

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВОЛИНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ**

Кафедра теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського

На правах рукопису

ШЕВЧУК ІВАН ПЕТРОВИЧ

**Проблема подібності та її роль у розвитку
теоретичної та математичної фізики**

Спеціальність 104 «Фізика та астрономія»

Освітня програма «Фізика та астрономія»

Робота на здобуття освітнього ступеня «Магістр»

Науковий керівник:

ТРОХИМЧУК ПЕТРО ПАВЛОВИЧ

кандидат фізико–математичних наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ЗАХИСТУ

Протокол № _____

засідання кафедри теоретичної та комп'ютерної
фізики імені А. В. Свідзинського

від _____ 20__ р.

Завідувач кафедри

_____ доц. Сахнюк В. Є.

Луцьк–2023

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1 КЛАСИЧНА ФІЗИКА.....	6
1.1. Механіка.....	6
1.2. Гідродинаміка.....	11
1.3. Оптика та акустика	20
РОЗДІЛ 2 ПОДІБНІСТЬ КВАНТОВОЇ ТА КЛАСИЧНОЇ МЕХАНІКИ	23
2.1. Хвильова функція квантової механіки та коливання в ідеальній рідині	23
2.2. Основи МСС та основи квантової механіки	29
РОЗДІЛ 3 ДЕЯКІ ІНШІ ПРОБЛЕМИ СУЧАСНОЇ ФІЗИКИ.....	33
3.1. Проблема подібності закону Снелла та черенковського випромінювання	33
3.2. Проблема подібності акустичних та електромагнітних критичних процесів.....	41
ВИСНОВКИ.....	57
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	58

ВСТУП

У сучасних наукових дослідженнях проблема подібності стає ключовим елементом для розробки нових теоретичних концепцій та виявлення загальних закономірностей, які можуть бути використані для уніфікації опису подібних явищ та процесів [1-47]. Відзначаючи визначальну роль подібності в аналізі та моделюванні фізичних систем, ця кваліфікаційна робота присвячена розгляду та розкриттю важливості цього поняття в контексті становлення та розвитку сучасної теоретичної та математичної фізики.

Історія розвитку фізики показує, як розуміння подібності зіграло вирішальну роль у формулюванні ряду законів і принципів, що описують природу. У такому контексті дослідження проблеми подібності стає необхідним етапом для досягнення більш ефективних і точних результатів.

Метою цього дослідження є аналіз різних підходів до розуміння та використання подібності в теоретичній та математичній фізиці. Враховуючи важливість подібності в контексті теоретичних концепцій та її застосування до опису явищ, дослідження спрямоване на виявлення нових можливостей для розвитку областей, заснованих на концепції подібності. Аналізуючи переваги та недоліки існуючих підходів, ця робота сприятиме вдосконаленню методів дослідження та розв'язанню складних фізичних задач, а також визначить перспективи подальшого розвитку цих галузей науки.

У цій кваліфікаційній роботі ми спробуємо розглянути та проаналізувати проблему подібності та її істотну роль у контексті розвитку як теоретичної, так і математичної фізики.

Почнемо з розкриття суті проблеми подібності у фізичних науках. Визначимо основні поняття та підходи, які використовуються для аналізу різних фізичних систем. Огляд розвитку цієї проблеми дозволить нам зрозуміти, як вона виникла та розвивалася з часом.

Далі ми розглянемо, як проблема подібності впливає на теоретичні проблеми фізики. Визначимо, як це допомагає сформулювати загальні принципи та закони, що визначають рух і властивості об'єктів у фізичному просторі. Розглянемо приклади успішного використання подібності в теоретичних

моделях, а також визначимо її обмеження та можливості для розвитку нових концепцій.

Актуальність дослідження. Сучасний розвиток фізики обумовлений великою кількістю задач, серед яких ключову роль відіграє проблема подібності, включаючи проблему створення лазерних технологій.

Мета даної роботи полягає у системному вивченні та аналізі проблеми подібності та визначенні її ключової ролі у розвитку теоретичної та математичної фізики.

Об'єкт дослідження. Хвильова функція та коливання в ідеальній рідині, основи МСС та основи квантової механіки, проблема подібності закону Снелла та черенковського випромінювання та проблема подібності акустичних та електромагнітних критичних процесів, число Рейнольдса, магнітне число Рейнольдса, число Прандтля, магнітне число Прандтля, число Нуссельта, число Релея, число Пекле, число Шмідта, Ньютонівська схема інтерференції, інтерференційний дослід Юнга, хвилі де Бройля, акустичні та електромагнітні ударні процеси.

Предметом дослідження. Проблема подібності в теоретичній та математичній фізиці та її застосування для розв'язування задач з теоретичної фізики та релаксаційної оптики.

Наукова новизна. У дипломній роботі проведений системний аналіз теорії проблеми подібності в гідроакустиці та оптиці, класичній та квантовій фізиці, ударних електромагнітних та акустичних процесів.

Особистий внесок автора. Проведений системний аналіз подібності акустичної та оптичної інтерференції, основних понять класичної механіки, механіки суцільних середовищ та квантової механіки, мікроскопічної та макроскопічної теорії черенковського випромінювання, електромагнітних та акустичних ударних процесів.

Структура роботи. Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел та літератури, що має 47 найменувань. Повний об'єм роботи 62 сторінки.

Апробація роботи: Результати кваліфікаційної роботи були представлені на таких конференціях:

1. XXIII international young scientists conference on applied physics (ICAP 2023), May, 16-20, Kiyiv: Taras Shevchenko National University, 2023.
2. V Int. Conf. “Actual problems of fundamental science” Dedicated to the 380th anniversary of the birth of Isaac Newton (APFS-2023), base “HART”, VNU, June 01-05, 2023.

РОЗДІЛ 1

КЛАСИЧНА ФІЗИКА

1.1 Механіка

Проблема подібності є важливим аспектом класичної механіки, що виникає при моделюванні та аналізі фізичних явищ [11]. Ця проблема полягає в пошуку умов, за яких різні фізичні системи можна вважати подібними, тобто взаємозамінними за певних умов. У цьому вузькоспеціалізованому дослідженні ми розглянемо сутність проблеми подібності та її роль у розвитку класичної механіки.

В цілому ця проблема була сформульована в чотирьох правилах умовиводів у фізиці І. Ньютона [43]:

Правило 1. Не треба вимагати від природи інших причин понад ті, які істинні та достатні для пояснення явищ.

Правило 2. Тому, на скільки можливо, одні й ті ж причини ми повинні приписувати проявам природи однакового роду.

Правило 3. Такі властивості тіл, які не можуть бути ні підсилювані, ні послаблювані і які є у всіх тілах, над якими можна проводити випробовування, повинні вважатися за властивості всіх тіл взагалі.

Правило 4. В експериментальній філософії пропозиції, що виведені з явищ за допомогою загальної індукції повинні вважатися за точні чи приблизно правильні, не дивлячись на можливість протилежних їм гіпотез, поки не знайдуться явища, якими вони або ж більше уточняться або ж будуть визнані за недійсні.

Сама ідея подібності закладена в правилі 2.

Ці чотири правила були сформульовані для створення теоретичних наук, та є розширенням аксіоматичного методу Евкліда на всі без винятку галузі знань. Правило 4 було включено лише в третьому виданні Ньютонових «Начала натуральної філософії».

В цей час було сформульовано поняття математики та вимірюваної величини. Підтвердженням цього є вислів одного з “батьків” математики XVIII-го століття німецького філософа та математика, учня В.Ляйбніца, Х.Вольфа (1716 р.) [13-15]: “Математика – наука міряти все, що можна виміряти. Звичайно її описують як науку про кількості, науку про величини, тобто про ті речі, які можуть збільшуватись або зменшуватись. Оскільки всі скінченні речі можуть вимірюватись у всьому тому, що вони мають у собі скінченного, тобто чим вони є, то на світі немає нічого, до чого не можна було б застосовувати математику, й оскільки не можна мати ніякого точнішого пізнання, ніж коли властивості речей можна виміряти, то математика приводить нас до найбільш досконалого пізнання всіх можливих у світі речей”.

Саме ж поняття вимірюваної величини було сформульовано учнем Х.Вольфа, “королем” математики XVIII-го століття, Л.Ейлером [13-15]:

1. Насамперед величиною називається все те, що здатне збільшуватись або зменшуватись, або те, до чого можна щось додати або від чого можна щось відняти.

2. Існує дуже багато різного роду величин, які не піддаються рахунку, і від них походять різні розділи математики, кожен з яких має справу зі своїм родом величин. Математика взагалі є ні що інше як наука про величини, що займається знаходженням способів, як вимірювати останні.

3. Однак неможливо визначити чи виміряти одну величину інакше, як прийняти в якості відомого іншу величину цього ж роду та вказати співвідношення, в якому вона знаходиться до неї.

4. При визначенні чи вимірюванні величини всякого роду ми приходимо таким чином до того, що насамперед встановлюється певна відома величина того ж роду, яка називається мірою або одиницею і залежить виключно від нашого вибору. Потім визначається, в якому відношенні знаходиться відповідна величина до тієї міри, що завжди виражається через числа. Таким чином вимірювання є ні чим іншим, як відношенням, в якому одна величина знаходиться до іншої, що прийнята за одиницю.

Грубо кажучи, друге правило ньютонівських умовивдів потрібно синтезувати з виразами Вольфа та Ейлера [15].

Саме цей синтез через аналіз розмірностей і дозволив створити основи теорії подібності в сучасній механіці.

Почнемо з розгляду основних понять подібності в механіці [11]. Поняття подібності стосується властивості фізичних систем бути взаємозамінними за певних умов. Це може включати подібні розміри, форму та властивості матеріалу. Проблема подібності виникає, коли ми хочемо вивчити фізичні явища, подібні або подібні за певними параметрами, але в різних масштабах або за інших умов.

Проблема подібності може бути сформульована в контексті рівнянь руху та взаємодії між об'єктами. Основне завдання – знайти такі значення фізичних параметрів, які забезпечують однакові рівняння руху для різних систем. Це важливо не тільки для теоретичних розрахунків, а й для експериментальних досліджень, коли важко або неможливо повністю відтворити реальні умови.

Однією з важливих форм подібності є масштабна подібність. Це відбувається, коли різні системи мають однакові пропорції розмірів і швидкостей. За умови подібності масштабів можна використовувати однакові числові значення безпеки та надійності, що значно полегшує експериментальні та теоретичні дослідження.

Практична реалізація поняття подібності пов'язана з вивченням рівнянь руху та їх розв'язання. Визначення безрозмірних параметрів, таких як числа Фруда або числа Рейнольдса, дозволяє привести системи до безрозмірної форми, яка зберігається для подібних систем [10,11]. Це дає змогу порівнювати результати для різних систем і визначати їх ефективність без прив'язки до конкретних фізичних розмірів.

Проблема подібності відіграє важливу роль у плануванні та проведенні дослідів. Врахування подібності дозволяє вивчати явища в реальних умовах, які можуть мати важливі наслідки для різних галузей, від аеродинаміки до теплообміну.

Проблема подібності є ключовою в класичній механіці, сприяючи як теоретичному, так і експериментальному розвитку цієї науки. Знання подібностей важливо для адекватного моделювання та розуміння різних фізичних процесів, що відбуваються в природі [3, 11]. Подібність дозволяє вченим визначити умови, за яких можна робити узагальнення і використовувати результати досліджень для широкого кола систем, що є важливим етапом у розвитку класичної фізики.

У фізиці і техніці при експериментах і в практичних розрахунках постійно необхідно враховувати різні обставини, пов'язані з фізичними подібностями явищ і розмірностями розглянутої величини. Побудова літаків, кораблів, гребель і багатьох інших складних технічних засобів заснована на попередніх дослідженнях, серед яких важливу роль відіграють випробування моделей. У теорії розмірності і подібності встановлюються умови, які повинні дотримуватися в досліді з моделями, і виділяються характерні і зручні параметри, що визначають основні ефекти і режими процесів. У цьому поєднанні зображення теорії розмірності та подібності із загальним якісним аналізом механізму фізичних явищ у ряді випадків може служити результативним теоретичним методом дослідження [11]. З питаннями теорії розмірності і моделювання ми зіштовхуємось при самому початковому вивченні фізики в школі, а в дослідницькій роботі в самій початковій стадії постановки нових задач. Незважаючи на це, вчення про подібність явищ отримали широке поширення та використання починаючи з XIX століття. Основні поняття, навіть такі, як поняття розмірної і безрозмірної величини, питання про число основних одиниць вимірювання і т.д. інколи не можна чітко визначити. З робіт Релея про тепловіддачу тіла в потоці рідини, при викладенні теорії подібності часто використовують співвідношення і математичний апарат, не пов'язані з цією теорією. Побудова теорії розмірності та подібності, як і взагалі кожної теорії, бажано виробляти за допомогою методів і основних посилок, адекватних істинній теорії. Таке побудова дозволяє прослідкувати межі та можливості теорії.

Потрібно відмітити, що найбільш суттєві зауваження та корисні результати отримуються шляхом комбінування методів теорії розмірності з загальнофізичними припущеннями, які самі по собі безпосередньо не дають цікавих висновків. Тому з метою більшої кількості прикладів різноманітних прикладів ми розглядаємо ряд механічних задач і першорядних методів комбінування розмірності з різним родом інших якісних механічних і математичних зображень.

Це ж побудило нас зачепити більш детально проблеми турбулентних рухів рідин [1, 10, 35, 44]. В теорії турбулентності методи подібності є основними робочими теоретичними методами, так як у цій області ми ще не маємо замкнутої системи рівнянь, які дозволяють зводити завдання механіки до завдань математичним. У розділі про турбулентні рухи рідини є результати, які доповнюють і роз'яснюють деякі питання теорії турбулентності. Окрім прикладів застосування методів подібності та розмірності, ми надали постановку ряду механічних задач, з яких деякі нові та ще дуже мало розроблені.

У зв'язку із загальними уявленнями про природу різних механічних явищ, а також у зв'язку з деякими їх застосуваннями ми встановили декілька співвідношень на основі другого закону Ньютона.

1.2. Гідродинаміка

Проблема подібності в гідродинаміці є ключовим аспектом, який визначає умови подібності між різними гідравлічними системами та явищами [1, 9, 10, 35, 44]. Ця проблема стає особливо актуальною при вивченні різноманітних гідравлічних течій, у тому числі різних явищ в океанах, річках і водосховищах. Тут ми розглянемо основні аспекти проблеми подібності в гідродинаміці та її роль у вивченні та моделюванні гідродинамічних явищ.

Поняття подібності в гідродинаміці відноситься до властивості гідродинамічних систем бути взаємозамінними за певних умов. Це означає, що різні системи або явища можуть мати однакові гідродинамічні властивості, якщо вони знаходяться в певних масштабах, і що ці умови подібності можна визначити.

Проблема подібності в гідродинаміці має вирішальне значення при вивченні різноманітних явищ, таких як водні течії, хвилі, взаємодія різних тіл у рідині та ін. Розуміння умов подібності дозволяє гідродинамікам застосовувати знання та експериментальні дані для прогнозування поведінки великих систем на основі даних, отриманих з менших масштабів.

Масштабна подібність – одна з основних форм подібності в гідродинаміці. Це означає, що якщо різні гідродинамічні системи мають однакові пропорції розмірів і швидкостей, то їх можна вважати подібними. Використання подібності масштабу дозволяє гідродинамікам проводити моделювання та експерименти на моделях, які є більш доступними, зберігаючи ключові гідродинамічні характеристики.

Практична реалізація поняття подібності в гідродинаміці пов'язана з аналізом рівнянь руху та їх вирішенням. Визначення безрозмірних параметрів, таких як числа Фруда або числа Рейнольдса, дозволяє привести гідродинамічні системи до безрозмірної форми, яка зберігається для подібних систем. Це дає змогу порівнювати результати для різних гідродинамічних систем і визначати їх ефективність без прив'язки до конкретних фізичних розмірів.

Тиск Рейнольдса є однією з ключових тем у гідродинаміці, пов'язаних із подібністю масштабу. Цей тиск виникає, коли рідина обтікає тіло і впливає на

його рух. Визначається числом Рейнольдса, яке представляє відношення сил інерції та сил в'язкості. Число Рейнольдса важливе для розуміння та моделювання різних гідродинамічних явищ, включаючи обтікання тіл, утворення вихорів та інші аспекти гідродинамічних потоків.

Подібність в гідродинаміці широко використовується при розв'язанні практичних задач. Це дозволяє використовувати результати моделювання та експериментів для реальних систем, а також використовувати великомасштабні моделі для прогнозування поведінки великих систем, таких як річкові потоки, океанські течії та інші.

Проблема подібності є невід'ємною частиною гідродинаміки, сприяє розвитку теоретичних уявлень і експериментальних методів. Знання подібності дозволяє вивчати та розуміти гідродинамічні явища в різних масштабах, використовуючи теоретичні та практичні методи для різних гідродинамічних систем. Такий підхід не тільки полегшує дослідження, але й дозволяє ефективно використовувати отримані результати для вирішення практичних завдань у галузі гідродинаміки.

Тепер розглянемо питання про подібність стаціонарних течій нестискуваної рідини у відсутності заданих сил. Визначимо поняття подібності, для чого розглянемо два різних стаціонарних потоки. Якщо кожній точці \mathbf{r}_1 простору у випадку одного потоку можна поставити точку \mathbf{r}_2 простору у випадку іншого потоку за допомогою перетворення [44]

$$\mathbf{r}_2 = k\mathbf{r}_1, \quad (1.1)$$

де стала k однакова для всіх точок порівнювальних просторових областей, і при цьому виявиться, що будь-яка величина Q_1 , яка характеризує перший потік і яка взята у будь-якій точці \mathbf{r}_1 , яка пов'язана з відповідною величиною Q_2 , що характеризує другий потік і взята в точці $\mathbf{r}_2 = k\mathbf{r}_1$, співвідношенням

$$Q_2(\mathbf{r}_2)|_{\mathbf{r}_2=k\mathbf{r}_1} = k_Q Q_1(\mathbf{r}_1) \quad (1.2)$$

зі сталою k_Q , то такі стаціонарні течії називаються подібними, а сталі k , k_Q називаються коефіцієнтами подібності.

Щоб з'ясувати критерій подібності який нас цікавить, представимо рівняння Нав'є–Стокса в безрозмірній формі. Для цього задамо постійні величини, які характеризують течію нестискуваної в'язкої рідини, а саме: питому в'язкість ν , розмір неоднорідності l і швидкість U потоку (наприклад, у випадку обтікання кулі l і U будуть відповідно рівні радіусу кулі та швидкості потоку на нескінченності). Тоді, вводячи безрозмірні функції і оператори

$$\tilde{r} = \frac{r}{l}, \quad \tilde{\nu} = \frac{\nu}{U}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho U^2}, \quad (1.3)$$

$$\tilde{\nabla} = l\nabla, \quad \tilde{\Delta} = l^2\Delta,$$

для стаціонарних течій при $f = 0$ знайдемо

$$(\tilde{\nu}\tilde{\nabla})\tilde{\nu} = -\tilde{\nabla}\tilde{p} + \frac{1}{R}\tilde{\Delta}\tilde{\nu}, \quad (1.4)$$

де

$$R = \frac{Ul}{\nu} \quad (1.5)$$

– число Рейнольдса (це єдина безрозмірна комбінація розмірних величин U , l , ν , що характеризують течію).

З рівняння (1.4) випливає закон подібності Рейнольдса[44], згідно з яким *два стаціонарних потоки нестискуваної в'язкої рідини, які обтікають геометрично подібні тіла при відсутності заданих сил, є подібними, якщо обидва потоки характеризуються одним і тим же числом Рейнольдса*. Дійсно, якщо числа R і граничні умови для обох течій однакові, то розв'язками рівняння(1.4)в цих двох випадках будуть одні і ті ж функції вигляду

$$\tilde{\nu} = \tilde{\nu}(\tilde{r}, R), \quad \tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{r}, R). \quad (1.6)$$

Звідси з врахуванням (1.3) для швидкостей і радіус-векторів двох потоків, які задовольняють закон Рейнольдса, отримаємо рівняння

$$\tilde{\nu} = \frac{\nu_2}{U_2} = \frac{\nu_1}{U_1}, \quad \tilde{r} = \frac{r_2}{l_2} = \frac{r_1}{l_1}, \quad (1.7)$$

які вказують на подібність течій.

Варто зазначити, що розв'язок розглянутих рівнянь в'язкої рідини лише формально можуть існувати при будь-яких числах R . В дійсності ж тільки той розв'язок описує реальну течію, яка є стійкою по відношенню до нескінченно

малих збурень. Згідно з експериментальними даними стаціонарна течія тіла є стійкою при малих числах Рейнольдса, а починаючи з деякого достатньо великого числа Рейнольдса такого обтікання не існує. В першому випадку траєкторії частинок середовища мають достатньо гладкий характер, середовище рухається у вигляді шарів, тобто має місце ламінарна течія. У другому випадку частинки рухаються хаотично, тобто має місце турбулентний рух.

Магнітне число Рейнольдса (R_m) – характеристичне число [10] та один з критеріїв подібності магнітній гідродинаміці, що характеризує взаємодію електропровідних рухомих рідин та газів (плазми) з магнітним полем. Назване на честь фізика О. Рейнольдса).

Воно визначається так [10]:

$$R_m = \frac{vl}{\left(\frac{1}{\mu\sigma}\right)} = v\mu\sigma l, \quad (1.8)$$

де

σ – електрична провідність;

μ – магнітна проникність;

l – характеристична довжина;

v – характеристична швидкість.

Аналогія цього критерію з числом Рейнольдса виникає, коли ввести поняття коефіцієнта магнітної в'язкості:

$$\eta_m = \frac{\rho}{\mu\sigma}. \quad (1.9)$$

Тоді магнітне число Рейнольдса можна записати як і звичайне число Рейнольдса:

$$R_m = \frac{\rho lv}{\eta_m}. \quad (1.10)$$

За величиною магнітного числа Рейнольдса усі процеси в магнітній гідродинаміці поділяються на два класи:

$R_m \leq 1$ (тобто з малою провідністю) — низькотемпературна плазма;

$R_m \gg 1$ (тобто з великою провідністю чи великими розмірами) — астрофізичні об'єкти, високотемпературна плазма.

Число Прандтля[6,9] характеризує подібність полів швидкості та температури в потоці і є мірою співвідношення інтенсивності перенесення імпульсу внутрішнім тертям та інтенсивності перенесення енергії теплопровідністю в потоці рідини. Записується рівнянням:

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{Pe}{Re}, \quad (1.11)$$

де:

$a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ — коефіцієнт термічної дифузії, м²/с;

ν — кінематичний коефіцієнт в'язкості, м²/с;

λ — коефіцієнтом теплопровідності, Вт/(м·К);

c_p — масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К);

ρ — густина, кг/м³;

Pe і Re — числа Пекле і Рейнольдса.

У випадку застосування цього критерію для характеристики дифузійних процесів його часто називають *дифузійним числом Прандтля* (Pr_D) або числом Шмідта (Sc).

Назагал розрізняють три числа Прандтля – теплове, дифузійне й змішане [6, 9]. Перше число Прандтля характеризує відношення кінематичної в'язкості (перенесення імпульсу) і коефіцієнта температуропровідності (перенесення тепла). Таким чином, теплове число Прандтля містить тільки величини, що визначають фізичні властивості середовища, тобто характеризують співвідношення поля швидкостей і поля температур. Це значить, такі поля будуть подібні тільки при числі $Pr = 1$. Аналогічні міркування можна повністю перенести на дифузійне число Прандтля. Воно характеризує співвідношення між полем швидкостей і полем концентрацій. А змішане число Прандтля – відношення температурного поля до поля концентрацій.

Магнітне число Прандтля (Pr_m) – критерій подібності в магнітній гідродинаміці, відображає відношення сил внутрішнього тертя до магнітної сили [6]. Визначається за формулою:

$$Pr_m = \nu \mu \mu_0 \varsigma, \quad (1.12)$$

де:

ς – електропровідність;

μ – магнітна проникність;

ν – кінематична в'язкість.

Якщо ввести поняття коефіцієнта магнітної в'язкості:

$$\eta_m = (\mu \mu_0 \varsigma \rho)^{-1}, \quad (1.13)$$

то магнітне число Прандтля можна записати так:

$$Pr_m = \frac{\eta}{\eta_m}, \quad (1.14)$$

де

η – динамічна в'язкість.

Відповідно, магнітне число Прандтля можна записати як відношення магнітного числа Рейнольдса до звичайного числа Рейнольдса:

$$Pr_m = \frac{Re_m}{Re}. \quad (1.15)$$

Число Нуссельта (Nu) – безрозмірний параметр, що характеризує інтенсивність конвективного теплообміну між поверхнею тіла та потоком газу (рідини) при конвекції [6];

$$Nu = \alpha l / \lambda, \quad (1.16)$$

де $\alpha = Q / (\Delta T \cdot S)$ – коефіцієнт теплообміну, Q – кількість теплоти, що віддається (або одержується) поверхнею тіла в одиницю часу, $\Delta T > 0$ - різниця між температурою поверхні тіла і температурою газу (рідини) поза межовим шаром, S - площа поверхні, l - характерний розмір тіла, λ - коефіцієнт теплопровідності газу (рідини);

Число Релея (Ra) для рідини має значення безрозмірне число, пов'язане з потоком, керованим плавучістю, також відомим як вільна або природна конвекція [18, 19]. Він характеризує режим потоку рідини: значення у певному нижньому діапазоні означає ламінарний потік; значення у вищому діапазоні,

турбулентний потік. Нижче певного критичного значення рух рідини відсутня, і теплопередача здійснюється за рахунок теплопровідності, а не конвекції.

Число Релея визначається як добуток числа Грасгофа, яке описує співвідношення між плавучістю та в'язкістю в рідині, і числа Прандтля, яке описує взаємозв'язок між теплопровідністю та температуропровідністю. Отже, його також можна розглядати як відношення сил плавучості та в'язкості, помножене на відношення кількості руху та температуропровідності. Воно тісно пов'язані з числом Нуссельта [18, 19].

Вирази для визначення числа Релея мають вигляд [6]

$$Ra = \frac{L^3 g \alpha \Delta T}{\nu a} = \frac{L^3 \rho^2 c_p g \alpha \Delta T}{\nu \lambda}, \quad (1.17)$$

де

g – прискорення вільного падіння;

L – характеристична довжина;

ΔT – характеристична різниця температур;

ν – кінематична в'язкість рідини;

a – коефіцієнт термічної дифузії;

α – температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини;

c_p – масова теплоємність за сталого тиску;

ρ – густина рідини;

λ – коефіцієнт теплопровідності рідини.

Число Пекле (Pe) – характеристичне безрозмірне число, що визначається співвідношенням між конвективним і молекулярним процесами переносу тепла (домішок, кількості руху, характеристик турбулентності) у потоці рідини (співвідношення конвекції і дифузії), а також є критерієм подібності для процесів конвективного теплообміну [6].

Використовується при побудові розрахункових схем (метод скінченних різниць, метод скінченних елементів) для розв'язання диференціальних рівнянь у частинних похідних, що описують потік в'язкої рідини.

$$Pe = \frac{vL}{a}, \quad (1.18)$$

$$Pe = \frac{\rho c_p v L}{\lambda}, \quad (1.19)$$

де

L – характерний лінійний розмір поверхні теплообміну;

v – швидкість потоку рідини відносно поверхні теплообміну (характеристична швидкість);

a – коефіцієнт термічної дифузії;

c_p – масова теплоємність за сталого тиску;

ρ – густина рідини;

λ – коефіцієнт теплопровідності рідини.

Очевидно, що малі значення числа Pe відповідають дуже малому конвекційному переносу у загальному переносі тепла. Отже, при значеннях чисел $Pe < 1$ спостерігається тільки молекулярний перенос, тобто теплопровідність, тоді як при великих значеннях числа Pe роль молекулярного переносу буде незначна.

Таким чином, при малих значеннях Pe переважає молекулярна теплопровідність, а при великих — конвективне перенесення теплоти.

Число Пекле пов'язане співвідношенням $Pe = Re \cdot Pr$ з числом Рейнольдса Re та числом Прандтля Pr .

Число Шмідта (Sc) – характеристичне число та критерій подібності в механіці рідин та газів, для випадків, яких є суттєвими процеси внутрішнього тертя (в'язкості) та дифузії і, що характеризуються відношенням коефіцієнта кінематичної в'язкості середовища ν до коефіцієнта дифузії D деякої домішки до нього. Воно характеризує відносну роль молекулярних процесів переносу кількості руху стосовно переносу маси домішок дифузиею [3, 6].

Визначення числа Шмідта може бути записане у вигляді формули:

$$Sc = \frac{\eta}{\rho D} = \frac{\nu}{D}, \quad (1.20)$$

де:

η – динамічна в'язкість, Па·с;

ρ – густина, кг/м³;

ν – кінематична в'язкість, м²·с⁻¹;

D – коефіцієнт дифузії, м²·с⁻¹.

Таким чином, його величина показує те, наскільки імпульс переноситься ефективніше за речовину.

Для ідеальних газів $Sc = 1$, так як для $\nu = D$ реальних газів воно може відхилятися від одиниці на десятки процентів. Для рідин воно становить величини порядку 10^3 , для розплавів металів — порядку 10.

Аналог числа Шмідта для переносу тепла – число Прандтля. У зв'язку з цим, число Шмідта часто називають дифузійним числом Прандтля і позначають Pr_D .

1.3. Оптика та акустика

Проаналізуємо тепер подібність акустичних та світлових хвильових явищ. Це включає в себе аналіз різних хвильових рівнянь, серед яких хвильове рівняння Гельмгольца має особливе значення для опису поширення світла в неоднорідних середовищах. Формули для розподілу інтенсивності світла з урахуванням взаємодії з різними середовищами розроблені з урахуванням нелінійних властивостей.

Розглянемо проблему подібності на прикладі акустичних робіт І. Ньютона та оптичних Т. Юнга, в яких він використав акустичні результати І. Ньютона [38].

Якщо кинути в воду два камінці, вони впадуть одночасно недалеко один від одного (Рис. 1.1), і ми бачимо, що в результаті на поверхні води утворюються дві системи хвиль, які поширюються від точок, де падали камінчики, у всі сторони з однаковою швидкістю. Обидві системи хвиль зустрічаються й накладаються одна на одну. Наслідком цього коливання додаються. Якщо в якійсь точці зустрічаються хвилі, підходячи одна до одної своїми гребенями, ці частинки навколо цієї точки від обох систем хвиль повинні заколиватися з тою самою фазою. Ми знаємо, що, коли додаються коливання з однаковими фазами, то коливання посилюються, і в наслідок цього хвилі теж збільшаться – гребінь стане вищий.

Так само зміняться хвилі, коли набіжать одна на одну дві западини – западина стане ще глибша.

Навпаки, коли хвилі зустрічаються одна гребенем, а друга западиною, то вони ослаблюються і навіть зникають.

Аналогія між акустичними коливаннями та оптичними була використана Юнгом при встановленні та поясненні інтерференції світла [38].

Рис. 1.1 це і є Ньютонівська схема інтерференції світла в стоячій воді від двох камінців [38].

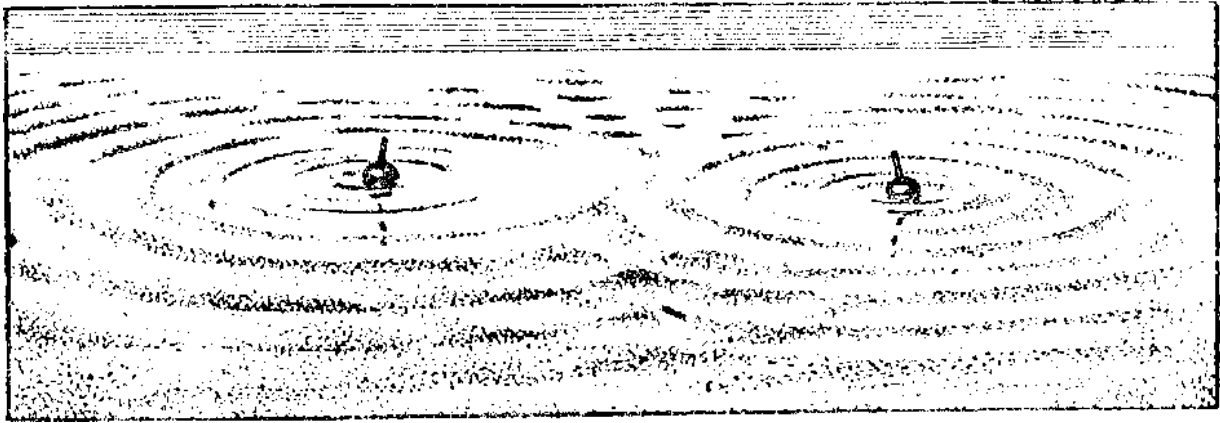


Рис.1.1 Ньютонівська схема інтерференції [38].

При додаванні двох хвиль ми спостерігаємо смуги, де хвилі одна одну підсилюють, і між ними смуга затухання, де хвилі одна одну взаємно послаблюють. Таке додавання двох або кількох хвиль називається *інтерференцією*.

Треба відзначити, що кожна система хвиль тоді залишається незмінною. Хвилі одної системи переходять через хвилі іншої, аж ніяк не змінюючись, а інтерференція – просте накладання однієї хвилі на другу.

Коли на озері зустрічаються два пароплави, то після того, як вони обидва пройдуть, залишаються хвилі; ці хвилі, зустрічаючись, інтерферують, а потім ідуть далі кожна своїм шляхом, ніяких змін у цих хвилях, що розійшлися, нема.

Інтерференційний дослід Юнга або інтерферометр на подвійних щілинах (Рис. 1.2) – оптичний прилад, запропонований в 1802 році Томасом Юнгом для спостереження явища інтерференції когерентних світлових хвиль. Цей експеримент зіграв головну роль в прийнятті хвильової теорії світла [38].

Малюнок Томаса Юнга для інтерференції від двох щілин, який спостерігався на екрані. Тут Юнг використав з дослідів Ньютона той факт, що джерела коливань мають бути значно меншими за довжину хвиль та принцип Гюйгенса, що будь-яка точка на фронті хвилі може бути її джерелом, та поміняв камінці на дві щілини

Цей прилад складається з двох вузьких щілин S_1 та S_2 , які виконують роль двох когерентних джерел світла. Справа в тому, що через них проникають два

когерентні промені світла від основного джерела світла S . Відстань між щілинами дорівнює d . Віссю інтерференційної схеми Юнга є лінія, проведена від основного джерела світла через середину відстані між щілинами. База інтерферометра L [38] це відстань від площини щілин до площини інтерференційного поля (екрану). На екрані виникає інтерференційна картина у вигляді паралельних до щілини еквідистантних світлих та темних смуг. За шириною інтерференційної смуги можна визначити довжину хвилі світла.

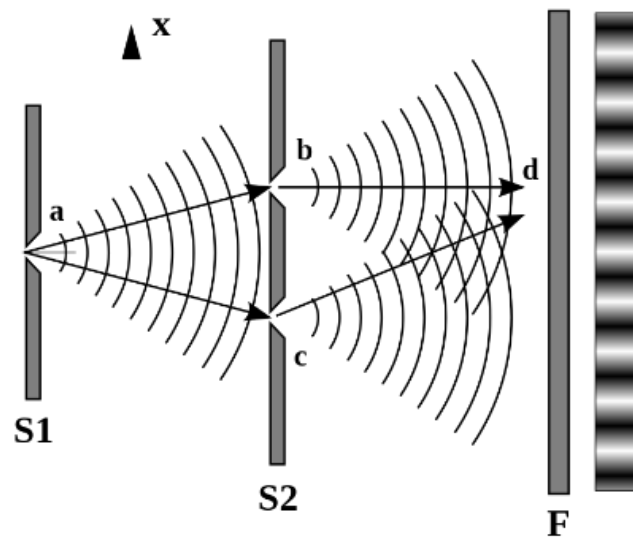


Рис. 1.2 Схема інтерференції Юнга [38].

Віссю інтерференційної схеми Юнга є лінія, проведена від основного джерела світла через середину відстані між щілинами. База інтерферометра [38] це відстань від площини щілин до площини інтерференційного поля (екрану). На екрані виникає інтерференційна картина у вигляді паралельних до щілини еквідистантних світлих та темних смуг. За шириною інтерференційної смуги можна визначити довжину хвилі світла.

Таким чином, Т. Юнг зі схеми Ньютона вибрав два камінці, які він замінив на щілини, використовуючи принцип Гюйгенса.

РОЗДІЛ 2

ПОДІБНІСТЬ КВАНТОВОЇ ТА КЛАСИЧНОЇ МЕХАНІКИ

2.1. Хвильова функція квантової механіки та коливання в ідеальній рідині

У гідродинаміці ідеальної рідини дослідження хвильових процесів дозволяє для малих коливань встановити універсальність хвильових процесів. Тут ми детально розглянемо малі коливання в ідеальній рідині, розглянувши основні математичні поняття та фізичні принципи, які застосовуються до цих процесів.

Хвильове рівняння для ідеальної рідини має вигляд:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \quad (2.1)$$

де η – амплітуда хвилі, t – час, x – просторова координата, c – швидкість поширення хвилі.

Коливання також можуть бути хвильовими рухами поверхні рідини, які називаються поверхневими хвилями. У випадку ідеальної рідини такі хвилі поширюються без дисперсії, тобто з однаковою швидкістю для всіх частот.

Експериментальне дослідження хвильових процесів в рідинах включає використання різних методів вимірювання. Акустичні та оптичні методи дозволяють розвивати поширення звуку та світла в рідині в реальному часі. Ультразвукові експерименти, наприклад, використовуються для вимірювання параметрів акустичних хвиль у рідині.

З хвильовою природою частинок пов'язані такі явища як дифракція та інтерференція масивних частинок, квантування рівнів енергії гармонійного осцилятора, принцип невизначеності та інші.

Опис квантової системи за допомогою функції, яка б описувала її хвильові властивості запропонував Ервін Шредінгер [42], який використав фазові хвилі де Бройля [2, 41].

Розглянемо звукові хвилі в ідеальній рідині [44]. Нехай середовище (за відсутності об'ємних сил) знаходиться в рівноважному стані, яке задано

постійними густиною ρ_0 і тиском p_0 . Нехай також через будь-яку причину, в середовищі виникають малі відхилення густини ρ' і тиску p' від рівноважних значень цих величин. Таким чином, густина і тиск середовища в збуреному стані будуть відповідні рівні:

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad p = p_0 + p', \quad (2.2)$$

де ρ' і p' залежать від координат і часу і задовільняють умови: $|\rho'| \ll \rho_0$, $|p'| \ll p_0$.

Знайдемо рівняння, яким підпорядковані ρ' і p' , обмежуючись лінійними наближеннями. Для цього підставимо (2.2) в рівняння неперервності та рівняння Ейлера і знехтуємо членами другого порядку малості, вважаючи, що величини ρ' і p' і швидкість частин \vec{v} є величинами першого порядку малості (нижче буде показано, що швидкість \vec{v} повинна бути малою в порівнянні зі швидкістю звуку). Тоді повні похідні по часу можна замінити частинними похідними, наприклад [44]:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho'}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (2.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \operatorname{grad} p' = 0. \quad (2.5)$$

З огляду ізентропійності руху ідеальної рідини між приростами тиску і густини даної частинки середовища, має місце відношення :

$$p = p_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s (\rho - \rho_0), \quad (2.6)$$

де $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$ – означає похідну, взяту при постійній ентропії в рівноважному стані.

Це співвідношення згідно (2.2) можна записати у вигляді

$$p' = c_0^2 \rho', \quad (2.7)$$

де

$$c_0^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s. \quad (2.8)$$

Враховуючи, що

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = c_0^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t}, \quad \operatorname{grad} p' = c_0^2 \operatorname{grad} \rho', \quad (2.9)$$

і виключаючи p' з рівняння (2.5), отримаємо

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + c_0^2 \text{grad} \rho' = 0. \quad (2.10)$$

Продиференціюємо (2.4) по часу і застосуємо операцію дивергенції до (2.10). Потім, виключаючи з отриманих виразів $\frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{v}$ і вважаючи, що лапласіан $\Delta \equiv \text{div grad}$, знайдемо хвильове рівняння

$$\Delta \rho' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = 0 \quad (2.11)$$

для відхилення густини від її рівноважного значення. Такому ж рівнянню підпорядковане відхилення тиску p' (оскільки p' пропорційне ρ'), а також відхилення температури T' від її рівноважного значення (оскільки T' пропорційно p'):

$$T' = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s p'. \quad (2.12)$$

Тепер переконаємося в тому, що нестационарне поле швидкості \vec{v} , підпорядковане рівнянням (2.4) і (2.10) (або (2.5)), є потенціальним полем, яке також задовільняє хвильове рівняння. З цією метою скористаємося теоремою Гельмгольца, згідно з якою векторне поле, зокрема, поле швидкості, може бути представлене у вигляді суми потенціального і соленоїдального полів.

Отже, як бачимо всі малі збурення в ідеальній рідині описуються одні і тим же хвильовим рівнянням. А отже і подібними розв'язками, в яких амплітуди характеризують відповідні фізичні величини .

Це дозволило ввести в квантовій механіці хвильову функцію.

Хвильова функція, або псі-функція – комплекснозначна функція, що використовується у квантовій механіці для опису стану квантовомеханічної системи. Хвильова функція згідно М. Борна пов'язана з густиною ймовірності перебування частинки у деякій ділянці простору в деякий момент часу таким чином: ймовірність перебування частинки в деякій точці пропорційна квадрату модуля хвильової функції в ній.

Хвильова функція є функцією від усіх координат та ступенів свободи цієї частинки, яким, в свою чергу, відповідає деякий набір комутативних квантових змінних.

На відміну від класичного опису, в якому частинки розглядаються як матеріальні точки, що мають певну координату, а їхній рух повністю описується траєкторією і швидкістю, хвиля, що її описує хвильова функція, не локалізована в одній точці, а в загальному вигляді займає весь нескінченний простір (хоча більша частина її, зазвичай, зосереджена в деякій ділянці). Таким чином, у такому описі поняття траєкторії не має сенсу, а рух описується в термінах потоку енергії та імпульсу.

Грубо кажучи в квантовій механіці нескінченно малою частинкою є пакет де Бройля.

Сам де Бройль ввів поняття хвилево-корпускулярного дуалізму. Частинка де Бройля (пакет) це стояча хвиля, локалізована в просторі-часі. Довжина цієї хвилі де Бройля пов'язана з імпульсом частинки наступним співвідношенням

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p},$$

де λ_{dB} – довжина хвилі де Бройля, h – стала Планка p – імпульс частинки.

Згідно з прийнятою термінологією говорять, що хвилі де Бройля пов'язані з будь-якими частинками і виражають їх хвильову природу (Рис. 2.1).

Пізніше в хвильовій механіці була застосована теорія ймовірності М. Борна. З точки зору М. Борна пакет де Бройля – хвиля ймовірності (або амплітуди хвилі ймовірності), що визначає щільність ймовірності виявлення об'єкта в заданому інтервалі конфігураційного простору [42]. Підхід М. Борна дозволив також обґрунтувати статистичну фізику.

Ідея про хвилі, пов'язана не тільки з квантами світу, але й масивними частинками, запропонована Луї де Бройлем у 1923–1924 роках [41] і називається гіпотезою де Бройля. Хоча трактовка квадрата модуля амплітуди хвильової функції як щільності ймовірності в конфігураційному просторі належить Максиму Борну [42], за традицією і в знак визнання заслуг французької фізики говорять про хвилі де Бройля і в цьому випадку.

Роль дебройлівських хвиль у квантовій механіці виконує хвильова функція, а в квантовій теорії поля – польові оператори. Фізика атомів, молекул та їх колективів, зокрема кристалів, а також атомного ядра та елементарних

частинок виходить у квантову механіку. Квантові ефекти є суттєвими, якщо характерне значення дії (вироблення характерної енергії на характерний час або характерного імпульсу на характерний стан) стає рівним постійній Планка. Якщо частинки рухаються зі швидкістю набагато менше, ніж швидкість світла у вакуумі, то застосовується нерелятивістська квантова механіка; при швидкостях, близьких до швидкості світла у вакуумі, – релятивістська квантова механіка.

В основі квантової механіки лежать представлення Планка про дискретний характер зміни енергії атомів, Айнштейна до фотоефекту, дані про квантованість деяких фізичних величин (наприклад, імпульсу та енергії), що характеризують в визначальних умовах стан частинок мікросвіту. У той же час було твердо встановлено, що світло проявляє властивості не тільки потоку частинок, але і хвилі, тобто має дуальну корпускулярно-хвильову природу.

Де Бройль виділив ідею про те, що хвильовий характер, встановлений для фотонів, має універсальний характер. Він повинен проявлятися для будь-яких частинок. Всі частки, що мають скінченний імпульс, мають хвильові властивості, зокрема, підтверджено інтерференцією та дифракцією електронів.

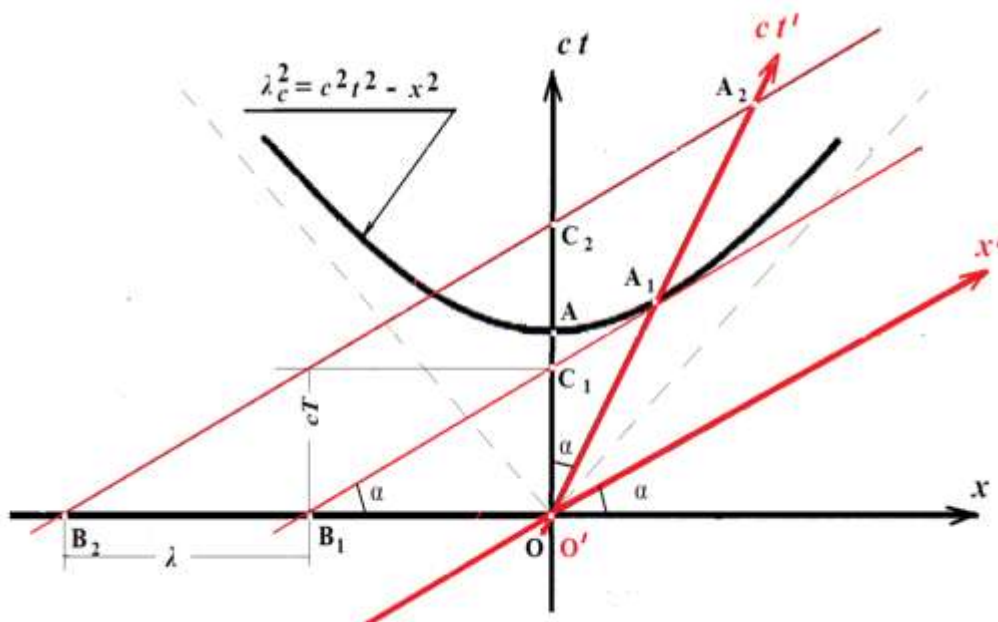


Рис. 2.1, Ілюстрація хвилі де Бройля

Так як всі малі збурення характеризуються одним і тим же рівнянням то можна сказати що вони характеризуються одним і тим самим розв'язком і саме що це є одним і тим самим розв'язком був потім перенесений в квантову механіку. В квантовій механіці потрібно перейти від координати та частоти (2.13) до імпульсу та енергії (2.14)

$$\varphi = \varphi_0 e^{i(kr - \omega t)}, \quad (2.13)$$

$$\Psi = \Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}(pr - Et)}, \quad (2.14)$$

де

$$p = \hbar k; E = \hbar \omega, \quad (2.15)$$

$$\nabla \Psi = \frac{i}{\hbar} p \Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}(pr - Et)} = \frac{i}{\hbar} p \Psi. \quad (2.16)$$

Задача Штурма-Ліувілля була використана для отримання рівняння Шрödінгера

$$-i\hbar \nabla \Psi = p \Psi, \quad (2.17)$$

$$\hat{P} \Psi = p \Psi, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi = -\frac{i}{\hbar} E \Psi; \hat{E} \Psi = E \Psi. \quad (2.19)$$

Оператор повної енергії

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}. \quad (2.20)$$

Функція Гамільтона

$$\frac{p^2}{2m} + U(r) = H, \quad (2.21)$$

в квантовій механіці їй відповідає оператор Гамільтона

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(r); \hat{H} = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U(r). \quad (2.22)$$

Стаціонарне рівняння Шрödінгера записується як

$$\hat{H} \Psi = E \Psi. \quad (2.23)$$

Нестаціонарне рівняння Шрödінгера має вигляд.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi. \quad (2.24)$$

2.2 Основи МСС та основи квантової механіки

Механіка суцільних середовищ (МСС) та квантова механіка є двома фундаментальними розділами фізики, кожна з яких вивчає рух і властивості матерії в різних масштабах. Механіка суцільного середовища описує поведінку континууму, наприклад рідини чи твердого тіла, використовуючи класичні рівняння руху. З іншого боку, квантова механіка є основою квантової фізики та вивчає мікроскопічний світ, де частинки поведуться відповідно до квантових принципів.

МСС базується на класичних принципах механіки та термодинаміки, але враховує властивості рідких і твердих середовищ, які можна розглядати як суцільні. Рівень стану та рівень руху використовуються для опису руху суцільного середовища, наприклад, рівнянь Нав'є-Стокса для рідин або рівнянь еластодинаміки для твердих тіл (рівняння Г. Ламе).

Область застосування МСС включає дослідження нестабільності потоку, турбулентності та аеродинаміки тощо.

Квантова механіка виникла в результаті вивчення мікроскопічних явищ, коли закони класичної механіки недостатні для опису поведінки частинок. Внаслідок цього появились принцип невизначеності та квантова теорія ймовірності. Основні поняття включають хвильові функції, оператори та власні значення.

Принцип подібності в квантовій механіці виникає при розгляді переходу від макроскопічного рівня до мікроскопічного. Наприклад, в макроскопічному класичному світі ми дотримуємося законів механіки, але при переході на атомний і субатомний рівні вони стають неприйнятними.

Проблема подібності виникає, коли ми намагаємося примирити макроскопічний світ, де діють класичні закони, з мікроскопічним світом, де частинки поведуться згідно з квантовими правилами. Ця проблема розглядається з різних аспектів, включаючи властивості рідин і твердих тіл, а також взаємодію світу з частинками на атомарному рівні.

Основи МСС та квантової механіки чудово допомагають зрозуміти природні явища в різних масштабах. Проблема подібності розвитку ідей про об'єднання цих принципів в єдину теорію, яка б забезпечувала адекватний опис світу як на макроскопічному, так і на мікроскопічному рівнях.

Одним з основних понять механіки є поняття нескінченно малої точки. В класичній механіці точка нема розмірів, але має масу та інші механічні характеристики.

В МСС поняття нескінченно малої точки вводиться з наступних міркувань. Виходячи з класично–механічних представлень про рух таких систем, можна записати відповідні рівняння руху, проте проінтегрувати їх неможливо. Наприклад, для того щоб знайти закон руху молекул, які знаходяться в 1 см^3 повітря при атмосферному тиску і кімнатній температурі, потрібно було б проінтегрувати приблизно 10^{19} рівнянь руху. Тому природно обмежитися наближеним (але практично дуже точним) описом руху суцільного середовища. З цією метою розглядається не окрема молекула, а фізично нескінченна мала частинка, тобто сукупність молекул, число ΔN яких, з одної сторони, достатньо велике ($\Delta N \gg 1$), а з іншої сторони, достатньо мале в порівнянні з числом N молекул в всій системі або в її будь–якій макроскопічній частині ($\Delta N \ll N$); ця сукупність повинна займати фізично нескінченно малий об'єм ΔV , тобто об'єм, який достатньо великий, для того щоб містити велике число молекул, і достатньо малий в порівнянні з областю помітної зміни макроскопічних параметрів середовища.

Положення даної фізично нескінченної малої частинки в момент часу t подають як радіус–вектор центра мас цієї частинки усередненим по фізично нескінченно малому інтервалу часу Δt , який набагато більший чим деякий час, характерний для руху окремої молекули під дією інших молекул і доволі малий в порівнянні з часом вимірювання макроскопічних параметрів середовища (інтервал Δt повинен включати в себе момент часу t). Таким чином, якщо говорять що фізично нескінченна мала частинка в момент часу t знаходиться в точці r простору, то варто мати на увазі, що в визначеннях цих величин існують

неточності порядку Δt і $(\Delta V)^{1/3}$. В механіці суцільних середовищ вказаними неточностями нехтують і відповідно з цим вважають можливим розглядати зміну стану частинки за нескінченно малий інтервал часу dt , а також розглядати нескінченно мале переміщення $d\vec{r}$ частинки з точки r простору в точку $\vec{r} + d\vec{r}$. За аналогією з визначенням швидкості центра мас вважають, що швидкість V даної частинки пов'язана з її радіус вектором r співвідношенням

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2.25)$$

А по аналогії прискоренням \vec{w} частинки

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (2.26)$$

Тепер обговоримо інше важливе поняття механіки суцільних середовищ, а саме, поняття про поле. Нагадаємо, що полем називається будь-яка фізична величина, задана як функція простору і часу. Поля можуть бути скалярними, векторними, тензорними і іншими. Розглянемо, наприклад, скалярне поле щільності маси. Для цього усереднимо по фізично нескінченно малому інтервалу часу Δt (що включає в себе даний момент t) масу всіх молекул, які знаходяться в фізично нескінченно малому об'ємі ΔV (що включає в себе кінець даного вектора \vec{r}). Потім віднесемо знайдене таким чином середнє значення маси Δm до ΔV і визначимо щільність маси $\rho = \Delta m / \Delta t$ тої частинки, яка в момент часу t знаходиться в точці r . Повторюючи цю процедуру для будь-якого ΔV в будь-який момент t , знайдемо щільність маси

$$\rho = \rho(\vec{r}, t) \quad (2.27)$$

як функцію точки простору і часу, тобто знайдемо поле щільності маси.

Нескінченно мале переміщення dr даної частинки, взагалі кажучи, залежить від положення частинки до переміщення, тобто від r , а в загальному випадку і від часу t . Таким чином, переміщення є векторною функцією координат і часу

$$d\vec{r} = \vec{u}(\vec{r}, t) \quad (2.28)$$

ця функція називається полем нескінченно малих переміщень. Звідси, використовуючи (2.25), можна знайти поле швидкостей

$$\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t) \quad (2.29)$$

в середовищі. Це поле можна також визначити, сумуючи по фізично нескінченно малому інтервалу часу Δt швидкість центра мас матеріальних точок, які знаходяться в об'ємі ΔV . Далі в цьому розділі будуть розглянуті інші поля, які характеризують суцільне середовище.

Отже, в механіці суцільних середовищ макроскопічні рухи дискретної системи, яка складається з нескінченно великого числа мікроскопічних об'єктів – молекул, описується усередненими величинами, а саме, польовими («континуальними») функціями. Загальне співвідношення між цими функціями, тобто закони механіки суцільних середовищ, були встановлені у відповідності з дуже великим числом експериментальних даних. Ці закони являються основною досить поширеною областю дослідження руху різних середовищ, а також основою численних технічних програм.

РОЗДІЛ 3

ДЕЯКІ ІНШІ ПРОБЛЕМИ СУЧАСНОЇ ФІЗИКИ

3.1 Проблема подібності закону Снелла та черенковського випромінювання[36]

Проблема подібності у фізиці виникає, коли ми намагаємося розглядати явища в різних масштабах і в різних умовах застосування. У цьому контексті розглянемо проблему подібності в контексті закону Снелла та випромінювання Черенкова.

Проблема подібності в законі Снелла (Рис. 3.1)

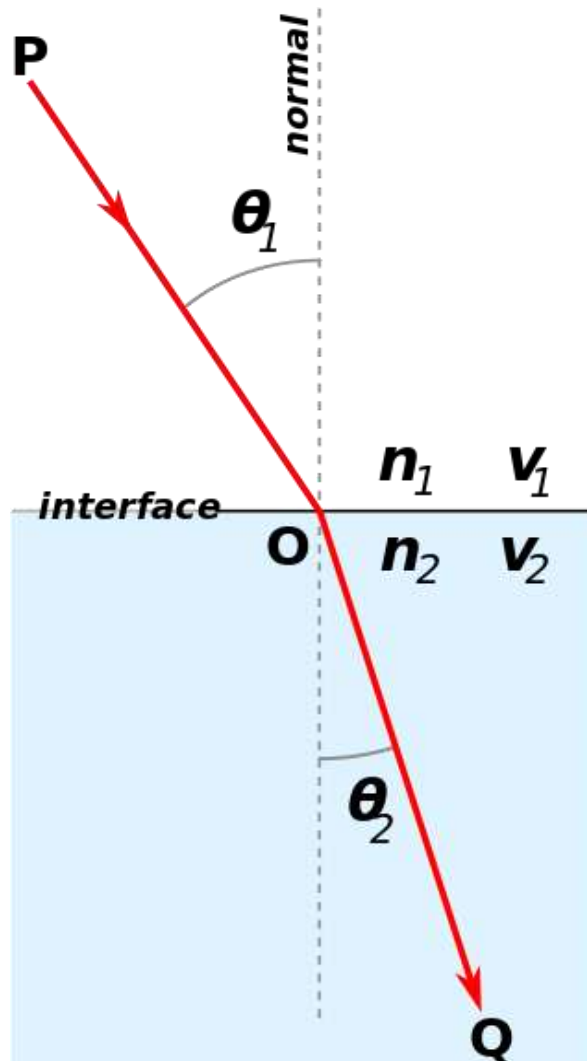


Рис 3.1 Закон Снелла [36]

Закон Снелла визначає відхилення світлового променя при проходженні через межу двох різних середовищ з різними показниками заломлення. У класичній оптиці цей закон виражається рівнянням [36]:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2), \quad (3.1)$$

де n_1 і n_2 – показники заломлення для першого і другого середовища, відповідно, а θ_1 і θ_2 – кути падіння і відбивання, відповідно.

Проблема подібності в цьому випадку виникає при розгляді великомасштабного переходу від макроскопічного рівня до мікроскопічного. Наприклад, якщо ми спробуємо застосувати закон Снелла до окремих фотонів або частинок світла, ми можемо зіткнутися з труднощами, коли наведений нижче класичний опис світлових хвиль стане неадекватним на атомному рівні.

Випромінювання Черенкова триває, коли заряджена частинка рухається крізь середовище зі швидкістю, що перевищує фазову швидкість світла в цьому середовищі. Ефект описується умовою Черенкова [7, 16, 36]:

$$v < \frac{c}{n}$$

де v – швидкість частинки, c – швидкість світла, n – показник заломлення середовища.

Проблема подібності в випромінюванні Черенкова прояснюється, коли ми розглядаємо рух частинок при дуже високих енергіях. Класичний опис випромінювання Черенкова має свої обмеження при розгляді частинок на мікроскопічному рівні.

Відповідно до [36] подібність між гальмуванням зарядженої частинки і черенковським випромінюванням світлом можна пояснити за аналогією між законом Снелла та черенковським випромінюванням. Це природно, оскільки обидва явища можна одержати із принципу Гюйгенса (Рис. 3.2) [36].

На Рис. 3.2 (а) точка перетину світлового імпульсу, що падає під кутом ϕ на границю між двома середовищами, рухається зі швидкістю $V = \frac{c}{n_1 \cos \phi}$. Із цього співвідношення закону Снелла ми отримуємо формулу для черенковського випромінювання Рис. 3.2 (а). Таким чином, закон заломлення світла на границі

між двома середовищами є таким самим, що і умова черенковського випромінювання джерелом, що рухається по границі.

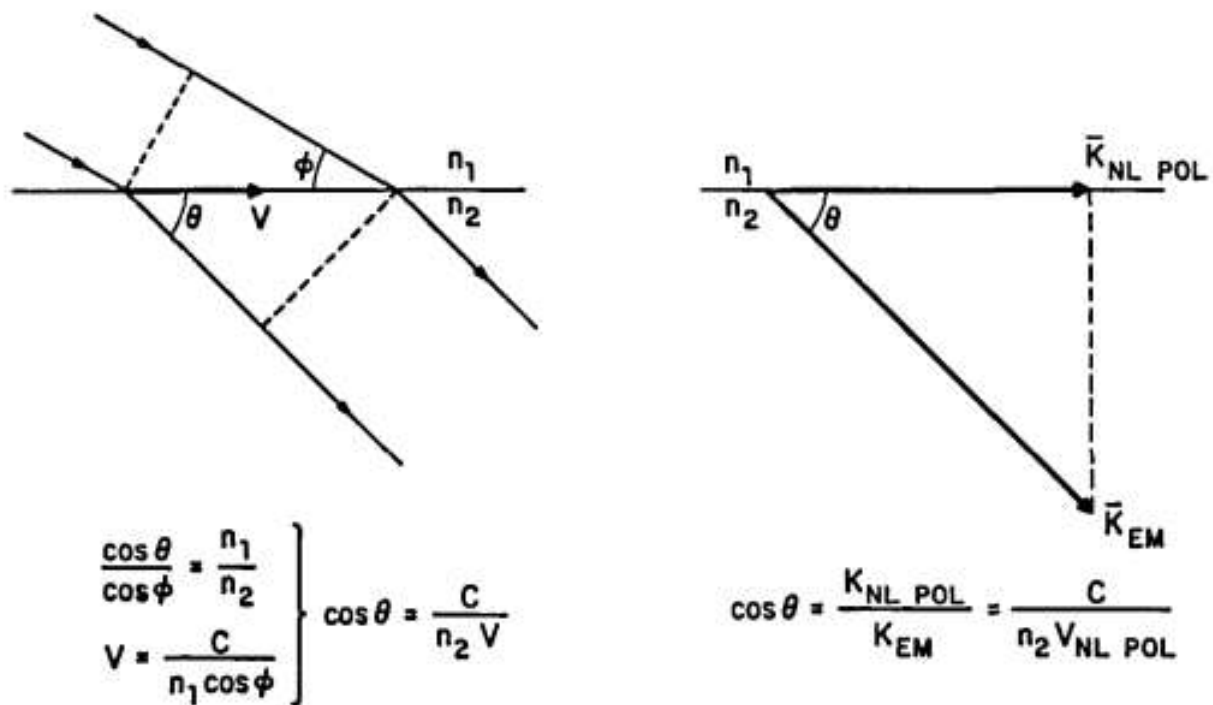


Рис. 3.2. (а) Аналогія між законом Снелла і черенковським випромінюванням. Точка перетину світлового імпульсу, що падає на межу двох середовищ, рухається зі швидкістю $V = \frac{c}{n_1 \cos \phi}$. Поєднуючи це відношення із законом

Снелла, отримуємо формулу для черенковського випромінювання $\cos \theta = \frac{c}{n_2 V}$.

(б) Формула для кута Черенкова може бути отримана із закону збереження поздовжньої складової імпульсу на границі між середовищами, уздовж яких поширюється нелінійна поляризація .

У нелінійному середовищі частоти випромінювануз можуть відрізнятися від частот збудження. Відношення Черенкова все ще справедливе, оскільки інтерференція відбувається під заданим кутом Черенкова для кожної складової Фур'є-частоти з нелінійною поляризацією, викликаної світлом. У певному сенсі можна говорити про нелінійний ефект Снелла-Черенкова [36].

Використовуючи $k = \frac{\omega}{V}$, отримаємо [36]

$$\cos \theta = \frac{k_{nl\ pol}(\omega)}{k_{em}(\omega)} = \frac{V_{em}}{V_{nl\ pol}} = \frac{c}{n_2(\omega)V_{nl\ pol}}. \quad (3.2)$$

Роль границі може відігравати поверхня самоканальованого філаменту. Нелінійна поляризація, що поширюється вздовж цієї поверхні, призведе до черенковського випромінювання. Незбереження поперечної складової імпульсу може бути пов'язане з принципом невизначеності $\Delta x \Delta k > 1$, де Δx товщина границі.

В цілому мікроскопічний механізм лазерно-індукованого черенковського випромінювання може бути представлений як нерівноважний спектр усіх можливих нелінійно-оптичних явищ у області поширення лазерного випромінювання. Це можуть бути раманівське та бриллюенівське розсіювання, up та down-конверсія, генерація гармонік та різноманітні взаємодії цих процесів і явищ, які генерують неперервний спектр від ультрафіолетової до інфрачервоної області.

Формула (3.2) дозволяє пояснити різницю кутів різних типів черенковського випромінювання. І тут V можна трактувати як швидкість генерації оптичної поляризації [36].

Таким чином, закон заломлення світла на межі між двома середовищами збігається з умовою черенковського випромінювання джерелом, що рухається вздовж цієї межі. У нелінійному середовищі частоти, що випромінюються, можуть відрізнятися від частоти збудження. Співвідношення Черенкова залишається чинним, оскільки конструктивна інтерференція виникає під заданим черенковським кутом для кожної частотної складової Фур'є, індукованої світлом нелінійної поляризації. У певному сенсі можна говорити про нелінійний ефект Снелла-Черенкова [36].

Вирішення проблеми подібності включає розробку нових теоретичних підходів і експериментальних методів, які враховують квантові аспекти явищ, що вивчаються. Наприклад, квантова оптика та квантова електродинаміка розглядають взаємодію світла та частинок на мікроскопічному рівні.

Проблема подібності закону Снелла та випромінювання Черенкова підкреслює важливість розробки нових теорій і методів, які враховують

масштабні та квантові ефекти. Це відкриває нові перспективи для розуміння фізичних явищ і розвитку сучасної фізики.

Кінематично дальній візерунок вусів що спостерігається під час генерації суперконтинууму в окулярах, подібне до картини ефекту Доплера або випромінювання Черенкова утворюється, наприклад, рухомою поляризацією джерела. Нещодавно спостерігалось конічне випромінювання шириною смуги 780 см^{-1} у парах Na, опромінених пікосекундними імпульсами, і це було пояснено з точки зору випромінювання Черенкова [36, 37]. Спостереження такого спектрально широка конічна емісія розглядається як вагомий аргумент в користь спільного механізму для суперконтинууму і конічного випромінювання в парах лугу. Загальність широко поширеного явища конічної емісії вказує на необхідність уніфікуючої моделі. Можна зробити наступний висновок, що суперконтинуальне лазерно-індуковане випромінювання є оптично-індукованим черенковським випромінюванням.

Подібним чином поляризація (збудження середовища), що генерується лазером у нелінійному середовищі, містить Фур'є компоненти, що коливаються на частотах викликаного світлом відгуку середовища. Ця поляризація, поширюючись з груповою швидкістю лазерного імпульсу v_{gr} , е призводять до випромінювання на частотах, що задовольняють умові Черенкова для кута θ що визначається як $\cos \theta = v_{ph}/v_{gr}$. Тут v_{ph} – фазова швидкість випромінюваного світло.

Таким чином, закон заломлення світла на межі розділу двох середовищ такий самий, як і умова випромінювання Черенкова джерелом, що рухається вздовж межі. У нелінійному середовищі випромінювані частоти може відрізнятися від частоти збудження. Співвідношення Черенкова залишається справедливим, оскільки конструктивна інтерференція виникає під заданим кутом Черенкова для кожної компоненти частоти Фур'є індукованої світлом нелінійної поляризації. У певному сенсі можна говорити про нелінійний ефект Снелла-Черенкова. Таким чином, було показано, що суперконтинуум генеруються на поверхні самозахоплених ниток. Як поверхневий феномен,

суперконтинуальне випромінювання аналогічне за своїми оптичними характеристиками до інших процесів Черенковського випромінювання ділиться своїм оптичним характеристиками з іншими процесами типу Черенкова конічна емісія в парах лужних металів і клас II Раманівське випромінювання. Модель, в якій поверхневе випромінювання випромінюється під кутами, які задовольняють Черенкова співвідношення якісно пояснює спектральні властивості суперконтинууму.

При самофокусуванні в рідинах і стеклах відбувається надрозширення спектру ультракоротких імпульсів і крім того з'являється конусна частина випромінювання. Появу конусної частини випромінювання, що супроводжує самофокусування, можна пояснити виходячи з мікроскопічної природи випромінювання Черенкова [16,]. Першими звернули на це увагу Нільс і Оге Бори [39], а розвивали І.М. Франк [9] і його учень А.П. Кобзев [7]. З цієї точки зору черенковське випромінювання це непружні радіаційні втрати енергії налітаючої частинки в середовищі [16 – 19], або іншими словами реакція середовища на її поляризацію налітаючою частинкою.

На Рис.3.3 наведена схема, яка покладена в основу мікроскопічної моделі О. Бора черенковського випромінювання [39].

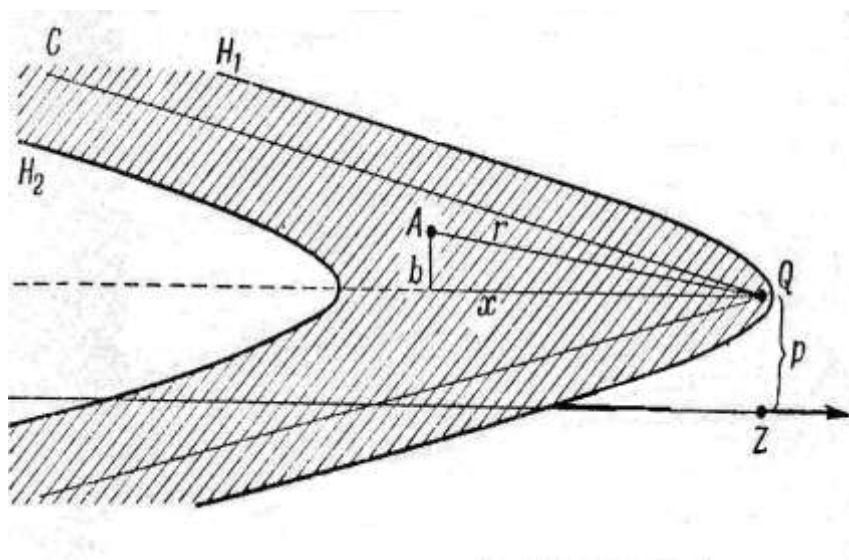


Рис. 3.3. До пояснення гальмування частинки в середовища [39].

Проведемо пояснення виходячи з Рис.3.3 Розглянемо електрон, що знаходиться в точці A і співударяється з частинкою Z , яка пролітає на відстані p . Водночас електрон перебуває під впливом оточуючих його електронів, причому найбільшу частину впливу дають ті електрони, які в момент часу $t' = t - \frac{r}{c}$ були самі прискорені. Електрон в точці A в момент часу t' перебував у такій фазі зіткнення, яка випереджує на час τ фазу зіткнення електрона, що знаходиться в точці Q . Цей час випередження рівний [39]

$$\tau = \frac{r}{c} - \frac{x}{v}. \quad (3.3)$$

$$\frac{b^2}{\tau^2 c^2 (\gamma^2 - 1)} - \frac{(x + v\tau\gamma^2)^2}{v^2 \tau^2 \gamma^2 (\gamma^2 - 1)} = 1. \quad (3.4)$$

Звідки видно, що точки зі сталим τ знаходяться на гіперболоїді. Електрони, які «почали» або «закінчили» співудари розміщені приблизно на гіперболоїдах H_1 та H_2 , що відповідає часам $\tau = -\frac{p}{2\gamma v}$ та $\tau = +\frac{p}{2\gamma v}$. Таким чином основна частина сили, з якою речовина діє на електрон знаходиться між гіперболоїдами H_1 та H_2 . Для $\gamma \gg 1$ основна частина цієї області знаходиться позаду електрона на відстані рівному або більшому ніж $p\gamma$.

Саме випромінювання відбувається в куті між перпендикулярами до поверхні гіперболоїда, що і відповідає як куту черенковського випромінювання так і його широкополосності. Наведемо формальну теорію цього явища згідно [39]. У цьому випадку поперечна частина поля (між перпендикулярами до гіперболоїда) характеризується векторним потенціалом, що розкладається в ряд Фур'є

$$\vec{A}_{tr} = \sum_{\lambda} q_{\lambda} \vec{A}_{\lambda} + q_{\lambda}^* \vec{A}_{\lambda}^*, \quad \vec{A}_{\lambda} = \sqrt{4\pi c^2 \Omega}^{-\frac{1}{2}} \vec{e}_{\lambda} e^{i(\vec{k}_{\lambda} \vec{r})}, \quad (3.5)$$

де величини, що позначені зірочкою, означають комплексноспряжені величини. Тут прийнято, що поле локалізовано в об'ємі Ω ; а одиничний вектор \vec{e}_{λ} дає напрямок поляризації.

У наближенні постійної діелектричної проникності і нехтуючи магнітними властивостями середовища отримуємо наступне рівняння

$$\Delta \vec{A} - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi \vec{j}}{c}, \quad (3.6)$$

де \vec{j} щільність струму, що відповідає рухомій частинці; ε - діелектрична проникність середовища. Після множення рівняння (3.6) на \vec{A}_λ^* і інтегрування за об'ємом, отримаємо

$$(\ddot{q}_\lambda + \ddot{q}_{-\lambda}^*) + \omega_\lambda^2(q_\lambda + q_{-\lambda}^*) = \frac{z_1 e}{\varepsilon c} (\vec{j} \cdot \vec{A}_\lambda^*(x)), \quad (3.7)$$

де x характеризує положення частинки, яку вважаємо точковим зарядом. Частоти задаються формулою

$$\omega_\lambda = \frac{k_\lambda c}{\sqrt{\varepsilon}}. \quad (3.8)$$

З мікроскопічної точки зору для оптичного випадку гіперболоїд Бора Рис. 3.3 повинен бути замінений на гаусовий розподіл світла для моди TEM₀₀ або розподіл для зфокусованого світла лазерного променя [17–19]. У цьому випадку черенковський кут можна визначити за такою формулою

$$\theta_{C\Box} + \alpha_{ir} = \frac{\pi}{2} \text{ або } \theta_{C\Box} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{ir}, \quad (3.9)$$

де α_{ir} – кут між дотичною та напрямком лазерного променя.

Кут α_{ir} визначався за такою формулою [17–19]

$$\tan \alpha_{ir} = \frac{d_b}{l_{sf}}, \quad (3.10)$$

де d_b – діаметр лазерного променя l_{sf} – довжина самофокусування. У нашому випадку це кут фокусування.

Ця формула є наближеною для середнього кута α_{ir} . Для визначення добутку нелінійного показника заломлення $n_2(\omega)$ та швидкості поляризації середовища $V_{nl\ pol}$ ми використовували формулу Голуба (Рис. 3.2) [6,7].

3.2 Проблема подібності акустичних та електромагнітних критичних процесів

Цю проблему розглянемо на прикладі лазерно-індукованого оптичного пробою твердих тіл [7–20, 24–26, 28,34].

Проблема подібності в акустичних та електромагнітних критичних процесах є складною галуззю дослідження, яка повторюється, коли намагаються зрозуміти та порівняти явища в акустиці та електромагнетизмі. Ця проблема виникає у зв'язку з необхідністю розробки загальнотеоретичних підходів, які б дозволили описувати та прогнозувати критичні процеси в обох цих випадках. Надалі ми розглянемо основні аспекти проблеми подібності, її значення для науки і техніки, а також спробуємо запропонувати можливі шляхи розв'язання цієї проблеми.

Зображення отримані за допомогою просвічуючої електронної мікроскопії при опроміненні гексагонального карбїду кремнію з густиною енергії 300 нДж/імпульс, довжина хвилі 800 нм, тривалість імпульсу 130 фс наведено на Рис.3.4 с) – е) [17–19].

На відміну від формування поверхневих періодичних структур в цьому випадку були отримані тривимірні періодичні структури. Поперечні розміри переріз цих структур становили ~ 22 мкм, глибина ~ 50 мкм. Як видно з Рис. 3.4 с), маємо п'ять ступенів каскаду неупорядкованих областей, які розташовані на відстані від 2 до 4 мкм один від одного по вертикалі. Самі гілки в цьому випадку мають товщину від 150 до 300 нм. У цьому випадку є ще ниткоподібні лінії з діаметром від 10 нм до 20 нм. Окрім того в цих нитках утворюються нановоїди з тим же діаметром. Також було виявлено, що опромінені структури зберігають кристалографічну симетрію вихідної структури.

При цьому дифракційні процеси можуть генеруватись у два етапи: 1 – формування дифракційних кілець сфокусованих пучків та другий – формування дифракційних решіток під час перерозподілу вторинного черенковського випромінювання. Другий випадок аналогічний створенню самодифракційних решіток в нелінійній оптиці, але для Рис. 3.4 с) і Рис. 3.4 г) наші решітки

обмежені конусом Маха черенковського випромінювання. Грубо кажучи, лише на Рис. 3.4 е) – г) представлено «чистий» пробій.

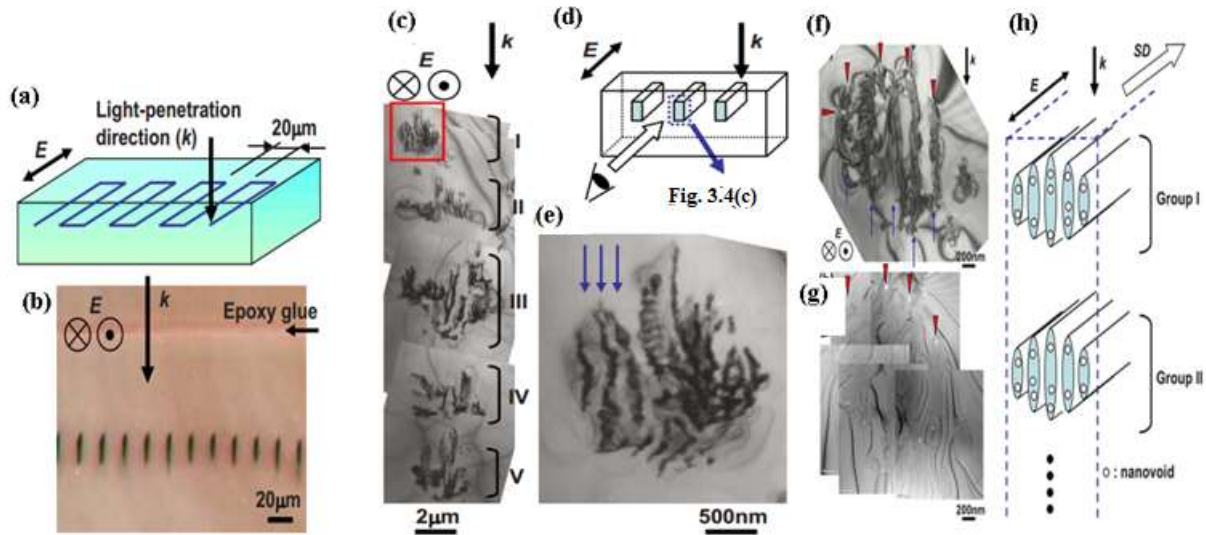


Рис. 3.4. а) Принципова схема лазерного опромінення. Показано напрямки поширення світла (k) та орієнтація напруженості електричного поля (E). (b) Зображення отримане за допомогою електронної просвічуючої мікроскопії по перерізу лазерного пучка опромінення (200 нДж/імпульс). (c) Зображення отримане за допомогою електронної просвічуючої мікроскопії для густини енергії 300 нДж/імпульс. (d) Ілюстрація геометричного співвідношення між лінією опромінення та мікрофотографією поперечного перерізу. (e) Збільшене зображення прямокутної площадки, відміченої в (a). Лазерно-модифіковані шари з міжшаровим проміжком 150 нм позначені стрілками. (f) Зображення отримане за допомогою електронної просвічуючої мікроскопії частини перерізу лінії для густини енергії 200 нДж/імпульс. (g) Зображення з нульовою втратою тієї самої області, що і в (f), з нановідами, що виглядають як світлі області. Відповідність з (f) задається напрямками стрілок в обох електроннограмах. (h) Схематичні ілюстрації мікроструктури лазерно модифікованої лінії. Показано напрямки поширення світла (k), електричне поле (E) та напрямки сканування (SD). Наведено лише дві групи (I та II групи) модифікованої лазером мікроструктури[17–19].

У роботі Е. Яблоновича наведені результати по лазерному індукованому оптичному пробою КСІ після опромінення імпульсами CO_2 -лазера (довжина хвилі 10,6 мкм, тривалість імпульсу 30 нс, мода опромінення TEM_0) [17–19]. Було отримано дві періодичні області пошкоджень. Ці результати наведені на Рис. 3.5.

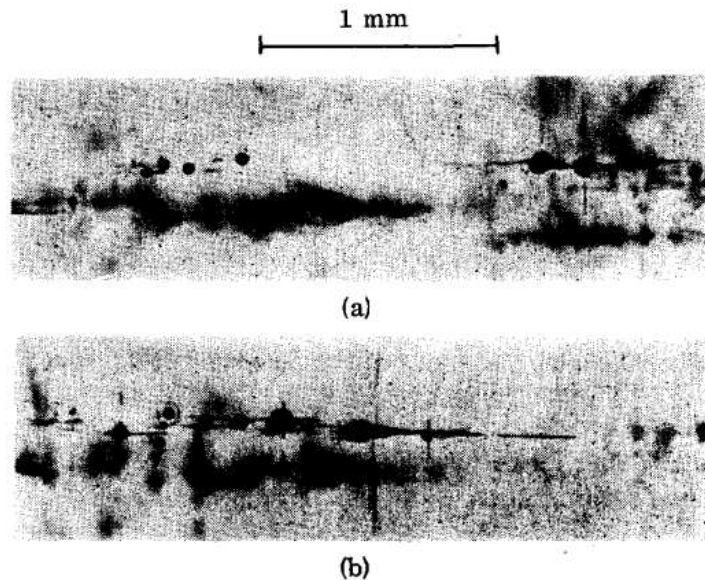


Рис. 3.5. Дві області періодичних пошкоджень в кристалі КСІ. Круглі чорні точки – бульбашки. Випромінювання, що падає зліва направо, було просто на порозі внутрішнього пробою. В одному випадку (а) були пошкодження лише на включеннях. У (б) відбувся внутрішній розпад про що свідчить точкова бульбашка. Прямі лінії представляють розщеплення областей пробою [17–19].

Лазерні імпульси фокусувались на монокристали за допомогою однодюймової фокальної лінзи “Irtran 2” з фокусною відстанню 1 дюйм. Оптичний пробій досліджувався за допомогою мікроскопа. Було виявлено, що більшість кристалів зазнали певних пошкоджень навіть при відносно низьких рівнях опромінення. Поріг цього типу пошкодження змінювався на порядок від одного положення в кристалі до іншого.

На Рис. 3.5 (а) показано, що просторові неоднорідності насправді є включеннями. Бульбашки пошкоджень виникають випадковим чином поблизу, не обов’язково всередині крихітного фокального об’єму. При чітко визначеному порозі пробою потужності утворюється подовжена загострена бульбашка,

вершина якої опускається у фокус Рис. 3.5 (b) [17–19]. Цей рівень потужності вважається порогом внутрішнього пробою. Його значення відтворюється в кристалах різних виробників, з включеннями або без них.

Перші лазерно-індуковані філаменти (нитки пробою) були отримані в рідині [17–19]. Пізніші дослідження показали, що аналогічні явища виникають і в твердій, і в газовій фазі. Тому перші моделі були створені для нелінійних середовищ Керра та використовувалися для всіх типів опроміненої речовини [17]. Строго кажучи, ці філаменти – сліди оптичного пробою. Більш універсальний підхід до моделювання цих процесів – фізико-хімічний [17–19].

Але керрівські середовища в основному рідини. Для твердого тіла основними явищами є лазерно-індукована електрострикція, [17–19]. У разі газу можливі інші нелінійно-оптичні явища. Тому ми маємо вибрати більш універсальну концепцію визначення критичної потужності самофокусування P_{cr} . Це може бути фізико-хімічний метод. У цьому випадку необхідно мати концентрацію власних центрів розсіювання (поглинання) лазерного випромінювання, які генерують власне нелінійно-оптичне явище та енергію його активації. Самофокусування – це нелінійний оптичний процес, тому P_{cr} чи критичне значення енергії можна визначити фізико-хімічним методом. Об'ємна густина енергії процесу створення самофокусування може бути визначена за допомогою наступної формули [17–19].

$$W_{crvol} = E_a N_{nc} , \quad (3.11)$$

де E_a – енергія активації власних «нелінійних» центрів; N_{nc} – їх концентрація.

Поверхнева густина для оптичної товщини може бути визначена як [17–19].

$$W_{crsur} = \frac{W_{crvol}}{\alpha} , \quad (3.12)$$

де α – показник поглинання. Інтегральне значення енергії можна визначити як

$$W_{crin} = W_{crsur} \cdot S , \quad (3.13)$$

де S – площа опромінення.

Тоді

$$P_{cr} = \frac{W_{crin}}{\tau_{ir}}, \quad (3.14)$$

де τ_{ir} – тривалість лазерного опромінення (імпульсу).

Визначення концентрації розсіюваних центрів, що розсіюють, повинно проводитися в умовах відповідного експерименту.

Наступним кроком визначення густини енергії в нашому каскаді є умова дифракційного розшарування. Цей стан можна визначити за розмірами дифракційних кілець. Ми можемо оцінити щільність енергії у площині створення дифракційної стратифікації для $n = 5$.

Пояснення виникнення лазерних філаментів має різне тлумачення. По-перше – це створення хвилеводних зон після точки пробою. І тут час служби філаментів невеликий.

Конічна частина випромінювання філаментів має неперервний спектр: від ультрафіолетового до інфрачервоного. Спочатку цей ефект отримав назву суперрозширення. Тому його можна інтерпретувати як лазерно-індуковане черенковське випромінювання [17–19, 36]. Кут 2θ біля вершини кута на Рис. 3.4 (е) дорівнює подвійному черенковському куту. В даному випадку ми отримали заморожену картину лазерно-індукованого руйнування 4H-SiC за допомогою черенковського випромінювання [17–19].

Черенковське випромінювання характеризується двома особливостями [17–19]. 1) створенням неоднорідної ударної поляризації речовини та 2) випромінюванням цієї поляризації. Способи отримання ударної поляризації можуть бути різними: опромінення електронами, γ -випромінюванням, іонами та збудження за допомогою імпульсних полів. Розшарування цього випромінювання на випромінювання іншого типу (об'ємне, псевдочеренковське та ін.) носить відносний характер і може бути представлене як лазерно-індуковане черенковське випромінювання. Тому надалі ми представлятимемо конічну частину випромінювання філаментів як черенковське випромінювання.

Зменшення черенковського кута та добутку $n_2(\omega)V$ при збільшенні інтенсивності лазерного випромінювання відповідає збільшенню нелінійного

показника заломлення та зменшенню швидкості поляризації (багатофотонні та багатохвильові процеси) [17–19].

Оцінка розмірів каскаду об'ємних руйнувань на Рис. 3.4 (с) можна подати наступним чином [17–19]. Розміри (діаметри) відповідних ступенів каскаду пропорційні відповідним дифракційним діаметрам d_{ndif}

$$d_{nir} = kd_{ndif}, \quad (3.15)$$

де k – коефіцієнт пропорційності.

Дифракційні діаметри можуть бути визначені за допомогою діаметрів кілець дифракційної картини (модифіковане співвідношення Релея)

$$d_{ndif} = n\lambda. \quad (3.16)$$

Оцінки діаметрів перших п'яти дифракційних кілець для $\lambda = 800$ нм наведені в [17–19].

Відстань між дифракційними плямами та фокусами, можна визначити за допомогою наступної формули [22].

$$l_{nf} = \frac{d_{ndif}}{2 \tan \frac{\phi}{2}}. \quad (3.17)$$

Ці відстані для $\phi_1 = 20^\circ$ та $\phi_2 = 30^\circ$ представлені в [17–19]. У загальному випадку кут залежить від однорідності опроміненої речовини та інтенсивності опромінення.

Якісне пояснення розвитку каскаду руйнувань може бути таким. Фокус кожної дифракційної зони (плями) є джерелом власне ударно-оптичного пробою. Але фокуси з вищим числом можуть опинитися у «зоні» впливу попередніх фокусів. Тому лише перший ступінь на Рис. 3.4 (с) являє собою суто ударний механізм (конус Маха). Конуси Маха характеризують другу та третю ступені каскаду Рис. 3.4 (с). Але його максимуми зміщені від центру. Це може бути результатом взаємодії другої та третьої ударних хвиль з попередніми ударними хвилями: перша – для другої хвилі та перша та друга – для третьої хвилі. Ударний механізм руйнування засвідчує лінійний напрямок оптичного пробою. Цей напрямок паралельний до напрямку ударної хвилі (поширення світла), а спектр, що випромінюється, є континуумом як для черенковського випромінювання, так

і для спостережуваних лазерно-індукованих явищ у воді та в повітрі [17–19]. Таким чином, основним «творцем» слідів оптичного пробою є вторинне черенковське випромінювання та ударні хвилі. Це випромінювання поглинається ефективніше, ніж лазерне випромінювання, і тому створення «траєкторії» оптичного пробою ефективніше, ніж початковим лазерним випромінюванням. Черенковське випромінювання лежить у області власного поглинання 4H-SiC, а випромінювання 800 нм – у домішкочивій області. Для перевірки цієї гіпотези ми мали б виміряти спектр вторинного випромінювання. У цьому випадку можна використовувати фізико-хімічну каскадну модель збудження власних хімічних зв'язків речовини, що опромінюється в режимі насичення збудження [17–19].

Висновок про дифракційне розшарування сфокусованого випромінювання може бути підтверджений експериментальними даними Рис. 3.4 (с).

Ці результати також відповідають теорії Лугового-Прохорова [17–19]: відстань між сусідніми елементами менша, ніж відстань між окуляром мікроскопа і першим ступенем каскаду (кореляція цієї відстані пропорційна $\frac{\lambda}{a}$), але відстань між сусідніми елементами каскаду однакова і пропорційно половині довжини хвилі [17–19].

Якісне пояснення розвитку каскаду руйнувань Рис. 3.4 (с) може бути наступним [17–19]. Фокус кожної дифракційної зони (плями) є джерелом власне ударно-оптичного пробою. Але фокуси з вищим числом можуть опинитися у «зоні» впливу попередніх фокусів. Тому лише перший ступінь на Рис. 3.4 (с) представляє суто ударний механізм (конус Маха). Конуси Маха характеризують другу та третью ступені каскаду Рис. 3.4 (с). Але їх максимуми зміщені від центру. Це може бути результатом взаємодії другої та третьої ударних хвиль з попередніми стрибками ущільнення: перша – для другої хвилі та перша та друга – для третьої хвилі. У черенковського випромінювання є така особливість. Відомо, що індуковані випромінювачі дають можливість приймати два когерентні джерела світла. Цей факт використовується для стандартної інтерференції [17–19]. Аналогічне явище має спостерігатися й у черенковського випромінювання [17–19]. Якщо ми пропустимо промінь світла через два невеликі

об'єми одного і того ж середовища, то ми отримаємо два когерентні джерела. Ця властивість характерна для будь-якої довжини хвилі неперервного черенковського спектру [17–19]. Тому інтерференція для черенковського випромінювання має широку спектральну область [17–19].

Для грубої оцінки основних особливостей розподілу енергії у конусі Маха можна використати таку формулу [17–19]

$$E_{1ob} = \frac{\pi^2}{4} \left(\sum_{i=1}^5 n_{iav}^2 l_{iav} \right) r^2 N_{aSiC} E_{Zth}, \quad (3.18)$$

де n_{iav} – середнє видиме число філаментів у відповідній групі каскаду, $l_{iav} = 1000$ нм – середня довжина філаментів у відповідній групі каскаду, $r = 10$ нм – середній радіус філаменту, N_a – атомна щільність 4H-SiC.

Атомну щільність 4H-SiC можна визначити за допомогою наступної формули [17–19].

$$N_a = \frac{n \rho N_A}{A}, \quad (3.19)$$

де ρ – щільність напівпровідника, n_A – число Авогадро, A – маса однієї грам-молекули, n – кількість атомів у молекулі. Для 4H-SiC $N_{aSiC} = 9,4 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$.

Для подальшої оцінки використовуємо наступне наближення $n_{1av} = n_{2av} = n_{3av} = n_{4av} = n_{5av} = 100$, див. Рис. 3.4 (с).

Енергію, необхідну для оптичного пробою наших нанотрубок, можна визначити в такий спосіб. Порогова енергія Зейтца для 4H-SiC дорівнює $E_{Zth} \sim 25$ eV [17–19]. Нехай це значення відповідає енергії оптичного пробою. Таким чином, сумарна енергія дорівнює

$$E_{1ob} = N_{asnt} \cdot E_{Zt\Box} = 23,2 \text{ nJ}. \quad (3.20)$$

Це значення дорівнює $\sim 8\%$ енергії імпульсу або $\sim 30\%$ від ефективної поглиненої енергії імпульсу [17–19]. У цьому випадку ми маємо більш високу ефективність перетворення вихідного випромінювання на «незворотню» частину черенковського випромінювання. Це результат інтенсивнішого збудження порівняно з класичними методами отримання черенковського випромінювання. У цьому випадку ми маємо справу із суто фотохімічними процесами.

Експериментальні дані щодо власного поглинання Рис. 3.4 показують, що для короткоімпульсного режиму опромінення (фемтосекундний режим) основними процесами руйнування плавеного кварцу та фториду кальцію є фотохімічні (багатофотонне поглинання в режимі насичення збудження [17–19]. На Рис. 3.4 показано перетворення вихідного лазерного випромінювання (довжина хвилі 800 нм) на континуальне черенковське випромінювання. По довжині оптичного пробою 4H-SiC можна визначити середній показник поглинання черенковського випромінювання. Це $\sim 10^4 \text{ см}^{-1}$. Ця величина відповідає фіолетово-синій області спектру поглинання 4H-SiC [17–19].

Відмінність між генераціями поверхневого континуального випромінювання [17–19] та оптико-індукованого черенковського випромінювання полягає в наступному. Спочатку ми маємо справу з колективними електромагнітними процесами, які можна уявити як процеси, швидкість яких менша за фазову швидкість світла в середовищі. Здебільшого це хвильові процеси. У разі черенковського випромінювання ми маємо орієнтаційні квантові оптичні процеси, які можна уявити як процеси, швидкість яких більша за фазову швидкість світла в речовині. Грубо кажучи, останні процеси можуть мати швидкість меншу, ніж фазова швидкість світла в середовищі, але вони мають бути локальним (квантовим) [17–19]. Але в цьому випадку ми повинні визначити нову фазову швидкість світла як швидкість колективізації електромагнітних коливань для відповідної частоти в середовищах, тому що ми маємо неперервний спектр випромінювання. Тому сумарна швидкість взаємодії світла та речовини визначається сумарним часом відповідного ланцюжка прямих оптичних процесів.

Черенковське випромінювання також можна уявити як нелінійнооптичний процес з широким спектром збудження та випромінювання. Грубо кажучи, нелінійна оптика – це оптика однорідної нелінійної поляризації. Але інтенсивне лазерне опромінення породжує нелінійну неоднорідну поляризацію та черенковське випромінювання [17–19]. Тому ці процеси мають однакову природу [17–19].

Ми можемо оцінити ланцюг критичних значень енергії для 4H-SiC з фізико-хімічної точки зору. Критичне значення енергії, яке необхідне для самофокусування, можна визначити в такий спосіб. Об'ємна щільність енергії процесу генерації самофокусування може бути визначена формулою (3.20). Надалі ми зробили наступне наближення [28]: $E_a = h\nu = 1,5$ Ев, $N_{nc} = (10^{14} - 10^{16})\text{см}^{-3}$. Тоді ми маємо для 4H-SiC $W_{crvol} = 2,4 \cdot (10^{-5} - 10^{-3}) \text{Дж}/\text{см}^3$. Для SiC $\alpha = 0,1 \text{ см}^{-1}$. Та $W_{crvol} = 2,4 \cdot (10^4 - 10^{-2}) \text{Дж}/\text{см}^2$.

Інтегральне значення енергії можна визначити за формулою (3.3). На Рис. 3.4 © для $r = 2$ мкм, $S = 1,256 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2$. Тому $W_{crin} = 3(10^{-11} - 10^{-9})$ Дж. Для $r = 1$ мм $W_{crin} = 1,9(10^{-6} - 10^{-4})$ Дж.

Ці оцінки відповідають оцінкам, які отримані за допомогою формул для керрівського середовища [17–19].

Наступним кроком визначення густини енергії в нашому каскаді є умова дифракційного розшарування. Цей стан можна визначити за розмірами дифракційних кілець. Ми оцінимо щільність енергії у площині створення дифракційного розшарування для $n = 5$.

Для п'ятого дифракційного кільця визначимо максимальний діаметр дифракційної картини. В цьому випадку середня густина енергії в площині дифракційних кілець практично еквівалента падаючій енергії.

Відповідні співвідношення між енергіями оцінимо для наступних процесів: лазерного опромінення, дифракційного розшарування, черенковського випромінювання та оптичного пробою [17–19].

Щільність лазерного випромінювання дорівнює

$$W_{avdr} = \frac{E_p}{S} \cdot \quad (3.21)$$

де E_p – енергія лазерного імпульсу. Для $E_p = 200$ нДж, $E_p = 300$ нДж та $S = 1,256 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2$ ми маємо наступні значення W_{awdr} 1,6 Дж/см² та 2,4 Дж/см². Якщо ми помножимо цей результат на значення показника поглинання карбїду кремнію $\alpha = 0,1 \text{ см}^{-1}$, то отримаємо об'ємну щільність енергії $W_{awdrvol}$ 0,16 Дж/см³ та 0,24

Дж/см³. Дійсні значення є лише 0,4 з наведених даних (коефіцієнт відбивання 0,6) та рівні 0,064 та 0,096 Дж/см³ [17–19].

Відношення $W_{awdrvol} / W_{crvol}$ для карбіду кремнію знаходиться в межах від 27 до 2700.

Щільність енергії оптичного пробою W_{ob} для SiC дорівнює 18800 Дж/см³. Отже, відношення цього значення до порогової енергії самофокусування рівне 78 333 і 117 500 [17–19].

Аналогічні каскадні процеси можуть відбуватися і для інших середовищ (LiF, вода, важка вода, CaF₂, NaCl, CS₂, CCl₄, C₂HCl₃ та плавлений кварц) [17–19].

Поняття дифракційного розшарування дозволяє пояснити поверхневий характер черенковського випромінювання. Це випромінювання генерується в області відповідного сфокусованого дифракційного кільця [17–19].

Модель Релея є розв'язком проблеми Безанта [17–19, 32, 33], яка формулюється в наступній формі: «Нескінченна маса однорідної нестискуваної рідини, на яку не діють жодні сили, знаходиться в стані спокою, і сферична частина рідини швидко анігілює; потрібно знайти миттєву зміну тиску в будь-якій точці маси і час, за який порожнина буде заповнена, при цьому тиск на нескінченній відстані повинен залишатися постійним».

Релей отримав розв'язок цієї проблеми для звукових ударних процесів в рідині. У цьому випадку бульбашки кавітації мають розмір від декількох міліметрів до декількох сантиметрів [17–19, 32, 33].

У нашому випадку Рис. 3.4 (h) розміри наших нановоїдів дорівнюють 15 - 20 нм. Тому ми маємо змінити «звуковий» механізм створення кавітаційних бульбашок на електромагнітний. Ця проблема була розв'язана за допомогою заміни швидкості звуку на швидкість світла [17–19, 32, 33].

Розміри нановоїдів Рис. 3.4 (h) можна визначити за допомогою модифікованої моделі Релея [32], а її форму – за допомогою методів механіки суцільних середовищ [44] наступним чином.

Нановоїди можна розглядати як результат лазерно-індукованого оптичного пробою та утворення кавітаційних бульбашок [32]. Світловий тиск можна визначити за такою формулою [17–19, 32].

$$p_0 = \frac{E_{ir}}{\tau_i c S}, \quad (3.22)$$

де E – енергія опромінення, τ_i – тривалість імпульсу, S – площа зони опромінення, c – швидкість світла. Для випадку сферичної симетрії [17–19]

$$S = \pi r^2, \quad (3.23)$$

де r – радіус нановоїда.

Для оцінок максимального радіусу нановоїдів необхідно використовувати модифіковану формулу Релея [17–19, 32]

$$R_{max} = \frac{2R}{0,915r} \sqrt{\frac{E_{ir}}{\pi \tau_i c E}} \quad (3.24)$$

де T_c – час створення нановоїда (бульбашка), R – радіус нановоїда, r – радіус опромінюваної зони, E – модуль Юнга, E_{ir} – енергія одного імпульсу. τ_i – тривалість імпульсу [32].

Якщо підставити $r = 250$ нм, $R = 10$ нм, $E = 600$ ГПа [4, 6], $E_{ir} = 300$ нДж, $\tau_i = 30$ фс, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, то отримаємо $R_{max} = 11$ нм [17–19, 32].

Визначимо тепер еліпсоїдальність наших нановоїдів з наступних міркувань. У нас є дві швидкості звуку в пружному тілі: поздовжня та поперечна [17–19]. Їх значення визначаються за такими формулами

$$\vartheta_{ls} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho_o(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad \text{та} \quad \vartheta_{ts} = \sqrt{\frac{E}{2\rho_o(1+\nu)}}, \quad (3.25)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона [17–19]. Співвідношення цих двох швидкостей дорівнює

$$\alpha = \frac{\vartheta_{ts}}{\vartheta_{ls}} = \sqrt{\frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)}}. \quad (3.26)$$

Але це співвідношення має бути вірним і для ударних хвиль. Отже, для карбіду кремнію для $\nu = 0,45$ [32]. $\alpha = 0,33$. Грубо кажучи, останнє співвідношення визначає степінь еліпсоїдальності форми наших нановоїдів Рис. 3.4(h).

Було оцінено максимальні поздовжні та поперечні радіуси $R_{max i}, i \in (l, t)$. Ці значення дорівнюють 6 нм і 19 нм [17–19].

В даному випадку ми представили 4H-SiC як пружне ізотропне тіло. Насправді ми маємо гексагональну структуру. Для якісного пояснення експериментальних даних, представлених на Рис. 3.4, ця модифікована модель Релея дозволяє пояснити результати лазерно-індукованого пробою та оцінити розміри та форми нановоїдів.

Як бачимо, для лазерного-індукованого оптичного пробою необхідно враховувати процеси фокусування та самофокусування. Проблема створення початкової затравочної концентрації електронів також є однією із основних задач нелінійної оптики. Тому ми повинні включити в проблему оптичного пробою неоднорідність матеріалів та неоднорідність взаємодії світла та речовиною, включаючи дифракційне розшарування, генерацію неперервного випромінювання (включаючи черенковське випромінювання), інтерференцію черенковського випромінювання та прямий оптичний пробій.

Але при більш тривалому опроміненні мають місце вторинні процеси, включаючи перевипромінювання та перепоглинання [17–19]. У цьому випадку ми можемо мати процеси нагрівання та створення плазмових хмарин [17–19]. При більш короткому режимі опромінення ймовірність каскадного поетапного лазерно-індукованого прямого багатофотонного збудження збільшується, тому маємо прямий каскадний пробій [17–19].

Таким чином, методи релаксаційної оптики дозволяють об'єднати процеси випромінювальної та безвипромінювальної релаксації (нелінійна та релаксаційна оптика) первинного оптичного збудження в одній системі і дозволяють з єдиної точки зору пояснити процеси лазерно-індукованого оптичного пробою та ударні процеси. Для якісного пояснення відповідних експериментальних даних необхідно додати використання фізико-хімічних моделей, методів дифракційного розшарування та лазерно-індукованого черенковського випромінювання [17–19].

Тепер ми використаємо фізико-хімічний метод оцінки для моделювання експериментальних даних КСІ Рис. 1.6. Щільність атомів КСІ визначалася за формулою (3.12) і рівна енергія Зейтца для КСІ, що має значення ~ 30 еВ [32].

Результати моделювання представлені у Таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Основні характеристики лазерно-індукованого оптичного пробою КСІ Рис. 3.5.

Рис.	d_{average} , мкм	l , мм	V_{ob} , 10^{-7} см ³	N_{ob} , 10^{15} см ⁻³	E_{KClOb} , 10^{-2} Дж
Рис. 3.5(a)	0,5	2	1,57	4,87	2,32
Рис. 3.5(b)	0,5	3	2,36	7,31	3,48

Для моделювання ми використали такі наближення [40,45,43]. Фото Рис. 3.5 дає нечітке зображення порівняно зі світлопольним ПЕМ-зображенням Рис. 3.4(с). Отже, ми можемо побачити мікроструктуру оптичного пробою лише для карбиду кремнію. Тому ми використовуємо грубі наближення для діаметра d_{average} та довжини l каскадного лазерного оптичного пробою, показаного на Рис. 3.5. Об'єм каскаду визначався як об'єм циліндра.

Рис. 3.5 аналогічний до Рис. 3.4(с). Але режими опромінення на Рис. 3.5 проводились з модою TEM_{01} . Таким чином, маємо два канали генерації каскаду лазерного оптичного пробою.

Відстань між бульбашками на Рис. 3.5 (b) більша, ніж між областями руйнування на Рис. 3.4 (с). Але умови фокусування випромінювання в обох випадках еквівалентні. Отже, відстані між сусідніми областями руйнування l_2 на Рис. 3.5 (b) та сусідніми областями руйнування l_1 на Рис.3.4 (с) зв'язані наступною формулою [18, 15]

$$l_2 = \frac{d_{\text{ndif}} \tan(\varphi_{1/2})}{d_{\text{ndif2}} \tan(\varphi_{2/2})} l_1 = \frac{\lambda_2 \tan(\varphi_{1/2})}{\lambda_1 \tan(\varphi_{2/2})} l_1. \quad (3.27)$$

Загалом співвідношення цих відстаней залежить від довжини хвилі випромінювання та кутів фокусування, у тому числі від інтенсивності випромінювання. Що і визначає ступінь однорідності опромінюваної речовини.

Якщо підставити у формулу (3.27) $\lambda_2 = 10,6\mu m$ та $\lambda_1 = 0,8\mu m$ і $\varphi_1 = \varphi_2$ тоді отримаємо

$$l_2 = 13,25 l_1. \quad (3.27 \text{ a})$$

Енергетичні характеристики опромінення не наводилися для Рис 1.6, але були зазначені в [17–19]. Тому ми вибрали значення 2 Дж/імпульс [17–19]. І тут ми маємо ефективне використання енергії. Методи оцінки енергетичних характеристик Таблиці 3.1 грубіші, ніж для 4H-SiC. Але ми маємо припустити, що сфокусоване лазерне випромінювання має дифракційне розшарування, генерацію черенковського випромінювання та інтерференцію цього черенковського випромінювання. На Рис. 3.5 (б) ми бачимо 5-7 ступенів каскаду оптичного пробою. Джерела черенковського випромінювання знаходяться на поверхні дифракційно-розшарованих конусів.

Якщо цей сценарій є вірним, то ми маємо, що як і для 4H-SiC, ефективне перетворення енергії лазерного випромінювання в каскад лазерно-індукованого оптичного пробою, так і для KCl. Це значення становить 11,6 – 17,4 відсотка [18, 19, 32].

Експериментальні дані Рис. 3.4 та Рис. 3.5 схожі на чоткову блискавку [18, 19] і нагадують застиглу картинку в лампі біжучої хвилі [18, 19]. Але для формування цих процесів ми повинні мати два електроди та модульоване зовнішнє поле. Для лазерно-індукованого оптичного пробою є тільки лазерне поле, його нелінійна трансформація, включаючи дифракційне розшарування лазерного променя, генерація черенковського випромінювання та його інтерференція, а також багатофотонне поглинання. У цьому випадку ми маємо справу з внутрішніми нелінійно та релаксаційно оптичними процесами.

Як бачимо, основним механізмом утворення неоднорідного каскаду руйнувань при лазерно індукованому оптичному пробої є нелінійно та релаксаційно оптичне перетворення початкового опромінювання. Включення в 4H-SiC та KCl розподілені однорідно, тому вони не можуть бути джерелом лазерно-індукованих неоднорідностей.

Ми також можемо оцінити розміри та форми можливих наноподібних зерен для хлориду калію. Прийmemo відношення радіуса зони опромінення до радіуса нанодроту рівним 50. Енергія опромінення 2 Дж. Тривалість опромінення 30 нс, модуль Юнга 29,67 Гпа, коефіцієнт Пуассона 0,216.

Після підстановки цих даних у формулу (3.24) ми маємо $R_{maxKCl} = 62.5\text{нм}$. Еліптичність нановодів KCl можна визначити з (3.26) $\alpha_{KCl} = 0.6$.

Оцінимо тепер максимальні радіуси бульбашки для акустичного випадку [32].

$$R_{max}^{ac} = \frac{2R}{0.915r} \sqrt{\frac{E_{ir}}{\pi\tau_{ir}c_s E}}, \quad (3.28)$$

де c_s - швидкість звуку.

В результаті отримуємо $R_{maxSiC}^{ac} = 1.7\text{ мкм}$ та $R_{maxKCl}^{ac} = 28\text{ мкм}$ [32]. Форма пустот не змінюється, вони лише збільшуються в розмірі на 2-3 порядки.

Якщо взяти співвідношення акустичної формули (3.28) і оптичної формули (3.24), то для однакових режимів опромінення матимемо співвідношення [32]

$$\frac{R_{max}^{ac}}{R_{max}} = \sqrt{\frac{c}{c_s}}. \quad (3.29)$$

Проте порівняння з експериментальними результатами (Рис. 3.5) показує, що основну роль у формуванні наноподібних структур відіграють електромагнітні, а не акустичні процеси. Це пояснюється тим, що в даному випадку реалізується ланцюжок ближніх когерентних процесів перетворення як оптичного випромінювання в збудження середовища, так і відповідної релаксації середовища, іншими словами, існує ланцюжок взаємопов'язаних процесів. Експериментальні дані на Рис. 3.4 і Рис. 3.5 відповідають електромагнітному випадку, і тому ми можемо використовувати для пояснення модифіковану модель Релея [32].

ВИСНОВКИ

1. Розглянуто проблему подібності та її роль у розвитку різних розділів теоретичної та математичної фізики.
2. Показано вплив гідродинамічних досліджень І. Ньютона на становлення оптичної інтерференції.
3. Пояснена еволюція виникнення хвильової функції квантової механіки від малих коливань ідеальної рідини (універсальність хвильового рівняння) та фазових хвиль де Бройля до сучасних уявлень.
4. Показана подібність за закону Снелла та черенковського випромінювання.
5. Проаналізований взаємозв'язок мікроскопічної (модель О. Бора) та мікроскопічної (модель І. Голуба) природи черенковського випромінювання.
6. Акцентована увага на доцільність використання методів класичної фізики для моделювання процесів лазерно-індукованого пробою твердих тіл.
7. Показана подібність електромагнітних та акустичних ударних лазерно-індукованих процесів та пояснена їх різниця.

ЛІТЕРАТУРА ТА ДЖЕРЕЛА

1. Birkhoff G. Hydrodynamics. Princeton: Princeton University Press., 1961. 320 p.
2. De Broglie L. Heisenberg's uncertainties and the probabilistic interpretation of wave mechanics: with critical notes of the author. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990, 302 p.
3. Groat B. F. Theory of Similarity and Models.//Transactions of American Society of Civil Engineers. Vol. 84, Is. 1, 1921. – P. 273 – 303.
4. Heisenberg W. Physical foundations of quantum theory. N.-Y.: Dover, 2013. 156p.
5. Smith E. Principles of Industrial Measurement for Control Applications. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1984. 433 p.
6. Kadanoff L. P., Martin P.C. Hydrodynamic equations and correlation functions.// Annals of Physics vol. 24, 1963. P. 419-469..
7. Чернецька А. М. Моделювання лазерно-індукованого оптичного пробою середовища. Магістерська робота. Луцьк: ВНУ імені Лесі Українки, 2021, 68с..
8. Shen Y. R. The Principles of Nonlinear Optics, John Wiley & Sons, New York, 1984, 576 p.
9. Prandtl L. Hydrodynamik. Göttingen: Universitätsverlag, 1923. 429 s.
10. Reynolds A.J. Turbulent flows in engineering research. N.-Y.: Wiley, 1972. 462p.
11. Sedov L.I. Methods of similarity and dimension in mechanics. Boca Raton: CRC Press, 1993. 496 p.
12. Thompson J. M. T. Instabilities and Catastrophes in Science and Engineering. Chichester: Wiley, 1982. 226 p.
13. Трохимчук П.П. Основи поліметричного аналізу. К.: ІСДО, 1993. 168 с.
14. Трохимчук П.П. Поліметрична теорія міри та вимірювань та деякі її застосування. К.: НМК ВО, 1993. 124 с.
15. Трохимчук П.П. Поліметричне моделювання інформаційних та фізичних процесів. Луцьк: Вежа, 1999. 344 с.
16. Jelley J. V. Čerenkov Radiation And Its Applications. New York: Pergamon, 1958. 304 p

17. Trokhimchuck P.P. *Relaxed Optics: Modeling and Discussions*, Saarbrücken, Lambert Academic Publishing, 2020. 249 p.
18. Trokhimchuck P.P. *Relaxed Optics: Modeling and Discussions 2*, Saarbrücken, Lambert Academic Publishing, 2022. 210 p.
19. Trokhimchuck P.P. *Relaxed Optics: Modeling and Discussions*, New Delhi, AkiNik Publications, 2022. 205 p.
20. Trokhimchuck P. P. Optical breakdown in matter: retrospective and perspective. In: *Advanced in Engineering Technology*, vol. 3. New Delhi, AkiNik Publications, 2020. P. 101-132.
21. Trokhimchuck P. P. Role Physical-Chemical Processes in the Generation of Laser-Induced Structures. In: *Research Trends in Chemistry*, vol. 11. New Delhi, AkiNik Publications, 2020. P. 109-140.
22. Trokhimchuck P. P. Optical coherence: concepts and applications. In: *Advanced in Engineering Technology*, ed. Jaivir Singh, vol. 5, ch.1. New Delhi, AkiNik Publications, 2021. P. 101-132.
23. Trokhimchuck P.P. *Diffraction: Concepts and Applications./ Recent Review and Research in Physics*. Ed. Jayminkumar Rajanikant Ray, S.S. Sharma, vol. 1, ch. 3. New Dehly: AkiNik Publications, 2022. P. 37-67.
24. Trokhimchuck P. P. *Saturation of Excitation and Critical Processes in Nonlinear and Relaxed Optics./ Recent Review and Research in Physics*. Ed. Jayminkumar Rajanikant Ray, S.S. Sharma, vol. 1, ch. 3. New Dehly: AkiNik Publications, 2022. P. 69-98.
25. Trokhimchuck P. P. *Cherenkov and supercontinuum radiation: mainpeculiarities and applications./ Recent Review and Research in Physics*. Ed. Jayminkumar Rajanikant Ray, S.S. Sharma, vol. 4, ch.7. New Dehli: AkiNik Publications, 2023. P. 107-136
26. Trokhimchuck P. P. *Shork Electromagnetic Processes in Nonlinear and Relaxed Optics*. In: *Recent Review and Research in Physics*. Ed. Jayminkumar Rajanikant Ray, S.S. Sharma, Vol. 4, ch.3. New Delhi: AkiNik Publications, 2023. P.23-52.

27. Trokhimchuck P. P. The Main Problems of Modelling the Nucleation and Crystallization: Electromagnetic Aspects. In: Recent Review and Research in Physics. Ed. Jayminkumar Rajanikant Ray, S.S. Sharma, Vol. 5, ch.1. New Delhi: AkiNik Publications, 2023. P. 1-30.
28. Trokhimchuck P. P. Some Problems of Modeling the Shock Processes of Relaxed Optics. Proc. CAOL-2019, Sozopol, 6-9 September 2019. 6 p. (вийшло в лютому 2020)
29. Trokhimchuck P. P. Some Problems of Modeling Laser-Induced Filaments: Nonlinear and Relaxed Optical Aspects. IJARPS, v. 7, is.2, 2020. P.1-15
30. Trokhimchuck P. P. Some Problems of the Modeling the Optical Breakdown and Shock Processes in Nonlinear and Relaxed Optics. IJARPS, v. 7, is.5, 2020. P.17-30.
31. Trokhimchuck P. P. Modeling of the direct laser-induced optical breakdown in solid. Applied Questions of Mathematical Modeling, vol.3, No. 2.1, 2020. P. 269-279
32. Trokhimchuck P. P. Recent Research and Development Status of Relaxed Optics and Laser Technology: A Review. Optics and Photonics Journal, 11 (7), 2021. P. 210-263.
33. Trokhimchuck P. P. To Question about Nature of Laser-Induced Cavitation. IJARPS, vol. 10, is. 5, 2023. P. 1-16.
34. Trokhimchuck P. P. To Question about Nature of Laser-Induced Explosive Processes and Phenomena. IJARPS, vol. 10, is. 7, 2023. P. 1-14.
35. Lemb G. Hydrodynamics. Cambridge: University Press, 1895. 628 p.
36. Golub I. Optical characteristics of supercontinuum generation.// Optics Letters. Vol. 15, Is.6, 1990. P. 305-307
37. Golub I., Shuker R., Eres G. On the optical characteristics of the conical emission.// Optics Communications. Vol. 57, Is. 2, 1986. P. 143-145.
38. Whittaker E. History of the theory of aether and electricity. Dublin: Longman Green, 1910. 475 p.

39. Bohr A. Atomic interaction in penetrated phenomena. Det Kgl. Danske Videnskabernes Selska B Matematisk-Fysiske Meddelelser, Bind XXIV, Nr. 19. KØBENHAVN: I Kommission Hos Ejnar Munksgaard, 1948. P. 1 - 51.
40. Baranskyy P. I., Klochkov V. P., Potykevich I. V. Semiconductor electronics. Reference book. – Kiev: Naukova Dumka, 1975. 704p. (In Russian)
41. De Broglie L. Researches on the Quantum Theory. Ph.D. Thesis, Paris. / Ann. de Phys., 10e serie, ' t. III, Paris: Janvier-F evrier ' 1925. 73 p.
42. Вакарчук І. О. Квантова механіка. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. 872с.
43. Трохимчук П. П. Теоретична механіка. Луцьк: Вежа-Друк, 2016. 96 с.
44. Трохимчук П. П. Механіка суцільних середовищ. Луцьк: Вежа-Друк, 2018. 166 с.
45. Трохимчук П. П. Теоретична фізика. Луцьк: Вежа-Друк, 2017. 256 с
46. Trokhimchuck Petro, Shevchuk Ivan. similarity in nonlinear and relaxed optics. Proceeding of the XXIII international young scientists conference on applied physics (ICAP 2023), May, 16-20, Kiyiv: Taras Shevchenko National University, 2023. – P. 33-34.
47. Trokhimchuck Petro, Shevchuk Ivan. Problem of similarity in nonlinear and relaxed optics. Proc. V Int. Conf. “Actual problems of fundamental science” Dedicated to the 380th anniversary of the birth of Isaac Newton (APFS-2023), base “Hart”, VNU, June 01-05, 2023. Lutsk: Vezha - Print, 2023. – P.33-34.

Анотація

Проаналізовано основні проблеми подібності в теоретичній та математичній фізиці. Показано вплив акустичних робіт І. Ньютона на становлення оптичної інтерференції. Встановлено зв'язок між малими коливаннями ідеальної рідини та хвильовою функцією квантової механіки. Також встановлена подібність між акустичними та електромагнітними ударними процесами.

Ключові слова: подібність, ідеальна рідина, черенковське випромінювання, ударні процеси, Релей, релаксаційна оптика.

Summary

The main problems of similarity in theoretical and mathematical physics are analyzed. The impact of I. Newton's acoustic works on the formation of optical interference is shown. A connection between small fluctuations of an ideal fluid and the wave function of quantum mechanics has been established. The similarity between acoustic and electromagnetic shock processes is also established.

Key words: similarity, ideal liquid, Cherenkov radiation, shock processes, Rayleigh, Relaxed Optics.