: =НОРМСТОБР((1+0,95)/2);
- нижня межа zL, 95%: =G3-G4*G5;
- верхня межа zU, 95%: =G3+G4*G5;
- **нижня межа rL, 95%: =ФИШЕРОБР(G6);**
- **верхня межа rU, 95%: =ФИШЕРОБР(G7).** Результат розрахунків представлено в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2.

Результати розрахунків

D	E	F	G
коэф. Кореляції Пірсона			0,996294
номер вибірки			9
коефіцієнт Фішера			3,144531
стандартна похибка			0,408248
довірчий інтервал, 95%			1,959964
нижня межа, 95%			2,344379
верхня межа, 95%			3,944683
нижня межа, 95%			0,981771
верхня межа, 95%			0,999251

Висновки. Коефіцієнт кореляції Пірсона рівний 0,99, тобто майже одиниця, що вказує на лінійний характер залежності між двома змінними. Коефіцієнт стійкий у інтервалі 0,982 до 0,999.

Завдання для індивідуальної роботи:

Варіант 1

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – довжина листка, см; Y – ширина листка, см.

X	2	4	6	8	10	12	13	14	16	18	20	22	24	26	28
Y	0,18	0,2	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	1,0	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	2,0	2,2

Варіант 2

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – об'єм розчину, см³; Y – частка лимонної кислоти, %.

X	2,2	2,4	2,5	3,6	3,8	4,0	2,7	2,8	1,8	2,6	1,6	1,8	1,4	1,6	2,1
Y	0,5	0,6	0,7	1,4	1,5	2,2	0,8	2,0	0,4	0,7	0,3	0,3	0,2	0,3	0,5

Варіант 3

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – об'єм стічної води, дм³; Y – концентрація нітрат-іону, мг/дм³.

X	215	115	182	110	328	307	106	321	388	521	348	224	515
Y	3,1	1,5	2,4	1,3	5,7	3,7	1,3	5,1	5,9	9,8	5,4	3,2	9,5

Варіант 4

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – маса мінеральних добрив, кг; Y – урожайність, кг.

X	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
Y	3	4	5	7	8	10	12	13	14	17	18	20	21	22	23

Варіант 5

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – висота труби, м; Y – маса викидів, т.

X	82	30	57	48	51	37	28	52	54	87	15	26	33	55	84	91	45
Y	7	3	5	4	5	4	3	5	5	2	1	2	3	5	8	9	4

Варіант 6

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – об'єм стічної води, дм³; Y – концентрація поліфосфатів, мг/дм³.

X	11,5	12,5	10,2	13,1	14,8	13,7	17,6	14,2	17,8	15,2	13,4	14,4
Y	2,1	2,3	1,8	3,0	3,5	3,1	5,7	3,4	5,7	4,8	3,5	3,8

Варіант 7

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – об'єм стічної води, дм³; Y – концентрація хлоридів, мг/дм³.

X	15	21	28	33	38	41	45	50	55	53	58	63	67	71
Y	1,1	1,3	1,8	2,0	2,5	3,1	3,7	3,4	4,1	4,8	5,0	5,4	5,7	5,8

Питання для самоконтролю:

1. Теоретичні основи проведення одно вимірних методів аналізу біологічних об'єктів.
2. Теоретичні основи проведення багатовимірних методів аналізу біологічних об'єктів).
 2. Лінійні моделі та обмеження їх застосування.
 3. Отримання навичок застосування методів лінійного кореляційного аналізу в екології.
 4. Коефіцієнт кореляції Пірсона.
 5. Коефіцієнт Фішера.
 6. Коефіцієнт Стюдента.

Практична робота №6

Тема: *Нелінійний кореляційний аналіз*

Мета: набути навичок у проведенні кореляційного аналізу криволінійної залежностей однієї величини від іншої під час вивчення екологічних систем. Повторити основні прийоми роботи з функціями Excel. Навчитися обчислювати коефіцієнт рангової кореляції, перевіряти його значимість і надійність за допомогою функцій Excel.

Хід роботи:

Приклад 1. Дано залежність між розмірами частинок у мкм (Y) та вмістом кальцію у % (X).

Розмір частинок, мкм	250	125	82	155	78	255	104	65	104	77	118
Вміст кальцію, %	23	15	22	8	12	45	21	32	11	18	25

Використовуючи можливості табличного процесору Excel:

- 1) обчислити коефіцієнт кореляції, перевірити його значимість і надійність;
- 2) обчислити параметри прямого і оберненого прогнозів;
- 3) побудувати графіки прогнозів і визначити кут між ними;
- 4) на основі отриманих результатів зробити висновки.

Крок 1. Вводимо вихідні дані в електронну таблицю Excel. Оскільки вихідна модель є нелінійною (рис. 6.1.) то нам необхідно знайти ранги.

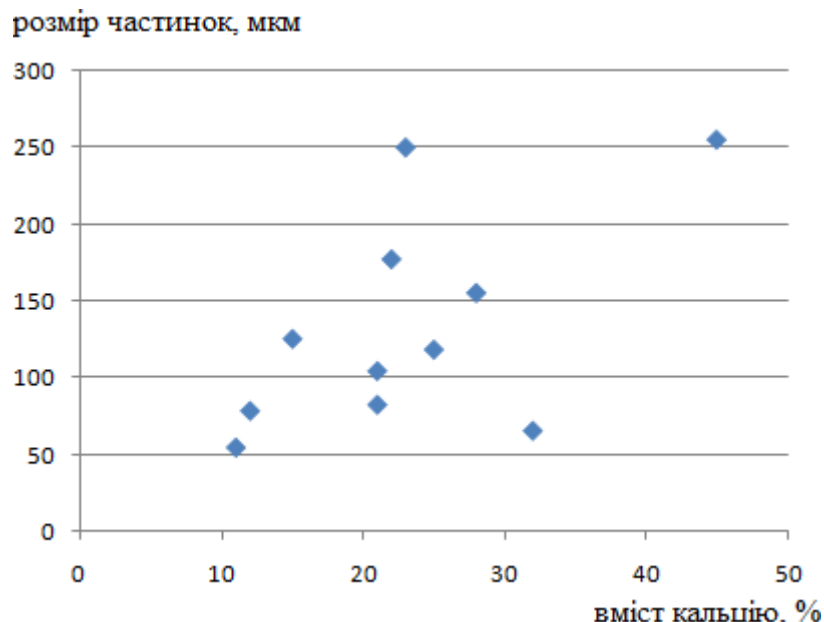


Рис. 6.1. Нелінійна залежність двох величин

Крок 2. Шукаємо ранги. Для цього використовуємо вікно «мастер функцій».

Вибираємо функцію «РАНГ» і натискаємо «ОК» (рис. 6.2.)

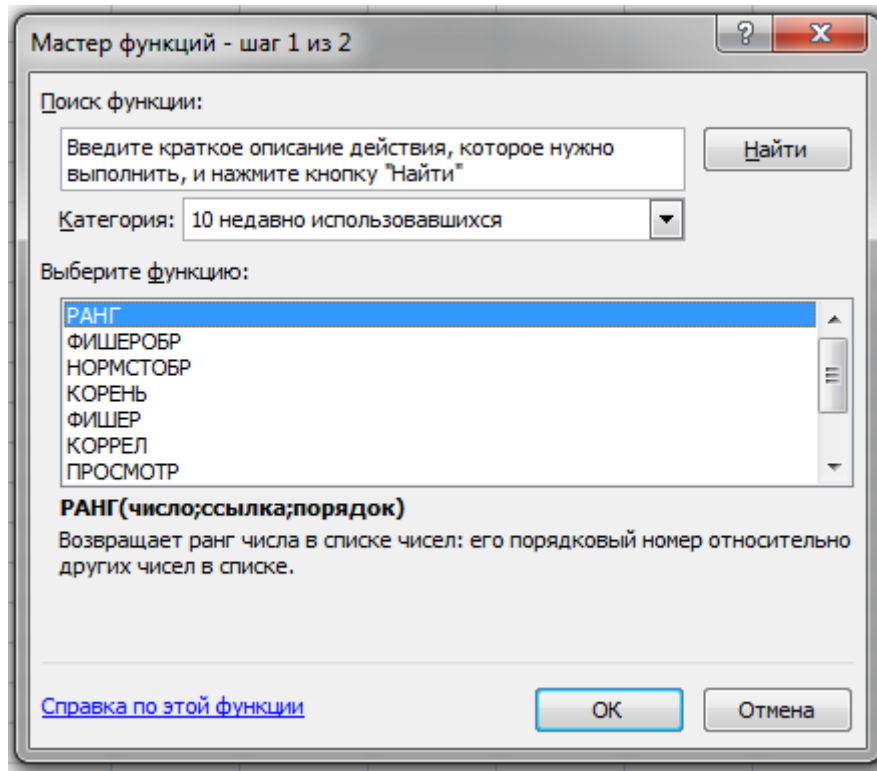


Рис. 6.2. Діалогове вікно

Вводимо дані (рис. 6.3.) для значень X та Y (для кожного ранги розраховуємо окремо).

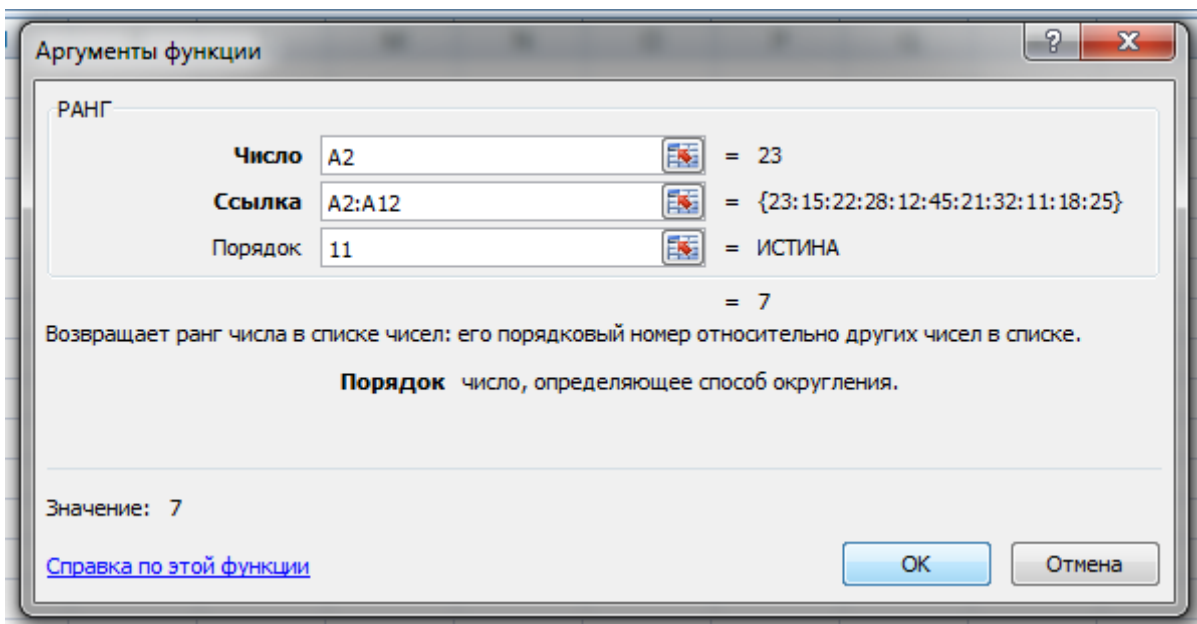


Рис. 6.3. Діалогове вікно «Аргументы функций»

Отримуємо результат (табл. 6.1.).

Таблица 6.1.

Таблиця з вихідними даними та розрахованими рангами

	A	B	C	D
1	X	Y	Ранг X	Ранг Y
2	23	250	7	10
3	15	125	3	7
4	21	82	3	4
5	28	155	6	6
6	12	78	2	3
7	45	255	6	6
8	21	104	2	3
9	32	65	4	2
10	11	54	1	1
11	22	177	1	2
12	25	118	1	1

Крок 3. Розраховуємо коефіцієнт рангової кореляції Спірмена. Для цього у вікні «функції» вибираємо «Вставити функцію» та у діалоговому вікні вибираємо функцію «КОРРЕЛ». Вводимо масиви (рис. 6.4.)

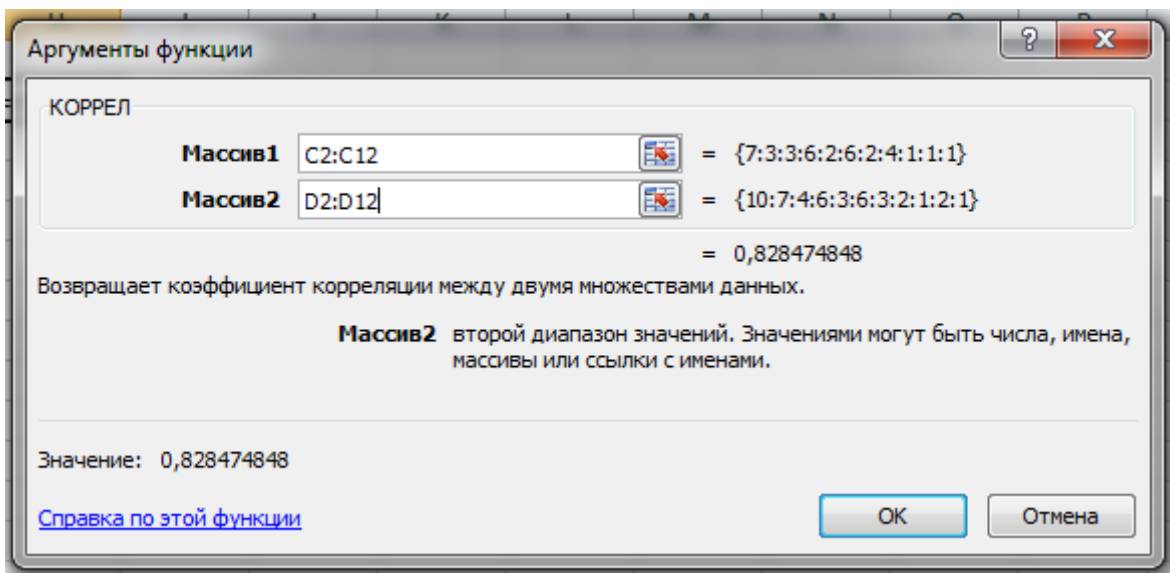


Рис. 6.4. Діалогове вікно

Для порівняння розраховуємо також коефіцієнт кореляції Пірсона. Результати представлено на рис. 6.5.

Таблиця 6.5.

Результати розрахунків

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	X	Y	Ранг X	Ранг Y				
2	23	250	7	10		КОЕФІЦІЄНТ КОРЕЛЯЦІЇ СПІРМЕНА		0,828475
3	15	125	3	7		КОЕФІЦІЄНТ КОРЕЛЯЦІЇ ПІРСОНА		0,577281
4	21	82	3	4				
5	28	155	6	6				
6	12	78	2	3				
7	45	255	6	6				
8	21	104	2	3				
9	32	65	4	2				
10	11	54	1	1				
11	22	177	1	2				
12	25	118	1	1				

Аналізуючи дані рис. 6.5. відмічаємо, що коефіцієнт кореляції Спірмена (рівний 0,83) значено відрізняється від коефіцієнта кореляції Пірсона (0,58), а отже маємо справу з нелінійним характером взаємозв'язку між змінними.

Завдання для індивідуальної роботи:

Варіант 1

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – висота труби, м; Y – об'єм викидів газоподібних сполук за добу, т.

X	25	15	82	100	28	37	16	32	78	52	34	65	21	61	91	45	71
Y	31	105	14	23	16	2	16	11	13	18	45	28	12	84	1	26	15

Варіант 2

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – об'єм розчину, дм³; Y – концентрація поліфосфатів, мг/дм³.

X	2,5	1,5	8,2	9,6	4,8	3,7	1,6	3,2	7,8	5,2	3,4	4,4	5,8	6,2	7,2
Y	0,1	10,5	1,4	0,3	0,6	0,3	1,6	1,7	7,3	1,8	4,5	0,5	3,5	7,3	8,3

Варіант 3

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – урожайність, кг; Y – маса мінеральних добрив, кг.

X	215	115	182	110	328	307	106	321	788	521	348	224	845
Y	31	95	34	38	16	21	116	131	132	188	405	212	34

Варіант 4

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – об'єм розчину, дм³; Y – концентрація сульфат-іонів, мг/дм³.

X	2,1	2,5	3,2	3,1	4,8	3,7	3,6	3,2	2,8	5,2	3,4	4,4	2,2	2,2	3,2
Y	1,1	1,5	2,4	2,3	0,5	5,3	4,6	1,2	1,3	1,2	4,5	0,5	2,5	1,3	1,8

Варіант 5

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – загальна площа лісу, тис. га; Y – частка території з ураженими деревами, %.

X	50	13	80	10	20	30	16	33	70	51	34	55	25	65	95	45	75
Y	5	10	30	10	20	10	40	16	22	15	12	17	24	19	15	28	51

Варіант 6

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – об'єм розчину, дм^3 ; Y – маса сухого залишку, мг.

X	31,5	11,5	28,2	18,6	14,8	23,7	41,6	43,2	27,8	55,2	33,4	24,4
Y	11	23	14	34	23	14	17	24	27	28	15	18

Варіант 7

Встановити кореляційний зв'язок між двома змінними: X – загальна площа лісу, тис. га; Y – частка пошкодженої території лісу, %.

X	70	33	82	16	23	38	86	63	75	58	40	53	22	85	91	47	75
Y	15	71	30	20	40	30	14	60	12	50	21	52	43	19	11	25	17

Питання для самоконтролю:

1. Вимоги до вихідних даних для кореляційного аналізу.
2. Емпіричний коефіцієнт кореляції.
3. Рангові коефіцієнти кореляції.
4. Похибка та достовірність коефіцієнта кореляції.
5. Застосування нелінійних кореляційних методів аналізу в екології.
6. Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена.

Практична робота №7

Тема: Лінійний регресійний аналіз

Мета: сформувати вміння проводити необхідні розрахунки для визначення лінійного взаємозв'язку між двома змінними величинами, їх математичний вираз, побудови електронних таблиць та графіків для наочного представлення результатів досліджень.

Хід роботи:

Приклад №1. У результаті проведення експериментального дослідження отримано показники x (об'єм стічної води, дм^3) та y (вміст іонів кальцію, $\text{мг}/\text{дм}^3$) (табл. 7.1). Позначимо незалежну ознаку як x , а залежну – як y . Проаналізуємо вихідні дані за таким алгоритмом:

- для побудови кореляційного поля у таблиці Microsoft Office Excel (стовбці А і В) вносимо значення змінних x і y ;

- проводимо розрахунки за формулами, наведеними в табл. 7.1.;
- підбираємо рівняння лінійної регресії, розраховуємо коефіцієнти регресії та кореляції, перевіряємо значущість за допомогою критерію Стьюдента та аналізуємо тісноту кореляційного зв'язку між досліджуваними ознаками;
- будуємо графік залежності між ознаками y і x та порівнюємо його з експериментальними даними. Отже, вводимо до таблиці експериментальні значення x та y ($N = 24$, де N -число експериментальних даних) і будуємо кореляційне поле (табл. 7.1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	y	x-x(сеп.)	y-y(сеп.)	(x-x(сеп.)) ²	(y-y(сеп.)) ²	x ²	y ²	xy	(x-x(сеп.))(y-y(сеп.))	y=kx+b	x=(y-b)/k
2	104,47	3,41	-26,1	-2,45	681,21	6,0025	10913,98	11,6281	356,2427	63,945	3,26983	105,8838
3	125,03	5,04	-5,54	-0,82	30,6916	0,6724	15632,5	25,4016	630,1512	4,5428	5,30527	122,3485
4	126,93	5,41	-3,64	-0,45	13,2496	0,2025	16111,22	29,2681	686,6913	1,638	5,49337	126,0859
5	123,81	4,79	-6,76	-1,07	45,6976	1,1449	15328,92	22,9441	593,0499	7,2332	5,18449	119,8232
6	141,14	6,91	10,57	1,05	111,7249	1,1025	19920,5	47,7481	975,2774	11,0985	6,90016	141,2374
7	150,86	7,82	20,29	1,96	411,6841	3,8416	22758,74	61,1524	1179,725	39,7684	7,86244	150,4293
8	128,62	5,86	-1,95	0	3,8025	0	16543,1	34,3396	753,7132	0	5,66068	130,6313
9	133,66	6,08	3,09	0,22	9,5481	0,0484	17865	36,9664	812,6528	0,6798	6,15964	132,8535
10	132,81	6,01	2,24	0,15	5,0176	0,0225	17638,5	36,1201	798,1881	0,336	6,07549	132,1465
11	122,26	4,86	-8,31	-1	69,0561	1	14947,51	23,6196	594,1836	8,31	5,03104	120,5303
12	107,92	3,68	-22,65	-2,18	513,0225	4,7524	11646,73	13,5424	397,1456	49,377	3,61138	108,6111
13	103,36	3,39	-27,21	-2,47	740,3841	6,1009	10683,29	11,4921	350,3904	67,2087	3,15994	105,6818
14	137,54	6,21	6,97	0,35	48,5809	0,1225	18917,25	38,5641	854,1234	2,4395	6,54376	134,1667
15	121,18	4,87	-9,39	-0,99	88,1721	0,9801	14684,59	23,7169	590,1466	9,2961	4,92412	120,6313
16	145,79	7,61	15,22	1,75	231,6484	3,0625	21254,72	57,9121	1109,462	26,635	7,36051	148,3081
17	110,52	4,15	-20,05	-1,71	402,0025	2,9241	12214,67	17,2225	458,658	34,2855	3,86878	113,3586
18	160,04	8,72	29,47	2,86	868,4809	8,1796	25612,8	76,0384	1395,549	84,2842	8,77126	159,5202
19	159,08	8,55	28,51	2,69	812,8201	7,2361	25306,45	73,1025	1360,134	76,6919	8,67622	157,803
20	130,05	5,73	-0,52	-0,13	0,2704	0,0169	16913	32,8329	745,1865	0,0676	5,80225	129,3182
21	128,05	5,82	-2,52	-0,04	6,3504	0,0016	16396,8	33,8724	745,251	0,1008	5,60425	130,2273
22	126,94	5,05	-3,63	-0,81	13,1769	0,6561	16113,76	25,5025	641,047	2,9403	5,49436	122,4495
23	111,96	4,11	-18,61	-1,75	346,3321	3,0625	12535,04	16,8921	460,1556	32,5675	4,01134	112,9545
24	143,29	7,51	12,72	1,65	161,7984	2,7225	20532,02	56,4001	1076,108	20,988	7,11301	147,298
25	158,46	9,04	27,89	3,18	777,8521	10,1124	25109,57	81,7216	1432,478	88,6902	8,61484	162,7525
26	сума	сума	сума	сума	сума	сума	сума	сума	сума	сума	сума	сума

Рис. 7.1. Електронна таблиця експериментальних даних (стовпці А, В) і результати розрахунків (стовпці С - L).

Із розташування точок видно, що вони формують певну залежність, яка вірогідно має лінійний характер. Рівняння лінійної регресії у загальному виражаємо $y=kx+v$

Розрахунки проводимо наступним чином. У вікні «данні» вибираємо «Анализ данных». В меню «инструменты анализа» вибираємо «Регрессия» і натискаємо «ок» (рис. 7.1.).

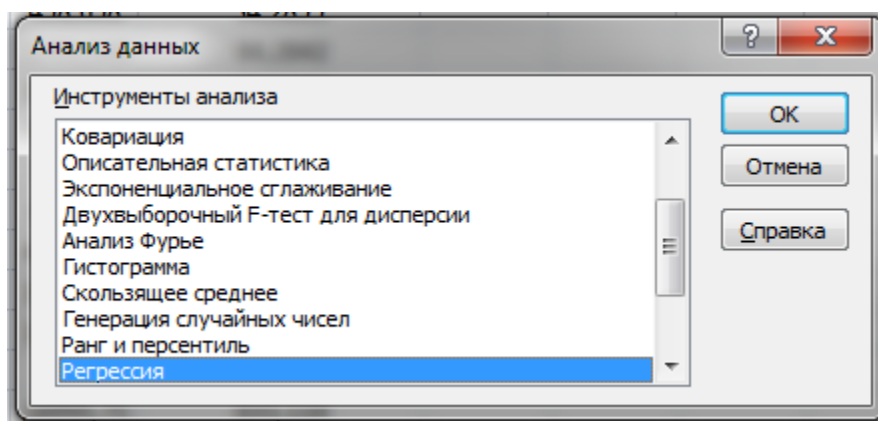


Рис.7.1. Вікно аналізу даних.
 Результати розрахунків отримаємо у наступній таблиці 7.2. та 7.3.
 Таблица 7.2.

Результати розрахунків

	A	B	C	D	E
1	ВЫВОД ИТОГОВ				
2					
3	<i>Регрессионная статистика</i>				
4	Множественный R	0,9900822			
5	R-квадрат	0,9802628			
6	Нормированный R-квадрат	0,9793657			
7	Стандартная ошибка	0,2395582			
8	Наблюдения	24			
9					
10	<i>Дисперсионный анализ</i>				
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
12	Регрессия	1	62,70495645	62,70495645	1092,646347
13	Остаток	22	1,26253938	0,057388154	<i>Значимость F</i>
14	Итого	23	63,96749583		3,0054E-20
15					
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>
17	Y-пересечение	-7,072513417	0,394271432	-17,93818383	1,27794E-14
18	Переменная X 1	0,099040556	0,002996217	33,05520152	3,0054E-20
19					
20		<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
21		-7,890182316	-6,254844517	-7,890182316	-6,254844517
22		0,092826782	0,105254329	0,092826782	0,105254329

Аналізуючи дані таблиці 7.2. зазначимо, що *MS Excel* використовує наступні позначення:

- *SS* – сума квадратів,
- *df* – ступені вільності,
- *MS* – середній квадрат (дисперсія),
- *F* – F-статистика Фішера (фактичне значення),
- *p-значення* – значимість дисперсійного аналізу по кожному фактору окремо;
- *F-критичне* – критичне значення F-статистики при $p = 0,05$.

Таблица 7.3.

Результати обчислень

	A	B	C	D	E	F
20	ВЫВОД ОСТАТКА				ВЫВОД ВЕРОЯТНОСТИ	
21						
22	<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное Y</i>	<i>Остатки</i>		<i>Персентиль</i>	<i>Y</i>
23	1	3,274253429	0,135746571		2,083333333	3,39
24	2	5,310527253	-0,270527253		6,25	3,41
25	3	5,498704309	-0,088704309		10,41666667	3,68
26	4	5,189697775	-0,399697775		14,58333333	4,11
27	5	6,906070604	0,003929396		18,75	4,15
28	6	7,868744805	-0,048744805		22,91666667	4,79
29	7	5,666082848	0,193917152		27,08333333	4,86
30	8	6,165247248	-0,085247248		31,25	4,87
31	9	6,081062776	-0,071062776		35,41666667	5,04
32	10	5,036184914	-0,176184914		39,58333333	5,05
33	11	3,615943346	0,064056654		43,75	5,41
34	12	3,164318413	0,225681587		47,91666667	5,73
35	13	6,549524604	-0,339524604		52,08333333	5,82
36	14	4,929221114	-0,059221114		56,25	5,86
37	15	7,366609188	0,243390812		60,41666667	6,01
38	16	3,873448791	0,276551209		64,58333333	6,08
39	17	8,777937106	-0,057937106		68,75	6,21
40	18	8,682858172	-0,132858172		72,91666667	6,91
41	19	5,807710842	-0,077710842		77,08333333	7,51
42	20	5,609629731	0,210370269		81,25	7,61
43	21	5,499694714	-0,449694714		85,41666667	7,82
44	22	4,016067191	0,093932809		89,58333333	8,55
45	23	7,119007799	0,390992201		93,75	8,72

У результаті проведення розрахунків отримуємо такі коефіцієнти регресії k і b та коефіцієнт кореляції R : $k = 0,099$; $b = -7,0725$; $R = 0,99$ Оскільки значення R наближається до 1, можемо зробити висновки, що існує дуже тісний кореляційний зв'язок між незалежною ознакою x та залежною ознакою y .

Отримане рівняння регресії має вигляд: $y = 0,099 * x - 7,0725$. Графічний вигляд даної лінійної залежності має вид (рис.7.2.).

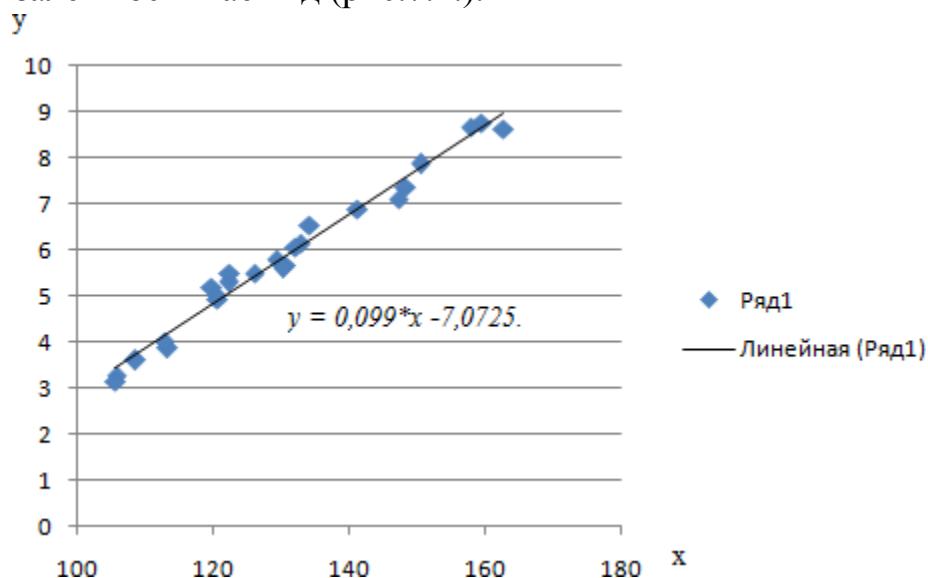


Рис.7.2. Графічний вигляд кореляційного поля.

Для перевірки розрахунків розв'язуємо обернену задачу – результат розрахунку оберненої задачі наведено в таб.7.4.

	A	B		A	B
1	y	y'	1	y	y'
2	3,41	3,27	14	6,21	6,55
3	5,04	5,31	15	4,87	4,93
4	5,41	5,50	16	7,61	7,37
5	4,79	5,19	17	4,15	3,87
6	6,91	6,91	18	8,72	8,78
7	7,82	7,87	19	8,55	8,68
8	5,86	5,67	20	5,73	5,81
9	6,08	6,17	21	5,82	5,61
10	6,01	6,08	22	5,05	5,50
11	4,86	5,04	23	4,11	4,02
12	3,68	3,62	24	7,51	7,12
13	3,39	3,16	25	9,04	8,62

Рис. 7.6. Результати перевірки правильності розрахунків: y – експериментальна величина; y' - розрахункова величина.

Як можна побачити з даних табл. 7.4., значних розбіжностей між експериментальними і розрахунковими даними не спостерігається.

Завдання для індивідуальної роботи:

Завдання 1.

Перевірити наявність кореляційного зв'язку між величинами, побудувати графік функції $y = f(x)$ і запропонувати рівняння регресії. Розрахувати коефіцієнт кореляції, оцінити його значущість. Надати таблицю розрахованих за рівнянням регресії величин y та порівняти їх з експериментальними.

Варіант № 1.

Отримано такі дані щодо внесення мінеральних добрив у ґрунти x (кг) та врожайності культур y (кг):

X	0,8	0,6	0,5	0,4	0,7	0,7	0,8	1,0	1,3	1,4	1,2	1,5	1,8	2,0	2,2	2,3
Y	21	14	16	11	18	19	20	25	28	30	25	33	41	48	51	53

Варіант № 2.

Отримано такі дані щодо кількості викинутого оксиду Нітрогену x (мг/дм³) та відстані, на якій його концентрація досягне нормованих значень y (км):

X	0,02	0,03	0,05	0,04	0,07	0,03	0,08	1,04	1,03	1,07	1,12	1,15
---	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Y	4	5	6	5	8	4	10	13	12	17	18	21
---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

Варіант №3.

Отримано такі дані щодо внесення фунгіцидів у ґрунти x (кг) та врожайності культур y (кг):

X	1,7	1,4	1,5	1,4	1,9	1,7	1,8	1,0	1,3	1,4	1,2	1,5	1,8	2,0
Y	212	208	216	211	268	221	230	185	202	213	215	213	241	237

Варіант № 4.

Отримано такі дані щодо кількості викинутого оксиду Карбону x (мг/дм³) та відстані, на якій його концентрація досягне нормованих значень y (км):

X	0,12	0,03	0,25	0,42	0,71	0,23	0,18	0,04	0,83	0,47	0,62	0,75
Y	4	1	1	14	22	8	5	2	31	17	18	25

Варіант № 5.

Отримано такі дані щодо внесення гербіцидів у ґрунти x (кг) та врожайності культур y (кг):

X	5	5,2	7	8	11	13	17	14	24	21	28	22	32
Y	282	284	378	421	688	723	820	725	1028	1003	1425	1241	1432

Варіант № 6.

Отримано такі дані щодо кількості викинутого оксиду Сульфуру x (мг/дм³) та відстані, на якій його концентрація досягне нормованих значень y (км):

X	0,21	0,35	0,51	0,41	0,72	0,38	0,83	0,64	0,73	0,47	0,52	0,95
Y	8	14	26	35	48	14	53	43	51	37	37	61

Варіант № 7.

Отримано такі дані щодо внесення мінеральних добрив у ґрунти x (кг) та врожайності культур y (кг):

X	1,8	1,6	2,0	1,4	1,7	1,9	1,8	2,2	2,3	2,6	2,2	3,0	3,8	4,0	4,7	5,3
Y	21	14	21	11	18	20	19	25	28	30	25	33	41	48	51	53

Питання для самоконтролю:

1. Поняття про регресію, регресійне поле.
2. Лінійні моделі та обмеження їх застосування.
3. Дисперсія.
4. Середньоквадратичне відхилення.
5. Похідна.
6. Загальний вигляд рівняння регресії.
7. Методологія регресійного аналізу.

8. Основні завдання регресійного аналізу.
9. Застосування регресійних моделей в екології.
10. Види регресії.
11. Переваги та недоліки лінійного регресійного аналізу.
12. Парна регресія.

Практична робота №8

Тема: *Нелінійний регресійний аналіз*

Мета: сформувати вміння проводити необхідні розрахунки для визначення нелінійного взаємозв'язку між двома змінними величинами, їх математичний вираз, побудови електронних таблиць та графіків для наочного представлення результатів досліджень.

Хід роботи:

Завдання. Розв'язати задачу оптимізаційного моделювання. Використовуючи наступні вихідні дані (табл.8.1.), де x – площа досліджуваної території, га; y – частка цінних видів рослин, %.

Таблиця 8.1.

Вихідні дані для аналізу

	A	B
1	x	y
2	202	97,5
3	52	11,2
4	45	23,8
5	104	46,2
6	13	2,8
7	37	25,4
8	33	17,2
9	22	13,2
10	11	6,5
11	20	8,3
12	14	10,1
13	65	48,2
14	21	17,5
15	102	55,3
16	35	16,8

За вихідними даними (табл. 8.1.) будемо графічну залежність, тип діаграми «точечная» і проводимо лінію тренда (рис. 8.1.)

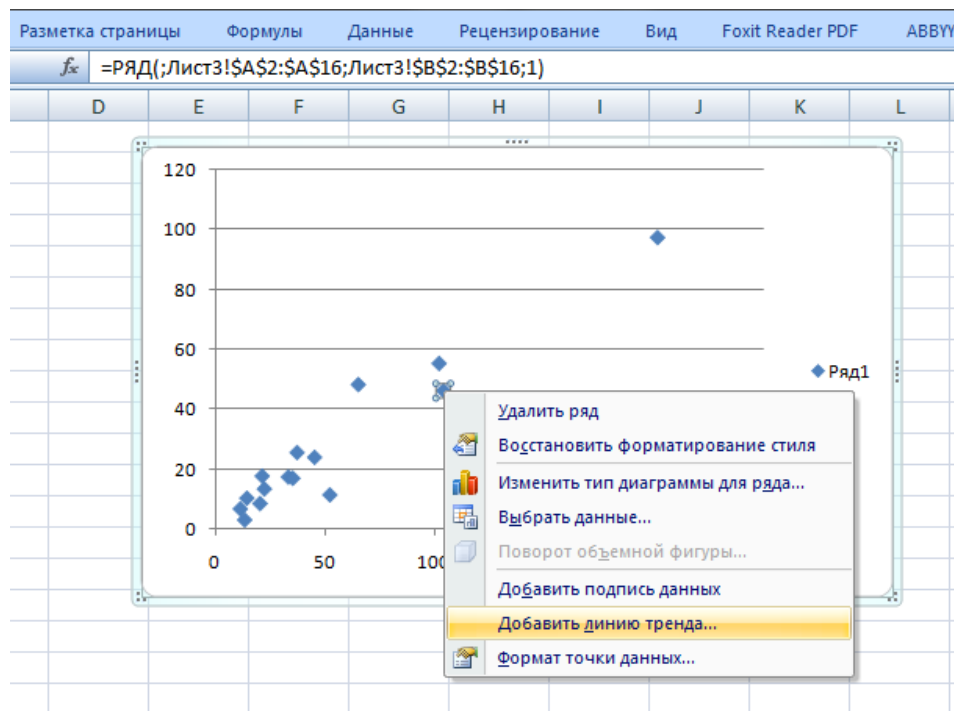


Рис. 8.1. Графічний вигляд взаємозв'язку між змінними X та Y.

У діалоговому вікні «Формат линии тренда» вибираємо параметр «Степенная» (рис. 8.2.)

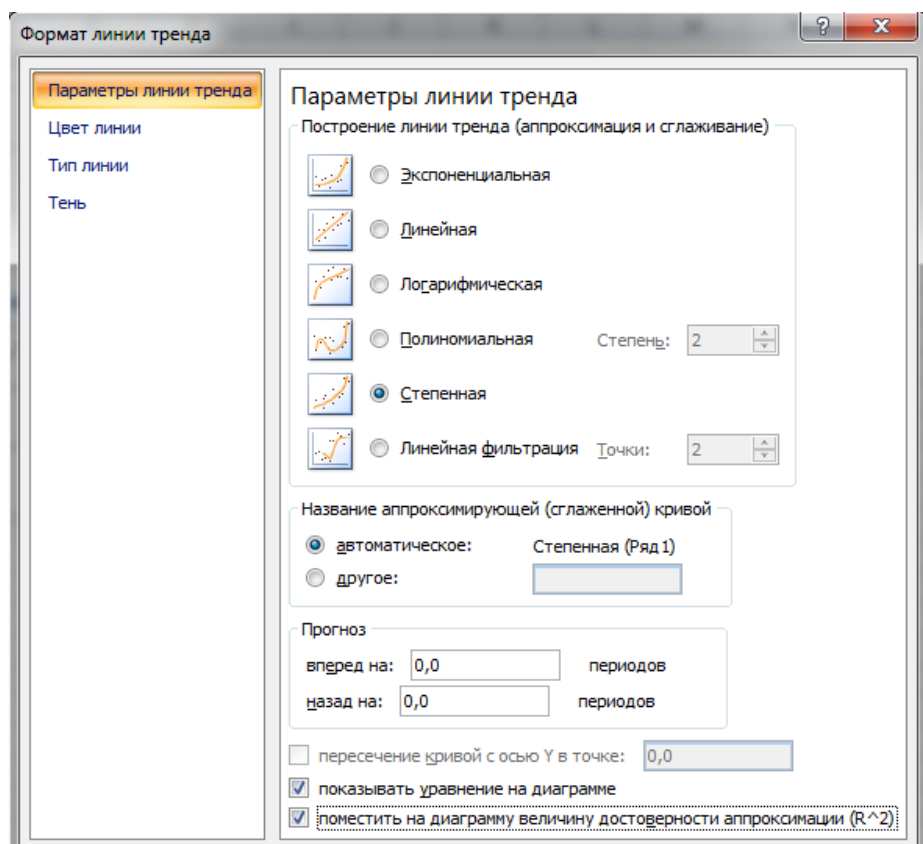


Рис. 8.2. Діалогове вікно «Формат линии тренда»

На екрані отримуємо результат розрахунків, коефіцієнт детермінації (R^2) та

рівняння регресії (рис. 8.3.)

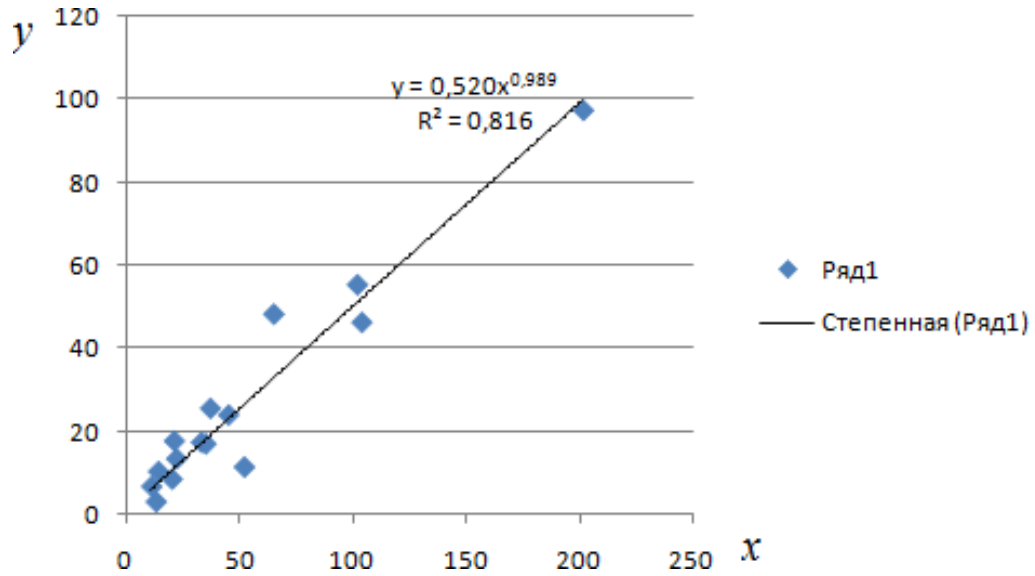


Рис. 8.3. Результати розрахунків (залежність степенева)

Для порівняння точності моделі, тобто коефіцієнта якості моделі R^2 за вищевказаною схемою проводимо лінію тренда і обираємо параметри поліноміальна 3-го степеня (рис. 8.4.) та 4-го степеня (рис. 8.5.).

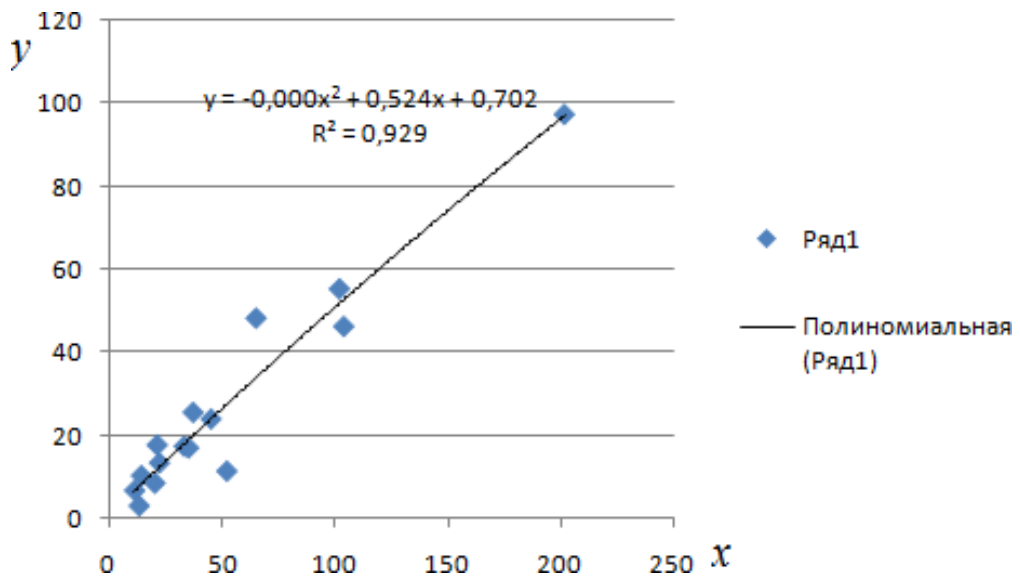


Рис. 8.4. Результати розрахунків (залежність поліноміальна, ст.3)

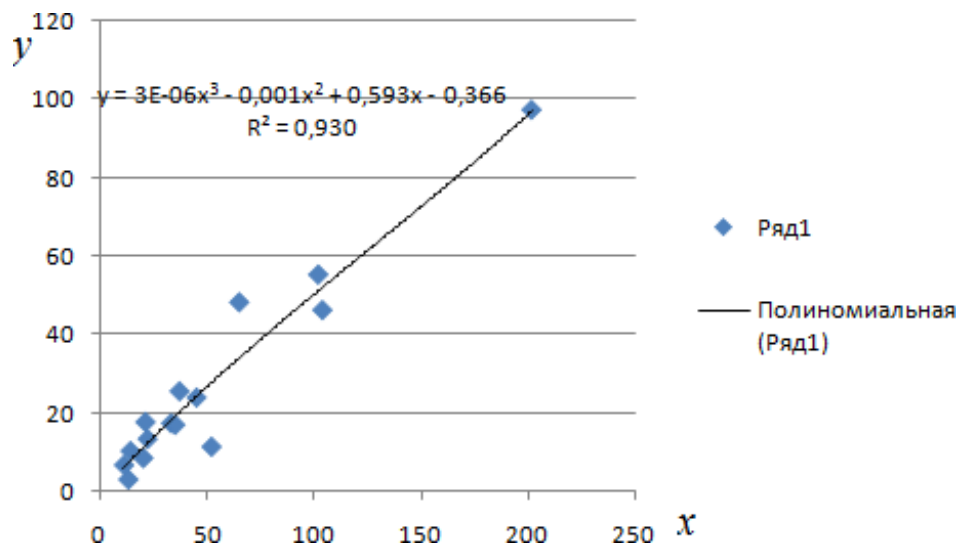


Рис. 8.5. Результати розрахунків (залежність поліноміальна, ст.4)

Аналізуючи дані рис. 8.2-8.5. спостерігаємо за критерієм детермінації, який є коефіцієнтом якості моделі. Найкращим є той варіант, у якого значення R^2 більше. Для нашого випадку це є третій варіант (Рис. 8.6.). Рівняння регресії між змінними x та y має вигляд: $y = 3 \times 10^{-6}x^3 - 0,001x^2 + 0,593x - 0,366$.

Завдання для індивідуальної роботи:

Завдання 1. Встановити характер взаємозв'язку між двома змінними x та y . Скласти кореляційне поле, провести необхідні розрахунки, встановити рівняння регресії. Результати представити аналітичним, табличним та графічним способами.

Варіант 1

X – концентрація іонів Цинку, мг/дм³; Y – об'єм розчину, дм³.

X	0,1	10,5	1,4	0,3	0,6	0,3	1,6	1,7	7,3	1,8	4,5	0,5	3,5	7,3	8,3
Y	31	105	14	23	16	2	16	11	13	18	45	28	12	84	1

Варіант 2

X – концентрація іонів Магнію, мг/дм³; Y – об'єм розчину, дм³.

X	4,8	3,7	1,6	3,2	7,8	5,2	3,4	4,4	5,8	6,2	7,2	2,5	1,5	8,2	9,6
Y	25	15	82	100	28	37	16	32	78	52	34	65	21	61	91

Варіант 3

X – площа орних земель, га; Y – урожайність, кг.

X	321	788	521	348	224	845	223	215	115	182	110	328	307	106
Y	38	405	212	15	31	95	34	131	132	188	34	116	21	111

Варіант 4

X – об'єм розчину, дм³; Y – концентрація іонів Магнію, мг/дм³.

X	11,5	28,2	18,6	14,8	23,7	43,2	27,8	55,2	33,4	24,4	31,5	11,5
Y	1,5	2,4	2,3	0,5	5,3	1,2	1,3	1,2	4,5	0,5	2,5	1,3

Варіант 5

X – частка цінних порід дерев, %; Y – площа території, га.

X	30	16	33	70	51	34	55	25	65	95	45	75	50	13	54
Y	52	11	101	181	217	10	421	462	112	587	21	732	441	79	612

Варіант 6

X – концентрація нітрат-іонів, мг/дм³; Y – об'єм розчину, дм³.

X	4,1	2,5	5,1	2,1	3,2	3,1	4,8	3,7	3,6	3,2	2,8	5,2	3,4	4,4
Y	21	23	11	11	14	34	23	14	17	24	27	28	15	18

Варіант 7

X – загальна площа орних земель, га; Y – частка рекультивованих земель, %.

X	312	215	511	201	302	331	428	317	316	132	128	252	234	524
Y	31	23	11	11	34	34	23	44	17	24	57	28	15	18

Питання для самоконтролю:

1. Основні положення нелінійного регресійного аналізу.
2. Гіперболічна регресія.
3. Параболічна регресія.
4. Поліноміальна регресія.
5. Переваги та недоліки методу.
6. Особливості використання методів нелінійної регресії для дослідження екологічних систем.

Практична робота № 9

Тема: Кластерний аналіз

Мета: сформувати вміння проводити класифікацію об'єктів дослідження за допомогою численних обчислювальних процедур, побудови дендограм та графіків для наочного представлення результатів досліджень використовуючи програмне забезпечення *Statistica*.

Хід роботи

Алгоритм проведення кластерного аналізу для вихідної статистичної інформації наведено нижче.

Крок 1. Введення даних.

Аналіз даних методом кластерного аналізу розпочинається з введення даних в електронну таблицю програми *Statistica*.

Це можна зробити двома шляхами: 1) внесенням даних безпосередньо у програмі Statistica або 2) завантажити дані з книги Excel в програму SPSS.

Для завантаження даних із книги Excel в програму SPSS необхідно вибрати в меню «Файл» пункт «Открыть», а потім підпункт «Данные...». У вікні «Открыть данные» (рис. 9.1.) вибрати тип файлу Excel (*.xls, *.xlsx, *.xlsm) та виділити необхідну книгу і натиснути кнопку «Открыть».

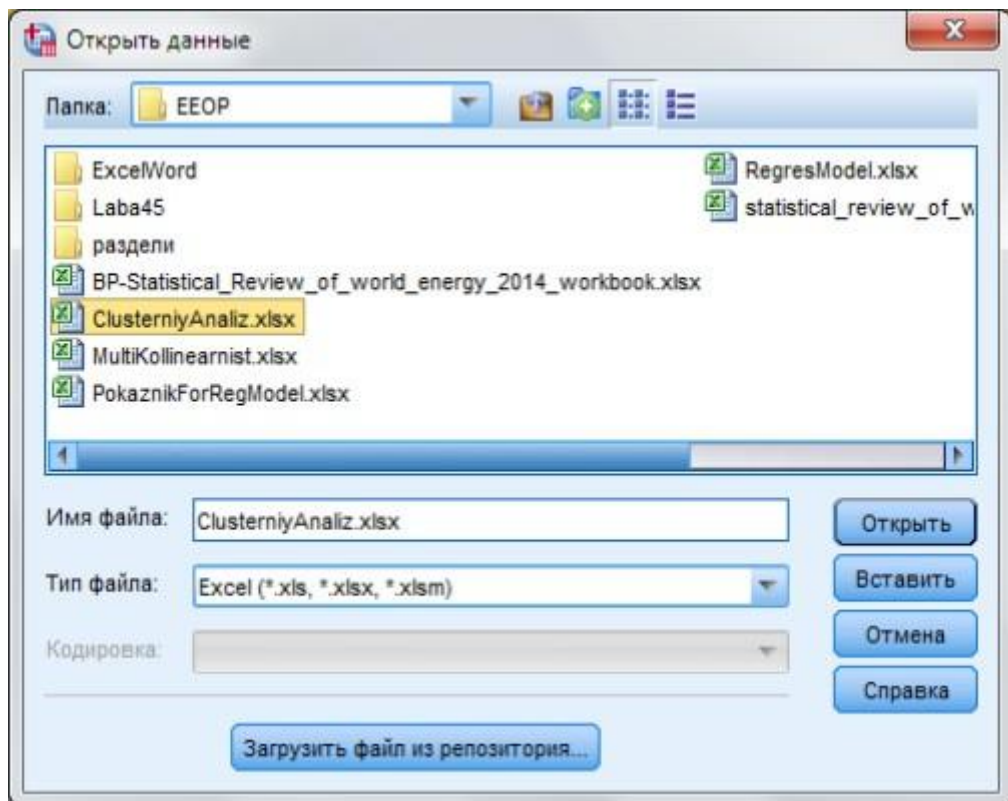


Рис.9.1 . Вибір книги Excel з даними

Вибір книги Excel з даними. У вікні «Открытие файлов Excel» (рис. 9.2.) виставити прапорець «Читать имена переменных из первой строки данных» та натиснути кнопку «ОК».

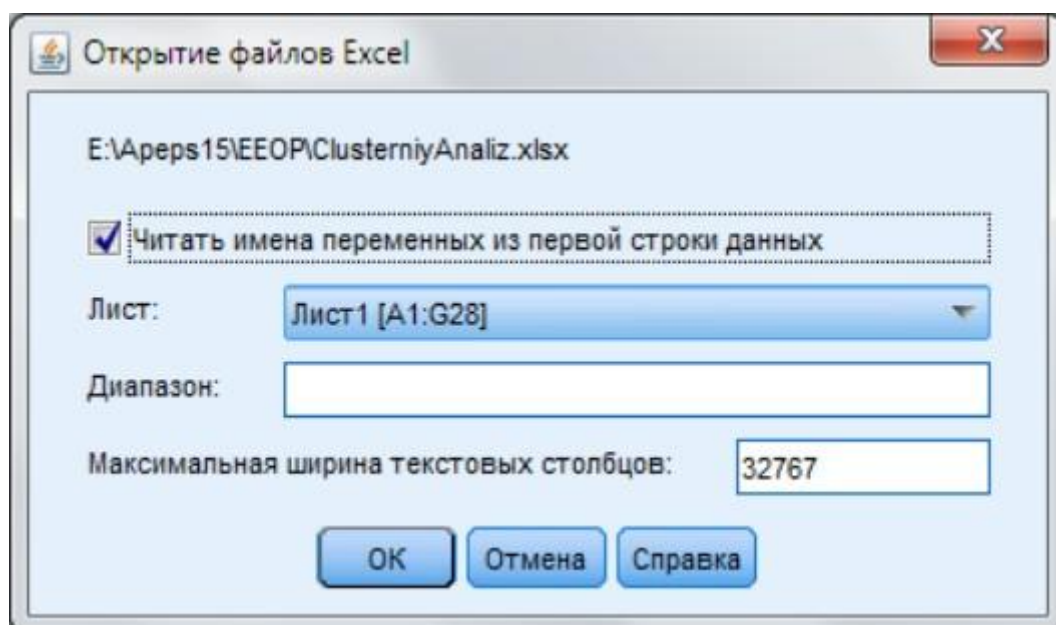


Рис. 9.2. Вибір назв факторів

Після цього дані завантажуться до закладки «Представление Данные».

Дані також можна ввести у програмі наступним чином: по горизонталі електронної таблиці в Statistica варто розміщувати об'єкти, які підлягають класифікації; по вертикалі – кількісні значення параметрів досліджуваних об'єктів (числова величина).

Крок 2. Формування набору даних для кластеризації. Вибір даних для кластеризації полягає у визначенні факторів, що описують об'єкти в багатовимірному просторі ознак. Для цього необхідно за допомогою меню «Анализ» вибрати пункт «Классификация», а потім – підпункт «Иерархическая кластеризация». На рис. 9.3. (як приклад) продемонстровано введення даних для регіонів України.

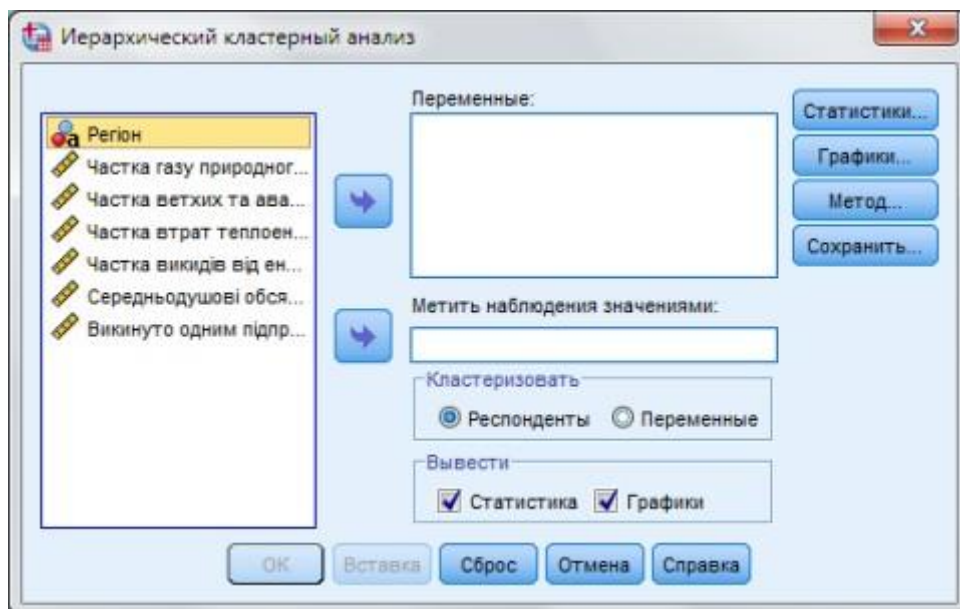


Рис. 9.3. Вікно «Иерархический кластерный анализ»

З метою підготовки даних до кластеризації необхідно в поле «Метить наблюдения значениями:» перенести з лівого списку пункт «Регион», а в список «Переменные» – всі інші фактори (рис. 9.4.) .

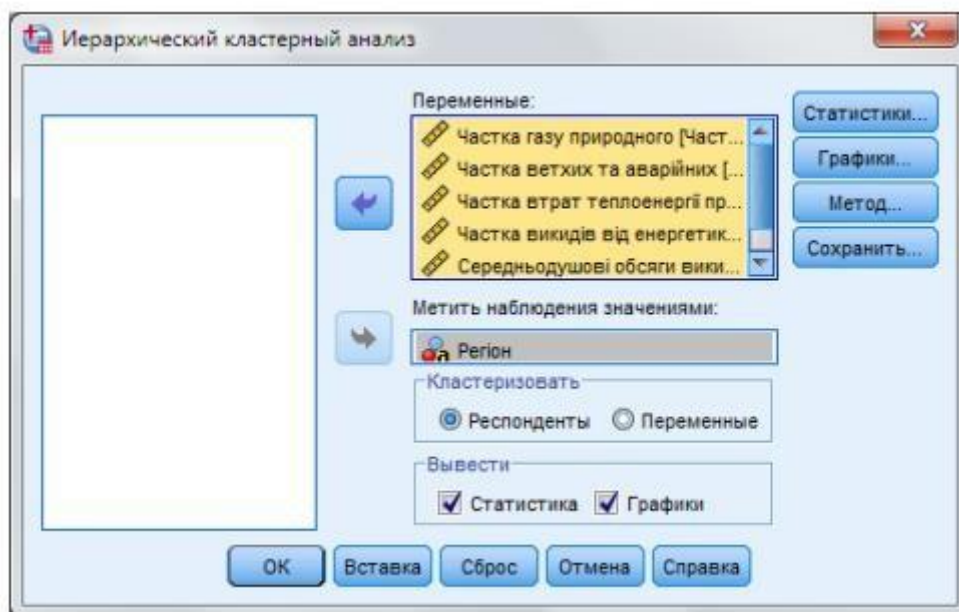


Рис. 9.4. Подготовка данных до кластеризации

Крок 3. Вибір методу кластеризації. При натисканні кнопки «Метод...» з'являється вікно «Иерархический кластерный анализ: Метод» (рис. 9.5.). В ньому необхідно вибрати у випадяючому списку «Метод:» один з трьох методів: «Ближайший сосед», «Самый дальний сосед» або «Центроидная кластеризация».

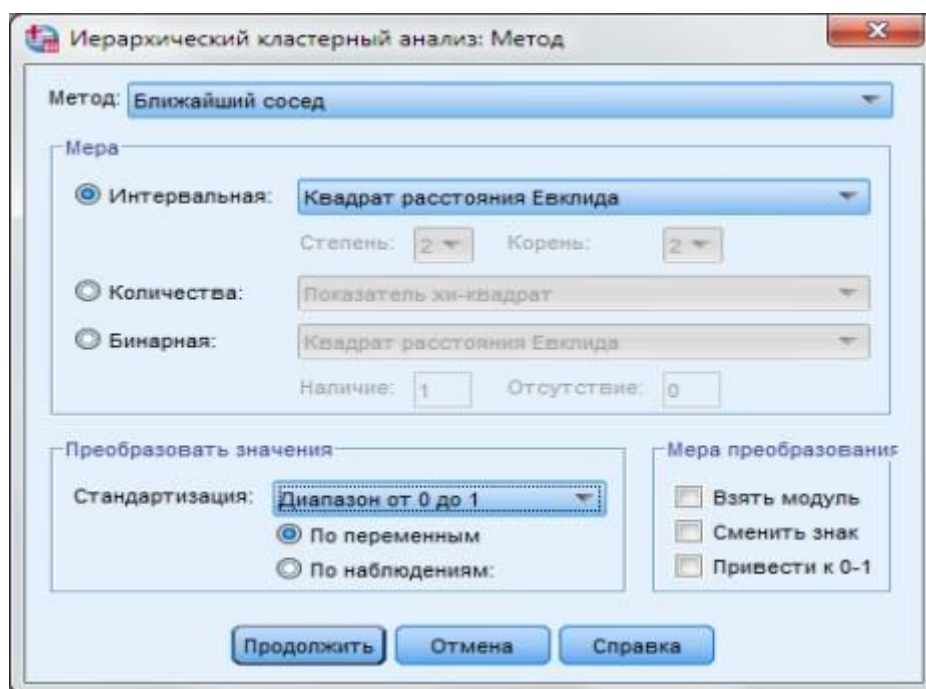


Рис. 9.5. Вибір методу кластеризації

У випадяючому списку «Стандартизация» залишаємо значення «Нет» (кластеризація по фактичним даним) або обираємо пункт «Диапазон от 0 до 1» (кластеризація по стандартизованим даним). Далі натискаємо кнопку «Продолжить» і повертаємося до попереднього вікна (див. рис. 9.5.).

Крок 4. Визначення кількості результуючих кластерів. При натисканні на кнопку "Статистики" з'являється вікно «Иерархический кластерный анализ: Статистики». В цьому вікні в області «Принадлежность к кластерам» вибираємо пункт «Одно решение» та задаємо кількість кластерів (рис. 9.6).

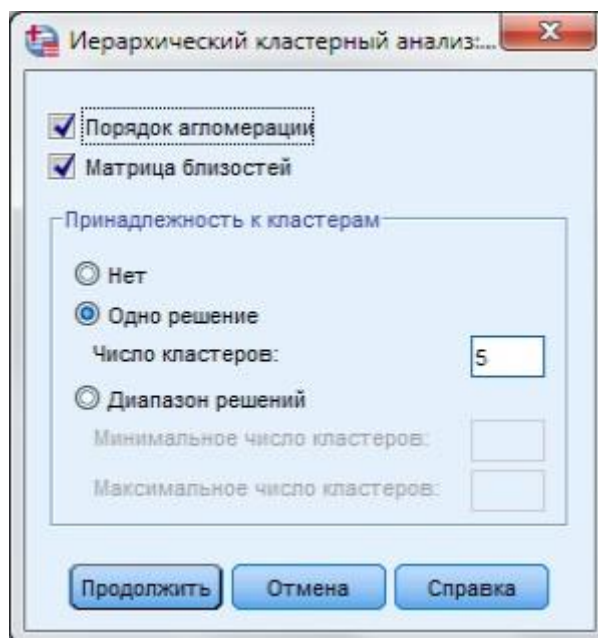


Рис. 9.6. Визначення кількості кластерів

Крок 5. Ініціалізація дендрограми. При натисканні на кнопку «Графики» з'являється вікно «Иерархический кластерный анализ: Графики». В цьому вікні встановлюємо прапорець «Дендрограмма». При натисканні на кнопку «Продолжить» дане вікно закриється (рис. 9.7).

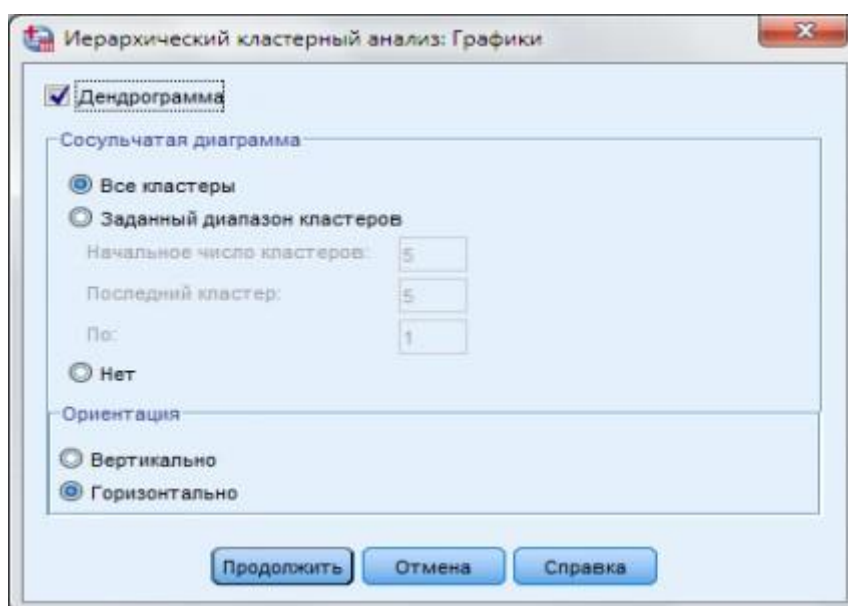


Рис. 9.7. Вікно ініціалізації дендрограми

Крок 6. Виконання кластеризації. Для виконання процедури кластеризації з обраними на попередніх кроках налаштуваннями у вікні рис.

9.7. натискають кнопку «ОК». Результат кластеризації з'являється у новому

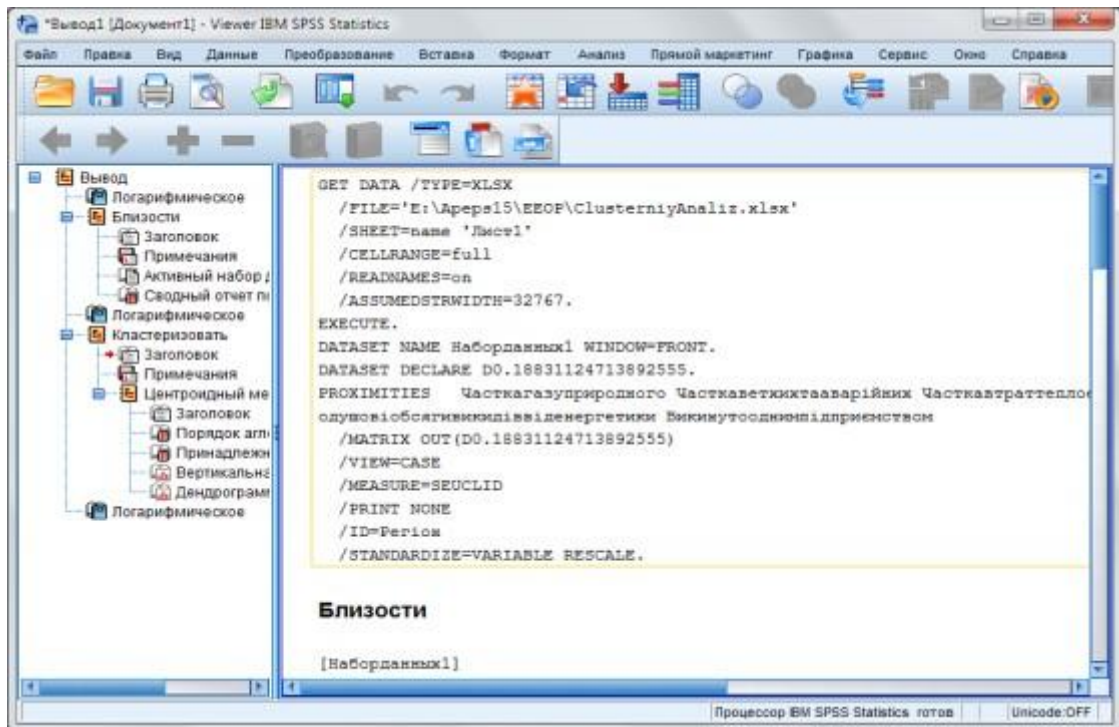


Рис. 9.8. Вікно виводу результату кластеризації

вікні виводу (рис. 9.8.).

Крок 7. Аналіз результатів кластеризації. У лівій частині вікна в дереві виводу результати кластеризації можна перевірити в табличному вигляді, натиснувши пункт "Принадлежность к кластерам" (рис. 9.9). У таблиці перший стовпчик відповідає назві об'єкту, в другому вказується номер кластеру до якого належить об'єкт.

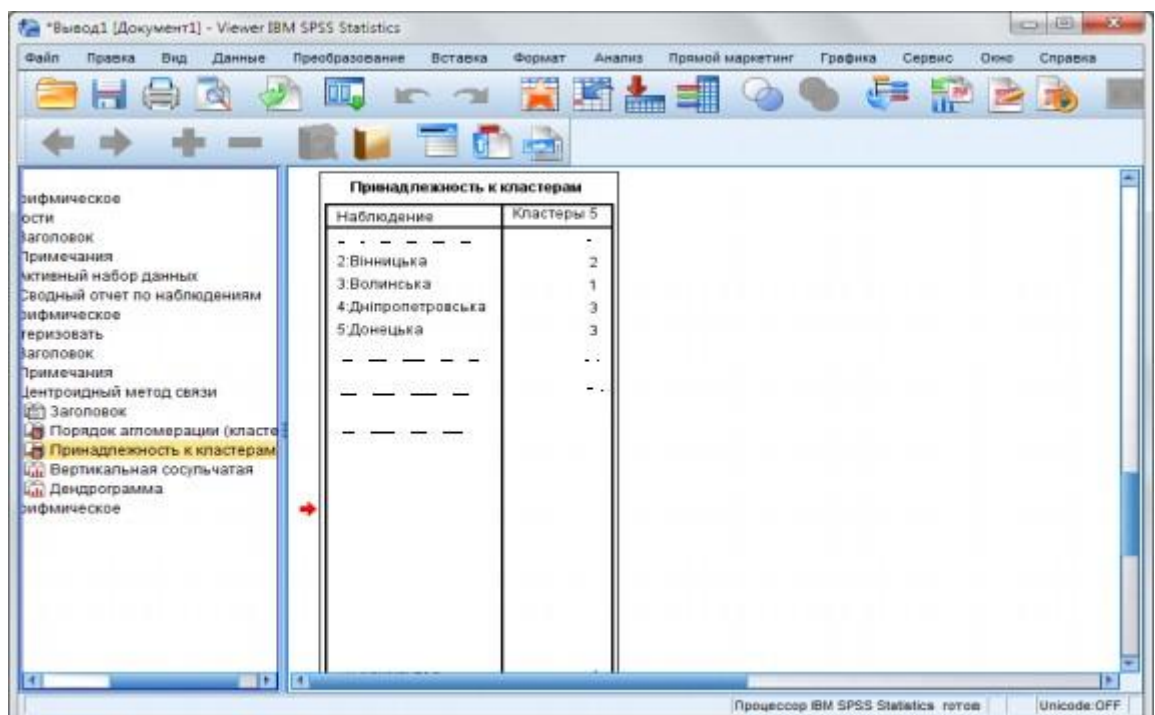


Рис. 9.9. Приклад табличного вигляду результату кластеризації

Також результати кластеризації можна перевірити в графічному вигляді – вузол «Дендрограма» (рис. 9.10.). Дендрограма показує порядок об'єднання об'єктів в кластери. Для того, щоб порівняти результати кластеризації різними методами (зокрема, з стандартизацією або без стандартизації), з різною кількістю результуючих кластерів необхідно змінити відповідні налаштування для кроку 3 (метод кластеризації, стандартизація) та кроку 4 (кількість кластерів).

Для того, щоб порівняти результати кластеризації різними методами (зокрема, з стандартизацією або без стандартизації), з різною кількістю результуючих кластерів необхідно змінити відповідні налаштування для кроку 3 (метод кластеризації, стандартизація) та кроку 4 (кількість кластерів).

Висновки: Із даних рис. 49 чітко видно наявність 4-ох кластерів. Ці окремі угруповання (кластери) схожі між собою за структурою або певною ознакою більше, ніж з іншими угрупованнями на діаграмі. Об'єкт підномером 4 по комплексу структурних характеристик найбільш відрізняється від всіх інших досліджуваних об'єктів.

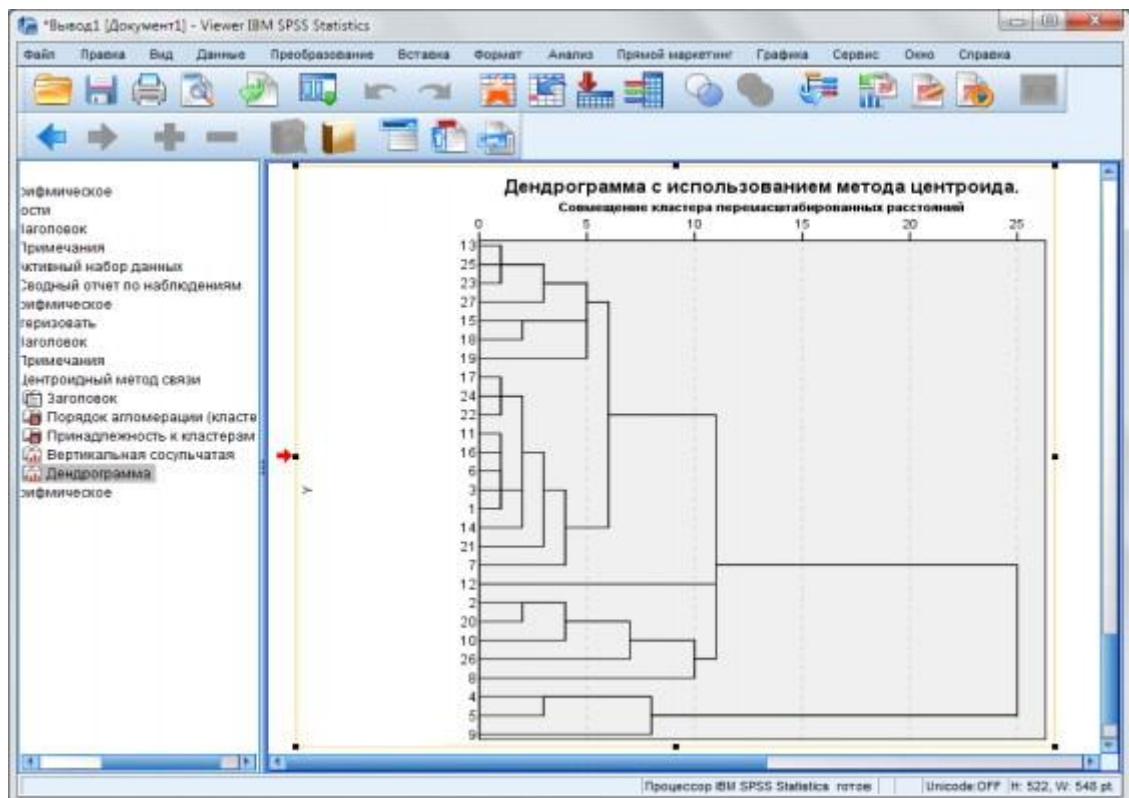


Рис. 9.10. Дендограма кластеризації

Завдання для індивідуальної роботи:

Варіант 1

Використовуючи метод кластерного аналізу (метод найближчого сусіда, метод об'єднання – квадрат евклідової відстані) визначити, які популяції рослини

найбільш схожі за морфологічними ознаками, а які найбільше відрізняються.

Ознаки	Номер популяції									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Висота рослини, см	25,8	49,1	45,4	50,2	47,4	47,6	51,6	46,8	22,0	33,4
Діаметр рослини, см	25,6	43,6	53,8	49,4	28,8	38,2	31,3	35,8	29,6	33,8
Число пагонів, шт.	29,3	42,1	39,6	38,6	42,5	42,9	45,1	35,1	52,9	36,6
Число листків на пагоні, шт.	17,3	15,1	15,9	13,3	16,3	17,3	17,3	19,3	14,7	15,3
Довжина листка, см	5,75	3,2	5,3	2,5	2,3	2,5	6,3	5,5	5,2	5,3
Ширина листка, см	3,1	2,8	5,6	1,8	2,7	1,9	1,6	3,9	2,5	2,6

Варіант 2

Використовуючи метод кластерного аналізу (метод найближчого сусіда, метод об'єднання – квадрат евклідової відстані) визначити, які популяції рослини найбільш схожі за морфологічними ознаками, а які найбільше відрізняються.

Ознаки	Номер популяції									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Висота рослини, см	41,6	38,4	52,1	58,8	49,3	47,3	46,2	47,5	58,7	32,9
Діаметр куща, см	25,1	21,8	29,6	25,3	29,0	36,5	29,1	31,6	47,0	32,9
Кількість вегетативних пагонів, шт.	4,2	2,1	6,0	5,9	5,2	12,5	6,8	19,0	5,0	3,7
Кількість листків на пагоні, шт.	16,7	11,5	18,2	16,5	11,2	11,9	10,6	10,9	19,7	12,3
Довжина листка, см	13,4	11,2	11,2	9,6	10,8	19,2	11,2	15,8	12,5	10,0
Ширина листка, см	2,1	4,1	2,8	2,8	3,1	1,9	3,1	1,7	2,4	2,3

Варіант 3

Використовуючи метод кластерного аналізу (метод найближчого сусіда, метод об'єднання – квадрат евклідової відстані) визначити екологічний стан ґрунтів певного регіону.

Ознаки	Вид ґрунту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Сухий залишок, %	33,3	15,2	68,9	32,8	18,8	15,4	11,5	15,7	11,5	16,2
Фосфор(заг.), %	0,15	0,12	0,35	0,17	0,14	0,05	0,06	0,11	0,13	0,12
Нітроген (заг.), %	1,15	0,63	2,32	1,15	0,73	0,52	0,33	0,61	0,47	0,66
Залізо (заг.), %	16	21	12	21	22	11	10	19	13	15
pH	4,90	4,53	4,82	4,84	7,93	3,78	4,59	4,16	5,13	4,43

Карбонати, %	5,34	3,24	6,68	4,22	3,11	3,67	2,13	3,13	2,87	2,34
--------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Варіант 4

Використовуючи метод кластерного аналізу (метод найближчого сусіда, метод об'єднання – квадрат евклідової відстані) визначити екологічний стан ґрунтів певного регіону.

Ознаки	Вид ґрунту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Сухий залишок, %	9,9	70,6	8,9	19,8	26,2	11,8	10,7	8,3	13,5	15,9
Фосфор(заг.), %	0,10	0,13	0,01	0,08	0,08	0,07	0,13	0,08	0,05	0,08
Нітроген(заг.), %	0,7	1,8	0,2	0,5	0,8	0,45	0,43	0,33	0,31	0,52
Залізо (заг.), %	18	80	12	22	28	75	72	88	23	15
pH	4,70	3,65	3,63	4,04	3,93	5,77	4,54	4,76	4,40	4,13
Карбонати, %	2,37	7,24	2,68	4,42	3,61	3,71	3,13	3,73	4,07	2,84

Варіант 5

Використовуючи метод кластерного аналізу (метод найближчого сусіда, метод об'єднання – квадрат евклідової відстані) визначити екологічний стан ґрунтів певного регіону.

Ознаки	Вид ґрунту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Сухий залишок, %	8,7	41,2	18,9	9,8	6,1	14,8	21,7	18,3	8,4	32,2
Фосфор(заг.), %	0,11	0,15	0,01	0,18	0,18	0,05	0,11	0,08	0,05	0,12
Нітроген(заг.), %	0,7	2,3	1,5	1,1	0,8	0,51	0,43	0,33	0,31	0,58
Залізо (заг.), %	21	48	22	25	38	75	72	78	23	25
pH	5,0	4,5	3,3	4,4	3,3	4,7	4,5	5,7	4,4	5,5
Карбонати, %	1,41	2,24	2,88	4,42	3,61	3,71	3,33	3,73	4,07	2,87

Питання для самоконтролю:

1. Вимоги до вихідних даних для кластерного аналізу.
2. Методи нормування вихідних вибірок.
3. Алгоритм проведення кластерного аналізу.
4. Методи кластеризації даних.
5. Інтерпретація графічних результатів аналізу.
6. Теоретичні та практичні аспекти кластерного аналізу в екології.

Практична робота № 10

Тема: Однофакторний дисперсійний аналіз

Мета: сформувати вміння виявляти фактори (контрольовані чинники), які впливають на кінцевий результат досліджень. Набути навичок у процесі проведення однофакторного дисперсійного аналізу в Excel.

Хід роботи

Приклад. Експериментально визначено кількість викидів у атмосферу оксиду карбону (IV) (в тоннах) різними підприємствами за рік. Досліджуємо вплив одного фактору (вид діяльності підприємства) на кількість викидів.

Крок 1. Вихідні експериментальні дані заносимо в таблицю Microsoft Excel як показано в табл.10.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		січень	лютий	березень	квітень	травень	червень	липень	серпень	вересень	жовтень	листопад	грудень
2	П1	0,111	0,136	0,198	0,141	0,132	0,121	0,132	0,155	0,167	0,115	0,111	0,118
3	П2	0,151	0,187	0,135	0,185	0,176	0,195	0,194	0,158	0,163	0,165	0,125	0,171
4	П3	0,132	0,108	0,134	0,123	0,115	0,121	0,142	0,147	0,101	0,103	0,105	0,111
5	П4	0,181	0,178	0,178	0,178	0,178	0,179	0,182	0,178	0,178	0,178	0,178	0,178
6	П5	0,123	0,122	0,112	0,132	0,111	0,133	0,116	0,117	0,112	0,102	0,112	0,108
7	П6	0,117	0,167	0,182	0,198	0,177	0,177	0,172	0,179	0,167	0,197	0,171	0,167
8	П7	0,189	0,189	0,194	0,195	0,199	0,203	0,205	0,198	0,195	0,189	0,189	0,189
9	П8	0,134	0,135	0,114	0,144	0,145	0,148	0,147	0,145	0,138	0,138	0,134	0,134
10	П9	0,188	0,186	0,148	0,157	0,181	0,182	0,188	0,186	0,178	0,148	0,148	0,174
11	П10	0,201	0,221	0,211	0,219	0,201	0,211	0,213	0,213	0,214	0,214	0,211	0,212

Рис.10.1. Вихідна Excel-таблиця з даними кількості викидів у атмосферу CO₂ (в тоннах) різними підприємствами за рік.

Крок 2. Для вирішення задачі в MS Excel:

1. Виконуємо команду «Анализ данных» із меню «Данные».
2. У діалоговому вікні необхідно вибрати метод «Однофакторный дисперсионный анализ» та натиснути кнопку [OK] (рис.10.1.)

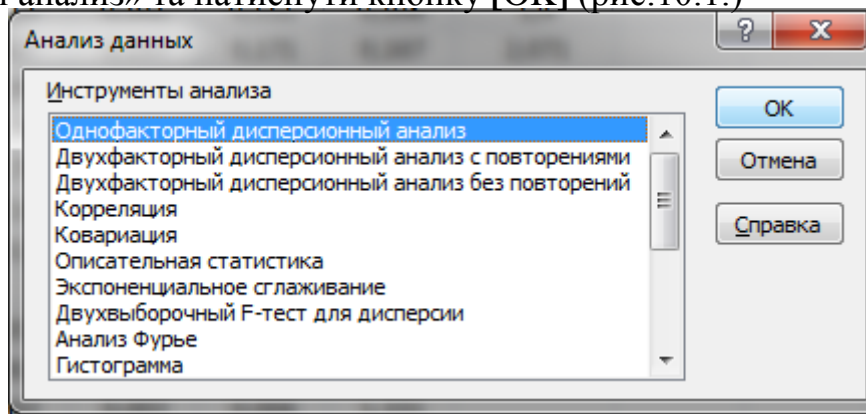


Рис.10.1. Вікно «Анализ данных» Отримуємо результати як показано в таблиці 10.2.

Таблиця 10.2. Результати розрахунків

	A	B	C	D	E	F	G
1	Однофакторный дисперсионный анализ						
2							
3	ИТОГИ						
4	<i>Группы</i>	<i>Счет</i>	<i>Сумма</i>	<i>Среднее</i>	<i>Дисперсия</i>		
5	Столбец 1	10	1,527	0,1527	0,001152678		
6	Столбец 2	10	1,629	0,1629	0,001289433		
7	Столбец 3	10	1,606	0,1606	0,001318933		
8	Столбец 4	10	1,672	0,1672	0,001039956		
9	Столбец 5	10	1,615	0,1615	0,001102722		
10	Столбец 6	10	1,67	0,167	0,001137111		
11	Столбец 7	10	1,691	0,1691	0,001087433		
12	Столбец 8	10	1,676	0,1676	0,000812044		
13	Столбец 9	10	1,613	0,1613	0,001238678		
14	Столбец 10	10	1,549	0,1549	0,001608989		
15	Столбец 11	10	1,484	0,1484	0,001368489		
16	Столбец 12	10	1,562	0,1562	0,001292844		
17							
18							
19	Дисперсионный анализ						
20	<i>Источник вариации</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-Значение</i>	<i>F критическое</i>
21	Между группами	0,004750567	11	0,00043187	0,358663214	0,96890112	1,878388237
22	Внутри групп	0,1300438	108	0,00120411			
23							
24	Итого	0,134794367	119				

Аналізуючи дані таблиці 10.2. пригадаємо, що *MS Excel* використовує наступні позначення:

- *SS* – сума квадратів,
- *df* – ступені вільності,
- *MS* – середній квадрат (дисперсія),
- *F* – F-статистика Фішера (фактичне значення),
- *p-значення* – значимість дисперсійного аналізу по кожному фактору окремо;
- *F-критичне* - критичне значення F-статистики при $p = 0,05$.

З даних табл. 10.2. можемо зробити висновки про правильність проведення дослідів. Критерій *P* менше *F*-критерію, отже критерій Фішера є значимим. Розсіювання даних незначне як за видом підприємства, так і впродовж року. Величина міжгрупової дисперсії становить 0,005, внутрішньогрупової – 0,13.

Критерій *P* менше *F*-критерію, отже критерій Фішера є достовірним.

З даних експерименту можемо виявити також як змінювалась ситуація за місяцями. Для цього достатньо знайти різницю між двома місяцями і сформулювати електронну таблицю даних. (табл.10.3.)

Таблиця 10.3.

Різниця між двома місяцями

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		січень	лютий	березень	квітень	травень	червень	липень	серпень	вересень	жовтень	листопад	грудень	разом за рік
2	П1	0,111	0,136	0,198	0,141	0,132	0,121	0,132	0,155	0,167	0,115	0,111	0,118	1,637
3	П2	0,151	0,187	0,135	0,185	0,176	0,195	0,194	0,158	0,163	0,165	0,125	0,171	2,005
4	П3	0,132	0,108	0,134	0,123	0,115	0,121	0,142	0,147	0,101	0,103	0,105	0,111	1,442
5	П4	0,181	0,178	0,178	0,178	0,178	0,179	0,182	0,178	0,178	0,178	0,178	0,178	2,144
6	П5	0,123	0,122	0,112	0,132	0,111	0,133	0,116	0,117	0,112	0,102	0,112	0,108	1,4
7	П6	0,117	0,167	0,182	0,198	0,177	0,177	0,172	0,179	0,167	0,197	0,171	0,167	2,071
8	П7	0,189	0,189	0,194	0,195	0,199	0,203	0,205	0,198	0,195	0,189	0,189	0,189	2,334
9	П8	0,134	0,135	0,114	0,144	0,145	0,148	0,147	0,145	0,138	0,138	0,134	0,134	1,656
10	П9	0,188	0,186	0,148	0,157	0,181	0,182	0,188	0,186	0,178	0,148	0,148	0,174	2,064
11	П10	0,201	0,221	0,211	0,219	0,201	0,211	0,213	0,213	0,214	0,214	0,211	0,212	2,541
12	разом за місяць	1,527	1,629	1,606	1,672	1,615	1,67	1,691	1,676	1,613	1,549	1,484	1,562	
13		різниця між місяцями												
14		0,025	0,062	-0,057	-0,009	-0,011	0,011	0,023	0,012	-0,052	-0,004	0,007	1,519	
15		0,036	-0,052	0,05	-0,009	0,019	-0,001	-0,036	0,005	0,002	-0,04	0,046	1,834	
16		-0,024	0,026	-0,011	-0,008	0,006	0,021	0,005	-0,046	0,002	0,002	0,006	1,331	
17		-0,003	0	0	0	0,001	0,003	-0,004	0	0	0	0	1,966	
18		-0,001	-0,01	0,02	-0,021	0,022	-0,017	0,001	-0,005	-0,01	0,01	-0,004	1,292	
19		0,05	0,015	0,016	-0,021	0	-0,005	0,007	-0,012	0,03	-0,026	-0,004	1,904	
20		0	0,005	0,001	0,004	0,004	0,002	-0,007	-0,003	-0,006	0	0	2,145	
21		0,001	-0,021	0,03	0,001	0,003	-0,001	-0,002	-0,007	0	-0,004	0	1,522	
22		-0,002	-0,038	0,009	0,024	0,001	0,006	-0,002	-0,008	-0,03	0	0,026	1,89	
23		0,02	-0,01	0,008	-0,018	0,01	0,002	0	0,001	0	-0,003	0,001	2,329	

Дані рисунку можна представити графічно у вигляді гістограми, де чітко спостерігається зменшення чи збільшення викидів забруднювальної речовини у повітря (рис.10.2.).

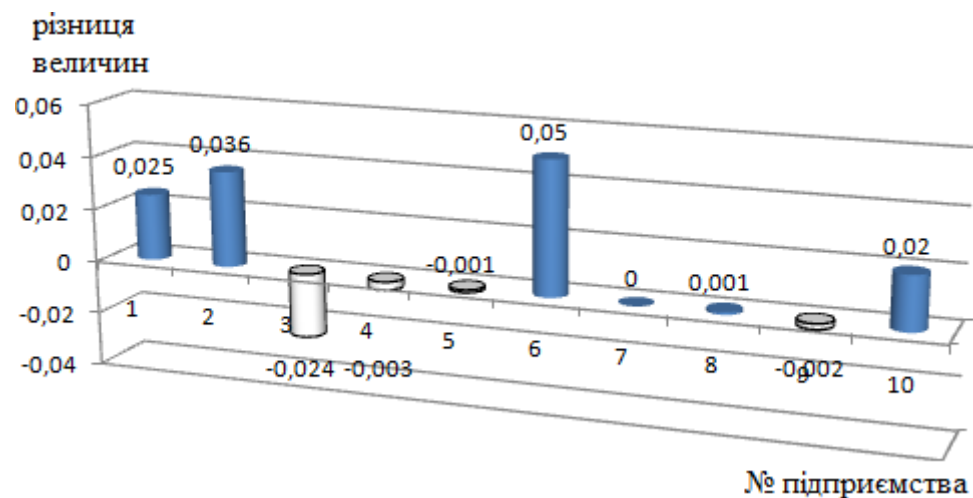


Рис. 10.2. Різниця викидів за 2 місяці (січень-лютий).

Аналогічно можемо побудувати діаграму даних за рік, і виявити, яке з підприємства найбільше забруднює атмосферне повітря.

Завдання для індивідуальної роботи:

Завдання 1. Провести дослідження і виявити структуру взаємозв'язків між змінними використовуючи метод одно факторного дисперсійного аналізу. Результати представити табличним, графічним та аналітичним способом.

Варіант 1.

Дано результати досліджень викидів метану (т/рік) підприємствами за різний період.

№п/п	Роки								
	2000	2003	2006	2009	2012	2015	2018	2019	2020
1	0,1734	0,1831	0,1965	0,1623	0,1634	0,1453	0,1674	0,1935	0,1541
2	0,1521	0,1823	0,1662	0,1236	0,1542	0,1555	0,1522	0,1841	0,1343
3	0,1341	0,1912	0,1516	0,1305	0,1104	0,1251	0,1171	0,1043	0,1214
4	0,1239	0,1322	0,1165	0,1223	0,1034	0,1153	0,1047	0,1145	0,1111
5	0,1145	0,1331	0,1541	0,1341	0,1432	0,1424	0,1273	0,1448	0,1301
6	0,1632	0,1838	0,1823	0,1723	0,1683	0,1953	0,1271	0,1345	0,1084
7	0,1173	0,1732	0,1425	0,1662	0,1684	0,1558	0,1584	0,1621	0,1741

Варіант 2.

Дано результати досліджень викидів діоксиду карбону (т/рік) підприємствами за різний період.

№п/п	Роки								
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008		
1	4837	4831	4653	4623	4138	4314	4253	4623	4684
2	3521	4 823	4162	3236	3542	4 822	4361	3236	2034
3	3413	3123	3511	3305	3104	3172	3742	3255	2432
4	2394	3521	2171	4221	2034	3525	2361	4231	3683
5	3145	3135	2583	2341	2432	3231	2853	2341	2138
6	4632	4183	3823	3237	3683	4283	3238	3237	3542
7	4173	4713	4422	3966	4684	4415	4242	3718	3904

Варіант 3.

Дано результати досліджень викидів твердих відходів (т/рік) підприємствами за різний період.

№п/п	Роки								
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
1	3243	2034	3525	2361	3823	3237	3683	4283	3238
2	2341	2432	3231	2853	4422	3966	4684	4415	4242
3	3237	3783	4283	3238	2394	3521	2171	4623	4138
4	3138	3237	3542	3238	3145	3135	3581	3236	3542
5	4242	3718	3904	4242	4632	4183	3823	3202	3104
6	4138	4314	4253	4138	4173	4713	4422	4224	2034
7	3532	4 822	4361	3542	4162	3236	3542	4 712	4361
8	2104	3172	3742	3284	3514	3215	3108	2382	3742

Варіант 4.

Дано результати досліджень викидів різних забруднювальних речовин –ЗР (т/рік) за 1 рік.

ЗР	січень	лютий	березень	квітень	травень	червень	липень	серпень
CO ₂	4837	4831	4653	4623	4138	4314	4253	4115
NO ₂	5,21	8,23	4,62	3,36	3,54	4,22	4,31	4,12
NO	0,134	0,123	0,151	0,130	0,104	0,172	0,142	0,134
SO ₂	0,234	0,211	0,271	0,221	0,214	0,125	0,121	0,131
SO ₃	6,124	6,335	6,583	6,341	6,432	6,823	6,895	6,311
CH ₄	0,146	0,148	0,182	0,137	0,168	0,183	0,178	0,174
CO	3,173	3,27	3,42	3,47	3,58	3,74	3,82	3,53

Варіант 5.

Дано результати досліджень викидів різних забруднювальних речовин – ЗР (т/рік) за 1 рік.

ЗР	червень	липень	серпень	вересень	жовтень	листопад	грудень
CO ₂	4582	4718	4332	4253	4318	4414	4858
CO	3,134	3,127	3,127	3,173	3,352	3,474	3,581
NO ₂	7,11	8,04	8,34	7,83	6,54	5,72	5,81
NO	0,173	0,144	0,118	0,128	0,143	0,162	0,135
SO ₂	0,204	0,221	0,218	0,232	0,234	0,145	0,143
SO ₃	6,305	6,358	6,581	6,348	6,731	6,828	6,958
CH ₄	0,132	0,154	0,128	0,127	0,158	0,143	0,183

Питання для самоконтролю:

1. Поняття дисперсії.
2. Задачі дисперсійного аналізу.
3. Фактори, що розглядаються у дисперсійному аналізі.
4. Види дисперсії.
5. Однофакторний дисперсійний аналіз.
6. Переваги та недоліки дисперсійного аналізу.
7. Поняття, види та алгоритм проведення факторного аналізу.
8. Теоретичні та практичні аспекти факторного аналізу в екології.
9. Галузі застосування багатовимірних статистичних методів.

Практична робота № 11

Тема: Двохфакторний дисперсійний аналіз з повтореннями

Мета: сформувати вміння виявляти фактори (контрольовані чинники), які впливають на кінцевий результат досліджень. Набути навичок у процесі проведення двохфакторного дисперсійного аналізу з повтореннями в Excel.

Хід роботи

Приклад. Двохфакторний аналіз з даними, що повторюються дозволяє врахувати вплив окремих факторів та їх взаємодію на результативну ознаку. Нехай маємо деякий набір даних (табл. 11.1.)

Таблица 11.1.

**Таблица вихідних даних
для двохфакторного дисперсійного аналізу з повторенням**

	A	B	C	D	E
1		захворюваність (на 100 працівників), %			
2	Завод	Рік		Цех (фактор 1)	
3	(фактор 2)	(повторюваність)	<i>Доменний</i>	<i>Мартенівський</i>	<i>Прокатний</i>
4	№1	2018	22,3	24,5	43,8
5		2019	21,7	27,4	48,5
6		2020	25,2	28,3	37,6
7	№2	2018	13,1	45,5	51,3
8		2019	18,2	48,4	55,1
9		2020	14,4	41,6	42,3
10	№3	2018	21,6	34,5	18,1
11		2019	28,5	35,8	22,2
12		2020	27,4	32,7	25,7
13	№4	2018	16,3	33,7	41,2
14		2019	22,8	27,1	38,8
15		2020	23,7	28,2	34,5
16	№5	2018	11,2	45,3	32,1
17		2019	14,2	38,2	38,6
18		2020	12,3	39,4	37,4

Для вирішення задачі в *MS Excel*:

1. Виконуємо команду «Анализ данных» із меню «Данные».
2. У діалоговому вікні необхідно вибрати метод «Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями» та натиснути кнопку [ОК](рис.11.1.).

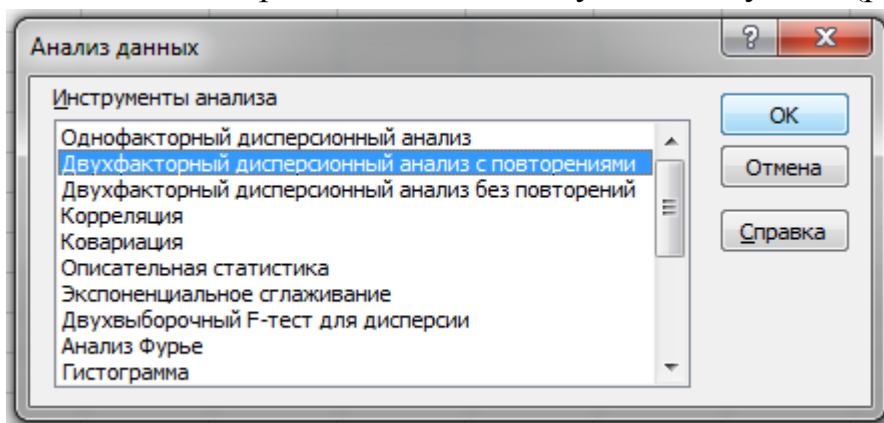


Рис. 11.1. Діалогове вікно «Анализ данных».

У вікні «Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями» установіть для вхідних даних наступні параметри (табл. 11.2.):

Таблица 11.2.

**Діалогове вікно
«Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями»**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		захворюваність (на 100 працівників), %										
2	Завод	Рік	Цех (фактор 1)									
3	(фактор 2)	(повторюваність)	Доменный	Мартенієвський	Прокатний							
4	№1	2018	22,3	24,5	43,8							
5		2019	21,7	27,4	48,5							
6		2020	25,2	28,3	37,6							
7	№2	2018	13,1	45,5	51,3							
8		2019	18,2	48,4	55,1							
9		2020	14,4	41,6	42,3							
10	№3	2018	21,6	34,5	18,1							
11		2019	28,5	35,8	22,2							
12		2020	27,4	32,7	25,7							
13	№4	2018	16,3	33,7	41,2							
14		2019	22,8	27,1	38,8							
15		2020	23,7	28,2	34,5							
16	№5	2018	11,2	45,3	32,1							
17		2019	14,2	38,2	38,6							
18		2020	12,3	39,4	37,4							

Примітка: Обов'язково у інтервалі повинні бути включені назви факторів у вигляді одного стовпця зліва та одного рядка зверху.

Число рядків для вибірки: 3.

Мітки (входной диапазон не содержит метки). Альфа (уровень значимости = 0,05).

Для параметрів виводу встановити положення «Новый рабочий лист».

Заповнені вихідні параметри у діалоговому вікні повинні виглядати наступним чином (рис. 11.2.).

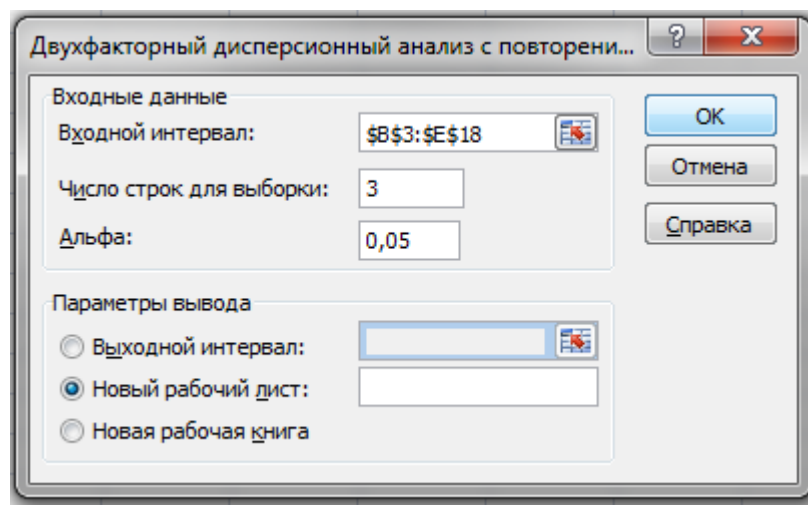


Рис. 11.2. Діалогове вікно для задання параметрів

Отримуємо результати (табл. 11.3.)

**Основні результати
двохфакторного дисперсійного аналізу з повторенням**

40							
41	Дисперсионный анализ						
42	<i>Источник вариации</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-Значение</i>	<i>F критическое</i>
43	Выборка	434,5369	4	108,6342	8,192901	0,000136895	2,689627574
44	Столбцы	2957,363	2	1478,682	111,5182	1,28551E-14	3,315829501
45	Взаимодействие	1900,212	8	237,5266	17,91361	1,8017E-09	2,266163274
46	Внутри	397,7867	30	13,25956			
47							
48	Итого	5689,899	44				

Пригадаємо, що *MS Excel* використовує наступні позначення: *SS* – сума квадратів, *df* – ступені вільності, *MS* – середній квадрат (дисперсія), *F* – *F*-статистика Фішера (фактичне значення), *p-значення* – значимість дисперсійного аналізу по кожному фактору окремо; *F-критичне* – критичне значення *F*-статистики при $p = 0,05$.

Основні висновки з отриманих результатів (табл. 11.4.) полягають у наступному: Конкуруюча гіпотеза може бути прийнята для фактора 1 і для фактора 2, а так само їх взаємного впливу, тому що у всіх випадках виконується нерівність $F > F_{кр}$. Ухвалення конкуруючої гіпотези підтверджується і величинами значимості, що задовольняють умові $P < 0,05$.

Примітка. Рівні значущості *P* в рядках підсумкової таблиці «Стовпці» та «Взаємодія» наведені в компактній, експоненціальній формі. Наприклад: число 1,8017E-09 виглядає в звичайній записи як +0,0000000018017. E-09 позначає, що перша значуща цифра стоїть на дев'ятому місці після коми.

Таким чином, можна вважати доведеним, з високим ступенем статистичної достовірності, ізольований і комплексний вплив умов праці на показники захворюваності працівників на заводі.

Сума квадратів, обумовлена впливом першого фактора (найменування цеху), дорівнює 434,5369. Сума квадратів, обумовлена впливом другого чинника (номер заводу), дорівнює 2957,363. Залишкова, внутрішньогрупова сума квадратів (похибка) дорівнює 397,7867. Залишкова, внутрішньогрупова дисперсія (похибка) дорівнює 13,25956.

Завдання для індивідуальної роботи.

Використовуючи програмне забезпечення *MS Excel* провести двухфакторний дисперсійний аналіз із даними, що повторюються. Результати представити у вигляді таблиці. Зробити необхідні висновки.

Варіант 1.

Вміст завислих речовин, мг/дм ³
--

Річки	Рік	Пора року			
		зима	весна	літо	осінь
Тиса	2017	11,2	12,3	13,8	14,1
	2018	11,8	14,3	14,5	13,8
	2019	12,0	14,8	15,2	14,5
Боржава	2017	10,0	12,2	12,8	12,2
	2018	9,7	11,2	12,5	12,5
	2019	8,3	8,2	8,9	8,6
Латориця	2017	7,6	8,4	7,7	8,8
	2018	9,4	10,3	10,8	10,5
	2019	10,2	10,8	11,4	11,7
Уж	2017	12,1	13,2	13,6	13,1
	2018	11,6	14,8	14,3	14,7
	2019	11,0	15,0	14,8	14,4

Варіант 2.

Приріст зайців, особи (за добу)					
Ділянки проживання	Рік	Пора року			
		зима	весна	літо	осінь
Листяні ліси	2015	117	423	384	416
	2016	61	443	456	438
	2017	76	438	493	484
	2018	100	402	478	472
Хвойні ліси	2015	97	322	425	518
	2016	83	349	482	563
	2017	76	348	537	568
	2018	94	403	508	495
Природні луки	2015	102	481	534	573
	2016	161	563	556	581
	2017	116	478	542	542
	2018	110	510	678	564

Варіант 3.

Об'єм викидів, м ³ (за добу)					
Швидкість викиду V, м/с	Діаметр труби d, м	Висота труби H, м			
		H=32	H=63	H=54	H=75
V=2	d = 4	112	245	225	384
	d = 6	156	321	284	432
	d = 8	202	398	313	518
	d = 10	254	434	382	586
V=3	d = 4	182	257	239	404
	d = 6	263	341	314	523
	d = 8	292	408	403	588

	d = 10	345	495	457	662
V=4	d = 4	200	274	239	412
	d = 6	263	341	284	578
	d = 8	292	408	303	683
	d = 10	345	495	372	697

Варіант 4.

Вміст розчиненого кисню, мг O ₂ /дм ³					
Річки	Рік	Пора року			
		зима	весна	літо	осінь
Іршавка	2017	13,4	13,3	13,1	13,5
	2018	11,7	11,4	12,1	12,1
	2019	12,0	12,8	12,2	12,3
	2020	11,0	11,6	12,1	12,0
Бронька	2017	12,7	12,7	12,5	12,8
	2018	13,3	12,2	12,9	12,6
	2019	13,6	12,4	12,7	13,8
	2020	11,4	10,7	10,8	10,9
Синявка	2017	10,2	10,8	11,2	11,5
	2018	14,2	13,4	13,7	13,8
	2019	13,8	14,8	14,1	14,7
	2020	14,0	14,0	14,8	14,2

Питання для самоконтролю:

1. Двофакторний дисперсійний аналіз.
2. Класифікація факторів за різними ознаками.
3. Дискримінантні функції та їх геометрична інтерпретація.
4. Розрахунок коефіцієнтів дискримінантної функції.
5. Класифікація при наявності двох навчальних вибірок.
6. Класифікація при наявності k навчальних вибірок.

Практична робота № 12

Тема: Двофакторний дисперсійний аналіз із даними без повторень

Мета: сформулювати вміння виявляти фактори (контрольовані чинники), які впливають на кінцевий результат досліджень. Набути навичок у процесі проведення двофакторного дисперсійного аналізу в Excel.

Хід роботи

Приклад. Групі чоловіків та жінок запропонували послухати звук різної гучності. Час відповіді фіксували у мілісекундах. Необхідно визначити, чи впливає на реакцію стать та гучність. Отримані дані занесені до таблиці (табл. 12.1.) .

Таблиця. 12.1.

Вихідні дані для аналізу

	A	B	C	D	E	F
1			гучність звуку, дБ			
2	стать	10	20	30	40	50
3	жінки	272	254	233	202	182
4	чоловіки	305	258	247	238	225

Для вирішення задачі в *MS Excel*:

1. Виконуємо команду «Анализ данных» із меню «Данные».
2. У діалоговому вікні (рис. 12.1.) необхідно вибрати метод «Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений» та натиснути кнопку [OK].

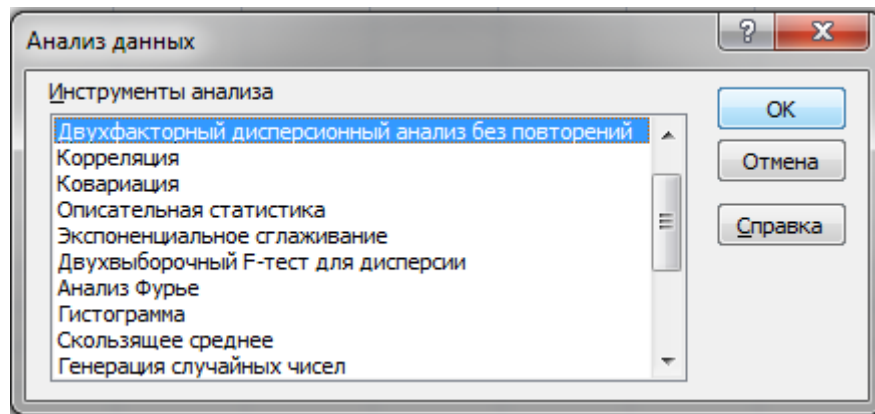


Рис. 12.1. Вікно «Анализ данных»

3. Отримуємо результат (табл. 12.2.).

Таблиця 12.2.

Результати аналізу

	A	B	C	D	E	F	G
1	Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений						
2							
3	ИТОГИ	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия		
4	Строка 1	5	1143	228,6	1356,8		
5	Строка 2	5	1273	254,6	940,3		
6							
7	Столбец 1	2	577	288,5	544,5		
8	Столбец 2	2	512	256	8		
9	Столбец 3	2	480	240	98		
10	Столбец 4	2	440	220	648		
11	Столбец 5	2	407	203,5	924,5		
12							
13							
14	Дисперсионный анализ						
15	Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
16	Строки	1690	1	1690	12,6829268	0,023558366	7,708647421
17	Столбцы	8655,4	4	2163,85	16,2390244	0,009704373	6,388232909
18	Погрешность	533	4	133,25			
19							
20	Итого	10878,4	9				

Примітка: *SS* - сума квадратів, *df* - ступені вільності, *MS* - середній квадрат (дисперсія), *F* - *F*-статистика Фішера (фактичне значення), *p-значення* - значимість дисперсійного аналізу по кожному фактору окремо; *F-критичне* - критичне значення *F*- статистики при $p=0,05$.

Аналізуючи дані табл.12.2. можемо відмітити, що оскільки критерій *F*-статистики для фактору «стать» більше за критичний рівень *F*-розподілу (стовбець «*F*-критическое»), то даний фактор має вплив на досліджуваний параметр (у нашому прикладі це час реакції на звук).

Сума квадратів, обумовлена впливом першого фактора (гучність звуку), дорівнює 1690. Сума квадратів, обумовлена впливом другого чинника (стать), дорівнює 8655,4. Залишкова, внутрішньогрупова сума квадратів (похибка) дорівнює 533. Залишкова, внутрішньогрупова дисперсія (похибка) дорівнює 133,25.

Завдання для індивідуальної роботи:

Використовуючи програмне забезпечення MS Excel провести двухфакторний дисперсійний аналіз із даними без повторень. Результати представити у вигляді таблиці. Зробити необхідні висновки.

Варіант 1.

Маса листка, гр.							
Висота листка, см	Ширина листка, см						
	a=2	a=3	a=4	a=5	a=6	a=7	a=8
h=3	1	2	3	4	5	6	7

h=4	2	3	4	5	6	7	8
h=5	3	5	8	10	11	13	15
h=6	4	7	8	11	14	15	17
h=7	5	10	11	13	16	18	21
h=8	5	11	13	14	18	22	24

Варіант 2.

Вік дітей	Гучність звуку, дБ						
	5	10	15	20	25	30	35
до 3 років	238	212	194	183	175	167	158
від 3 до 6 років	257	234	224	211	207	195	184
від 6 до 12 років	264	258	243	231	228	217	198
від 12 до 16 років	266	251	240	230	226	224	204
від 16 до 18 років	282	273	264	253	241	227	218

Варіант 3.

Висота листка, см	Маса листка, гр.						
	Ширина листка, см						
	a=2,5	a=3	a=3,5	a=4	a=4,5	a=5	a=5,5
h=2,3	1,8	2,1	3,2	4,4	5,6	6,2	7,6
h=3,4	2,1	3,6	4,8	5,3	6,8	7,0	8,3
h=3,7	3,5	5,8	8,3	10,2	11,5	13,4	15,5
h=4,2	4,2	7,2	8,7	11,5	14,8	15,5	17,7
h=4,7	5,1	10,4	11,3	13,2	16,9	18,3	21,3
h=5,2	5,7	11,1	13,8	14,3	18,4	22,7	24,3

Варіант 4.

Вік дорослих	Гучність звуку, дБ						
	5	10	15	20	25	30	35
від 20 до 30 років	267	264	257	241	237	225	218
від 30 до 40 років	271	265	254	248	238	228	205
від 40 до 50 років	276	271	251	250	245	236	217
від 50 до 60 років	280	277	263	251	253	247	221
від 60 до 70 років	289	282	271	258	261	256	234

Питання для самоконтролю:

1. Способи представлення інформації про результати дослідження: графічні, схематичні, табличні.
2. Корисність одержаних результатів.
3. Використання одного показника при виборі рішення, що пов'язане з ризиком. Дерево рішень.
4. Страхування на випадок невдалого рішення. 5.
5. Приклад вибору дій, необхідних для підвищення рівня споживання

природних ресурсів без суттєвого забруднення навколишнього середовища.

6. Використання одного показника при виборі рішення, що пов'язаний з ризиком .

7. Взаємозв'язок між дискримінантними змінними і дискримінантною функцією.

8. Теоретичні та практичні аспекти дискримінантного аналізу в екології.

9. Дослідження структури і функціонування екосистем.

Список використаних джерел

1. Барна І. М. Методи аналізу і контролю природного середовища: навчальний посібник. Тернопіль: редакційно-видавничий відділ ТНПУ, 2016. 171 с.
2. Голубець М. А. Екосистемологія. Львів: Освіта, 2000. 316 с.
3. Масікевич Ю. Г., Шестопапов О. В., Негадайло А. А. Теорія систем в екології : підручник. Суми : Сумський державний університет, 2015. 330 с.
4. Роман Л. Ю., Чундак С. Ю. Системний аналіз якості навколишнього середовища: методичні вказівки до лабораторних робіт. Ужгород: ТЕС, 2021. 74 с.
5. Сафранов Т. А., Адаменко Я. О., Приходько В. Ю. Системний аналіз якості навколишнього середовища: підручник. Одеса: ТЕС, 2014. 244 с.
6. Сорока К. О. Основи теорії систем і системного аналізу: навч. посіб. Х.: ХНАМГ, 2004. 291 с.
7. Яцишин Т. М. Системний аналіз якості навколишнього середовища: конспект лекцій. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2015. 72 с.

Навчально-методичне видання

Автори:
Гулай Любомир Дмитрович
Джам Олена Адамівна

Системний аналіз якості навколишнього середовища

Методичні вказівки до практичних робіт

Друкується в авторській редакції