

ТЕРМОПРУЖНІСТЬ КВАЗІКРИСТАЛІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА ІЗ ТРІЩИНОЮ ЗА ДІЇ ЗОСЕРЕДЖЕНИХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА

Пастернак Ярослав Михайлович

Волинський національний університет імені Лесі Українки,
iaroslav.pasternak@vnu.edu.ua

Гоцик Ігор Анатолійович

Волинський національний університет імені Лесі Українки, gotsyk.igor@vnu.edu.ua

Відкриті у 80-х роках ХХ століття квазікристалічні матеріали [1] на даний час активно використовуються у сучасному аерокосмічному машинобудуванні завдяки своїм унікальним термомеханічним властивостям, що зумовлені внутрішньою взаємодією в них фононних та фазонних полів. Для моделювання таких матеріалів на даний час активно розробляються аналітичні та числові математичні методи [1, 2]. Зокрема, у [2] для плоскої задачі термопружності квазікристалічних тіл розвинуто формалізм Стро, що зводить її розв'язування до відшукування аналітичних функцій певних комплексних аргументів. Вказано [2], що використання інтегральної формули Коші та співвідношень Племелі дають можливість звести цю задачу до системи сингулярних інтегральних рівнянь.

На основі цього підходу у даній роботі розглянуто плоску задачу термопружності для квазікристалічного середовища із прямолінійною тріщиною, що лежить на відрізку $(-a, a)$ дійсної осі Ox_1 за наявності зосереджених джерел тепла q_k ($k = 1, 2, \dots, n$), прикладених у точках $(x_1^k, 0)$ на осі Ox_1 поза тріщиною, тобто $|x_1^k| > a$. Вважається, що на поверхнях тріщини підтримується стала температура θ_c . Тепловий потік, фононні та фазонні напруження зникають на безмежності.

Результуючу задачу за допомогою методології [2] зведено до такої системи інтегральних рівнянь

$$\int_{-a}^a \ln|x_1 - x_0| \Sigma h_n(x_1) dx_1 = \sum_{k=1}^n q_k \ln|x_1^k - x_0| + 2\pi k_t (\theta_c - \theta^\infty), \quad (1)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\Delta \tilde{\mathbf{u}}(x_1)}{(x_1 - x_0)^2} dx_1 = 2\mathbf{L}^{-1} \text{Im}(\tilde{\gamma}_2^*) (\theta_c - \theta^\infty). \quad (2)$$

Тут $\Sigma(\square) = (\square)^+ + (\square)^-$, $\Delta(\square) = (\square)^+ - (\square)^-$; $h_n = h_i n_i$; h_i – компоненти вектора теплового потоку; n_i – компоненти одиничного вектора зовнішньої нормалі (знаками «+» та «-» позначено величини, що стосуються верхнього і нижнього берегів тріщини відповідно); $\tilde{\mathbf{u}}$ – розширений вектор фононно-фазонних переміщень; $k_t = \sqrt{k_{11}k_{22} - k_{12}^2}$, а k_{ij} – коефіцієнти теплопровідності матеріалу у відповідних напрямках; \mathbf{L} , $\tilde{\gamma}_2^*$ – дійсна матриця та комплексний вектор, що залежать лише від термомеханічних сталих матеріалу; θ^∞ – температура у віддаленій точці середовища.

Із (2) видно, що стрибок фононно-фазонних переміщень на тріщині залежить лише від різниці температури θ_c тріщини та θ^∞ середовища. Остання визначається з (1) з урахуванням умови балансу тепла і залежить від розташування джерел тепла та їхньої інтенсивності. Отримано аналітичний розв'язок системи інтегральних рівнянь (1), (2). Досліджено коефіцієнти інтенсивності фононних та фазонних напружень.

1. Fan T.-Y. *Mathematical Theory of Elasticity of Quasicrystals and Its Applications*, Second Edition. Springer, 2016. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-1984-5>
2. Кушнір Р., Пастернак Я., Сулим Г. Розширений формалізм Стро для розв'язування плоских задач теорії термопружності квазікристалічних середовищ. *XXIII МНТК "Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта"*, Київ, 2023. <http://conf.mmi.kpi.ua/proc/article/view/277903>.