Волинський національний університет імені Лесі Українки
Навчально-науковий фізико-технологічний інститут
Кафедра експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій

Григорій Кобель, Валентин Савош

Практикум розв'язування олімпіадних задачі з фізики

Навчальний посібник

Луцьк
Вежа–Друк
2023

УДК 378.091.33-027.22:37.091.27:53(07)

К 55
Рекомендовано до друку науково-методичною радою Волинського національного університету імені Лесі Українки (протокол № 7 від 16.03.2023р.)

Рецензенти:

Лариса Голодюк – доктор педагогічних наук, заступник директора з науково-методичної діяльності, професор кафедри теорії і методики середньої освіти комунального закладу «Кіровоградський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського»

Павло Шигорін, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки.

К 55 **Кобель Г.П.**, **Савош В.О**. Практикум розв’язування олімпіадних задач з фізики. Луцьк : Вежа-Друк, 2023. 112 с.

Посібник розрахований на студентів - фізиків закладів вищої освіти, вчителів фізики, які готують учнів до олімпіад,

Книжка містить умови та детальні розв’язки завдань, які пропонувалися учням на ІІІ етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики у 2015–2022 роках.

Видання стане у нагоді учням шкіл, які поглиблено вивчають фізику.

УДК 378.091.33-027.22:37.091.27:53(07)

ЗМІСТ

ВСТУП

До уваги читачів пропонуються задачі III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики, які проводилися у Волинській області у 2015-2022 р. У книзі наведені умови задач та їх детальні розв'язування.

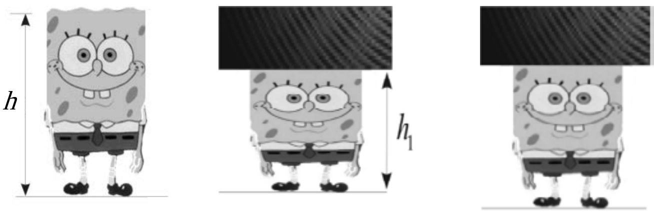
Зміст запропонованих задач відповідав календарно – тематичному плануванню матеріалу у відповідних класах. Для розв'язування олімпіадних задач достатньо знань та умінь, отриманих учнями при вивченні шкільного курсу фізики та математики. Головною умовою успішного розв'язування задач є розуміння фізичних явищ, знання фізичних закономірностей, сформованість уявлень про фізичні величини, їх одиниці та методи вимірювання. Проте олімпіадні задачі відрізняються від типових навчальних задач. Для успішного розв'язування задач учень повинен володіти у певній мірі фізичною інтуїцією, глибшим розумінням фундаментальних фізичних законів, хорошою математичною підготовкою.

Самостійне розв'язування майбутніми вчителями олімпіадних завдань попередніх років дасть змогу ознайомитися з тематикою та рівнем складності таких задач. Детальні розв'язування і пояснення до них допоможуть перевірити правильність власних розв'язків та краще підготувати учнів до наступних олімпіад.

1. Умови задач теоретичного туру
1.1. 2015 р.

8 клас

Задача 1. «Паркова» фізика. Друзі Василько та Петрик уранці часто прогулюються в парку. Одного разу Петрик узяв із собою на прогулянку свого пса Спринтера. Василько біжить зі швидкістю $\upsilon = 2\ м/с$, йому назустріч ідуть Петрик та Спринтер зі швидкістю $u = 1\ м/с$. О 12:00:00 Петрик побачив Василька, який у цей момент був на відстані L = 300 м від нього. Петрик одразу ж відпустив Спринтера і собака побіг назустріч Василькові зі швидкістю $\upsilon_c = 9\ м/с$. Спринтер, прибігши до Василька, деякий час іде разом із ним, а потім біжить до свого господаря. Прибігши до нього і пройшовшись певний час поряд із Петриком, пес знову біжить до Василька, й так повторюється кілька разів. За час зближення приятелів Спринтер пробув біля кожного з них однаковий час. Загальна довжина шляху, яку пройшов та пробіг пес, становить L_c = 750 м. Протягом якого інтервалу часу від 12:00:00 до 12:01:40 Спринтер біг зі швидкістю 9 м/с? Швидкості приятелів не змінювались.



Задача 2. Губка Боб і цеглина. Одного разу гутаперчевий Губка Боб Квадратні Штани відпочивав на суші. Об'єм Губки 20 л, густина сухого Боба ρ = 100 кг/м^3. Відомо, що об'єм води в Губці Бобі не перевищує об'єму порожнин у даний момент часу. Губку Боба втомила спрага і він випив три літри води. Несподівано на нього зверху впала цеглина масою m = 10 кг. Губка Боб деформувався таким чином, що при максимальному стисненні його зріст зменшився у 5 разів, але горизонтальні розміри при цьому не змінилися (див. рис.). Прийшовши до тями, Губка Боб виявив, що його тиск на землю з цеглиною, що лежить на ньому, становить p = 3500 Па. Визначте площу поперечного перерізу Боба. Вважайте, що Губка Боб має форму прямокутного паралелепіпеда. Густина гутаперчі дорівнює густині води: $\rho_в$ = 1000 кг/м^3. Вважати g = 10 м/с^2.

Задача 3. Сир «Гауда». Шматок сиру «Гауда» розміром $10\times10\times10$ см має масу M = 650 г. Якщо відрізати зверху маленький шматочок, його густина буде ρ_c = 1100 кг/м^3. Це пов'язано з тим, що всередині шматка сиру є невидимі ззовні великі отвори, наповнені газом. Яка маса газу у великому шматку, якщо густина газу становить $\rho_г = 1{,}29\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$?

Задача 4. Екстремальна риболовля. Двоє професійних рибалок, масами по M = 90 кг кожен, полюбляють вудити рибу з човна. Відомо: коли човен не протікає, рибалкам вдається за п'ять годин наловити m = 60 кг риби (при цьому краї човна опускаються до рівня води). Старий човен став пропускати воду через дно зі швидкістю υ = 0,4 л/хв. У якому з двох випадків улов на продірявленому човні буде більшим: а) якщо рибалки поїдуть ловити рибу двоє; б) якщо поїде ловити рибу один рибалка? Густина води $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Задача 5. Комашка і лінза. Комашка летить до тонкої лінзи вздовж її головної оптичної осі зі швидкістю υ = 10 см/с.

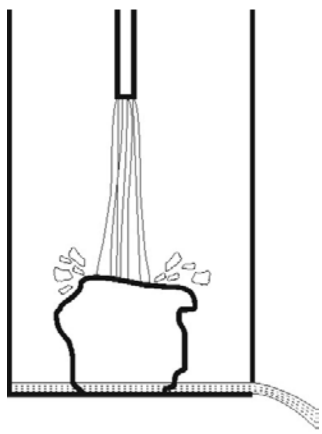
Через t_1 = 1 с після того як її зображення мало натуральну величину, розмір зображення збільшився вдвічі. Визначте тип лінзи та її фокусну відстань. Яким стало зображення через t_2 =2 с польоту?

9 клас

Задача 1, 8 клас.

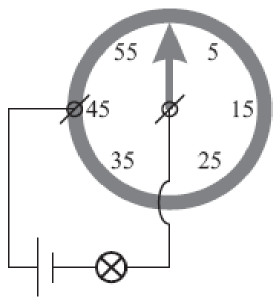
Задача 2, 8 клас.

Задача 3. «Душ» для льоду. Посудина має невеликий отвір біля дна. У неї поклали великий шматок льоду при температурі $t_0 = 0\,^\circ\text{C}$. Зверху на лід тече струмина води (див. рис.) при температурі $t_1 = 20\,^\circ\text{C}$. Витрата води $q = 1\ \frac{\text{г}}{\text{с}}$. Визначити вихідний потік (у $\frac{\text{г}}{\text{с}}$) води із посудини, якщо її температура – $t_2 = 3\,^\circ\text{C}$. Теплообміном з навколишнім середовищем

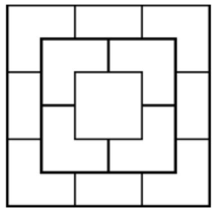


і посудиною можна знехтувати. Питома теплоємність води $c_в = 4190\ \frac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C}$, питома теплота плавлення льоду $\lambda = 332\ \frac{кДж}{кг}$. Рівень води у посудині не збільшується.

Задача 4. Секундомір з підсвіткою. На секундомір з металевим ободом і металевою стрілкою подали постійну напругу: на вісь стрілки і до точки «45 с» на ободі. Також у схему приєднали лампочку (див. рис.). Через який час після пуску секундоміра яскравість світіння лампочки буде: а) мінімальною; б) максимальною?

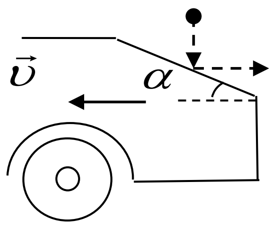


Задача 5. Пірамідка у рідині. Із однакових кубиків збудували об'ємну пірамідку з десяти рядів, верхні три ряди якої зображено на рисунку (вигляд зверху). Кубики жорстко скріплено між собою. Якщо цю пірамідку помістити у посудину з бензином, густина якого $\rho_б$ = 0,8 г/см^3, то вона буде плавати, занурившись у бензин рівно на три нижніх ряди. На скільки нижніх рядів зануриться ця пірамідка у рідині з густиною ρ = 1960 кг/м^3?



10 клас

Задача 1. Під час граду автомобіль їде горизонтальною дорогою зі швидкістю $\upsilon = 30$ км/год. Одна з градин ударяється абсолютно пружно об скло заднього вікна, нахиленого під кутом 30° до горизонтальної площини і відскакує горизонтально у напрямі, протилежному до руху автомобіля (див. рис.). Вважати, що невелика градина падає перед ударом вертикально. Визначити швидкість градини відносно землі:

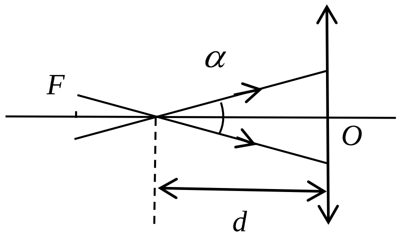


а) перед ударом;
б) після удару.

Задача 2. Два тіла масами 8 кг та 2 кг, з'єднані між собою шнуром, рухаються по горизонтальній площині з прискоренням 4 м/с^2 під дією сили 62 Н, яка діє на перше тіло в горизонтальному напрямку.

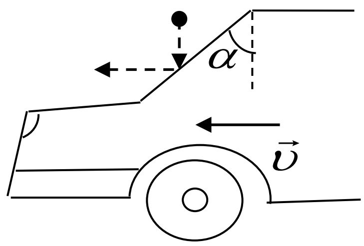
Визначити видовження шнура, якщо коефіцієнт тертя 0,2, а жорсткість шнура 60 Н/см. Вважати $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 3, 9 клас.
Задача 4, 9 клас.



Задача 5. Два промені, кут між якими $\alpha = 20^\circ$, симетрично перетинають головну оптичну вісь збиральної лінзи на відстані $d = 7{,}5$ см від лінзи (див. рис.). Фокусна відстань лінзи $F = 10$ см. Визначити кут між цими променями після проходження через лінзу. На якій відстані від лінзи знаходиться точка їх перетину?

11 клас



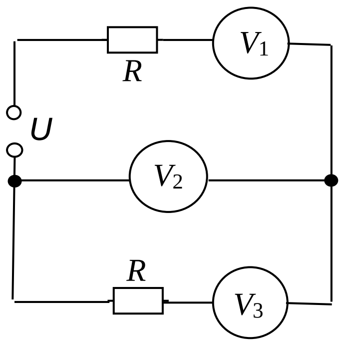
Задача 1. Під час граду автомобіль їде горизонтальною дорогою зі швидкістю $\upsilon = 25$ км/год. Одна з градин ударяється абсолютно пружно об лобове скло, яке утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з вертикаллю, і відскакує горизонтально у напрямі руху автомобіля (див. рис.). Вважати, що невелика градина падає перед ударом вертикально. Визначити швидкість градини відносно землі:

а) до удару;
б) після удару.

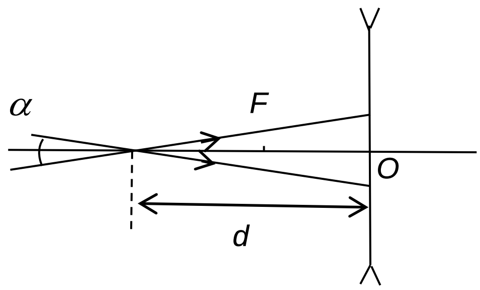
Задача 2. Рибалка вирішив виготовити циліндричний поплавок масою M із матеріалу густиною ρ, так щоб він плавав вертикально у воді густиною ρ_0. Знайти межі для маси m свинцевого грузила, яке йому потрібно використати для цього.

Задача 3. У герметично закритому балоні знаходиться суміш із 2 г водню і 64 г кисню при тиску 129 кПа.
Відбувається реакція згоряння водню. Який тиск установиться в балоні після охолодження до початкової температури? Водяна пара при охолодженні не конденсується. Молярна маса водню –

$\mu_1 = 2\ \dfrac{\text{г}}{\text{моль}}$. Молярна маса кисню – $\mu_2 = 32\ \dfrac{\text{г}}{\text{моль}}$.



Задача 4. У схемі, яка зображена на рисунку, $U = 16$ В, резистори мають однакові опори, всі вольтметри також однакові. Покази першого вольтметра $U_1 = 6$ В. Знайти покази другого V_2 і третього V_3 вольтметрів.



Задача 5. Два промені, кут між якими $\alpha = 10^\circ$, симетрично перетинають головну оптичну вісь розсіювальної лінзи на відстані $d = 24$ см від лінзи (див. рис.). Фокусна відстань лінзи $F = 12$ см. Визначити кут між ходом цих променів після проходження через лінзу. На якій відстані від лінзи знаходиться точка їх перетину?

1.2. 2016 р.

8 клас

Задача 1. Дорога до стадіону. Відстань від стадіону «Авангард» до будинку юного футболіста Василька становить $L = 4$ км. Цю відстань Василько долає за $t_0 = 16$ хв. Спочатку він йде пішки до автобусної зупинки, потім їде автобусом із швидкістю $\upsilon = 51$ км/год, а далі знову йде пішки ще деякий час. Швидкість ходьби Василька становить 20 % від середньої шляхової швидкості. Визначте час, протягом якого юний футболіст їхав автобусом.

Задача 2. Метеорологічна станція. На Волинській метеорологічній станції проводять вимірювання густини снігу в повітрі за допомогою опадоміра (опадомір – прилад для вимірювання кількості опадів). Опадомір складається з циліндричної посудини з площею дна $S = 200$ см^2 й висотою $H = 40$ см. Під час вимірювань сніжинки падали вертикально вниз зі швидкістю $\upsilon = 60\ \dfrac{\text{см}}{\text{с}}$. За шість годин рівень снігу в опадомірі досягнув $h = 15$ см, а густина снігу в посудині становила $\rho_0 = 0{,}15\ \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Визначте, яке значення густини снігу ρ отримали на Волинській метеостанції.

Задача 3. Гелієва кулька. П’ятачок готуючись до дня народження ослика наповнив гелієм гумову кульку, при цьому маса газу становила 20 % від маси усієї кульки. На наступний день П’ятачок визначив, що об’єм кульки зменшився у два рази а маса гелію стала складати 10 % від маси усієї кульки. Він пригадав уроки фізики і зрозумів, що частина гелію проникла через стінки кульки. Допоможіть П’ятачкові визначити у скільки разів змінилась середня густина кульки.

Задача 4. На колоді. Петро та його менша сестра Даринка гойдаються на однорідній масивній колоді. Колода перебуватиме в рівновазі, якщо Даринка сидить на одному а Петро на іншому її кінці (рис.1). Якщо колоду змістити а Даринка сяде поруч з Петром на одному з її кінців (рис.2), то гойдалка знову буде у рівновазі. Колода має довжину l = 3 м, у першому випадку довжина лівої частини a = 1 м, в другому випадку вона становить c = 50 см. Визначте, у скільки разів відрізняються маси Петра й Даринки.

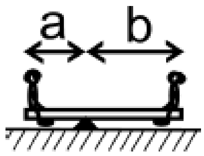


Рис.1.

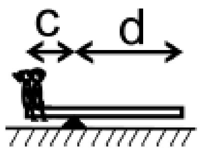
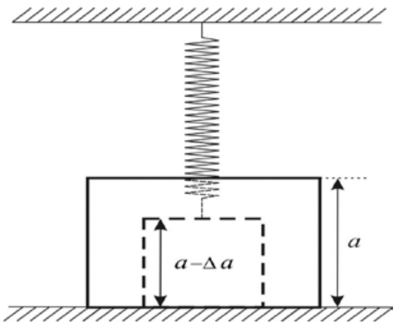


Рис.2.

Задача 5. Куб на пружині. Важок у формі куба довжина ребра якого a = 30 см а маса m = 100 кг приєднано до стелі за допомогою пружини (див. рис.). В початковий момент часу пружина недеформована. Через різке охолодження куб швидко стиснувся так, що всі його сторони зменшились на Δa = 5 см. на скільки зміниться тиск куба на підлогу? Жорсткість пружини k = 2 кН/м. Вважати g=10 Н/кг.



9-й клас

Задача 1. Дорога до стадіону. Відстань від стадіону «Авангард» до будинку юного футболіста Василька становить L = 4 км. Цю відстань Василько долає за t_0 = 16 хв. Спочатку він йде пішки до автобусної зупинки, потім їде автобусом із швидкістю υ=51 км/год, а далі знову йде пішки ще деякий час. Швидкість ходьби Василька становить 20 % від середньої шляхової швидкості. Визначте час, протягом якого юний футболіст їхав автобусом.

Задача 2. Несправний кран. У великій кімнаті, температура повітря в якій становить $t_0 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$, знаходиться несправний водопровідний кран. З цього крана тоненькою струминою за одиницю часу витікає $\mu = 0{,}1\,\frac{\text{г}}{\text{с}}$ води. Вода потрапляє в тонкостінну металеву раковину з квадратним перерізом *30* см на *30* см. Температура води в крані $t_1 = 54\ ^\circ\mathrm{C}$. Злив раковини прикритий таким чином, що вода з неї частково витікає. При цьому рівень води в раковині встановлюється на висоті *H = 10* см, що дорівнює глибині раковини. Визначте температуру води *t*, яка встановиться у раковині. Теплоємністю раковини можна знехтувати, теплопровідність раковини висока. Вважати, що потік теплоти від води в раковині дорівнює $q = kS(t - t_0)$, де $k = 0{,}3\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^\circ\text{С}}$, а *S* – площа поверхні води, враховуючи стінки та дно раковини. Потік не залежить від напряму. Питома теплоємність води $c_в = 4200\ \text{Дж/}(\text{кг}\cdot{}^\circ\text{С})$. Вода в раковині змішується.

Задача 3. На колоді. Петро та його менша сестра Даринка гойдаються на однорідній масивній колоді. Колода перебуватиме в рівновазі, якщо Даринка сидить на одному а Петро на іншому її кінці (рис.1). Якщо колоду змістити а Даринка сяде поруч з Петром на одному з її кінців (рис.2), то гойдалка знову буде у рівновазі. Колода має довжину *l* = 3 м, у першому випадку довжина лівої частини *a* = 1 м, в другому випадку вона становить *c* = 50 см. Визначте, у скільки разів відрізняються маси Петра й Даринки.

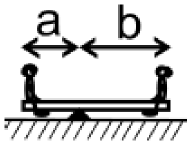


Рис.1.

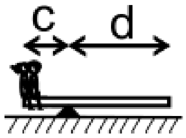
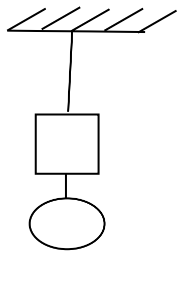


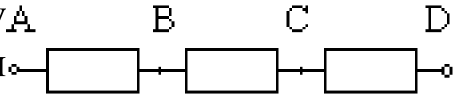
Рис.2.

Задача 4. Важки. Два вантажі висять на нитках у повітрі. Сила натягу верхньої нитки у два рази більша від сили натягу нижньої нитки. Коли обидва вантажі повністю занурили у воду, то їхнє розміщення не змінилося. Сила



натягу верхньої нитки зменшилася на 20 %, а нижньої – на 30 %. Визначити густину нижнього ρ_1 та верхнього ρ_2 вантажів. Густина води $\rho = 1\,\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

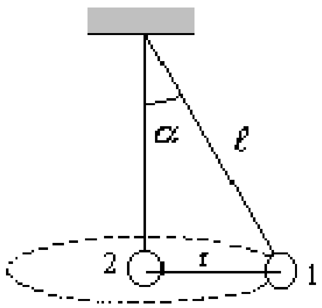
Задача 5. Три резистори. Учасник ІІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики Степан склав схему з трьох однакових резисторів (див. рис.) і приєднав її до джерела постійної напруги (джерело напруги вважати ідеальним). За допомогою вольтметра Степан виміряв спочатку напругу між точками A і D а потім між точками A і B й отримав числові значення напруги U_{AD} = 3 В та U_{AB} = 0,9 В відповідно. Після цього юний фізик з'єднав точки B і D провідником (опором провідника можна знехтувати) і виміряв напругу між точками A і C. Яке числове значення напруги U_{AC} він отримав?



10 клас

Задача 1. Тіло рухається зі сталим прискоренням протягом 4 с. За першу секунду спостереження за рухом воно проходить 2 м, за другу – 1 м. Яку відстань проходить тіло за третю та за четверту секунди?

Задача 2. Кулька 1 масою *m* і зарядом *q* (див. рис.), яка підвішена на нитці довжиною *l*, обертається навколо нерухомої кульки *2* з таким же зарядом *q*. Кулька *2* закріплена на вертикальній осі і лежить в площині обертання кульки 1 в центрі кола, яке описує кулька 1. Кут між напрямком нитки і вертикаллю дорівнює α. Визначте частоту ν обертання кульки 1.



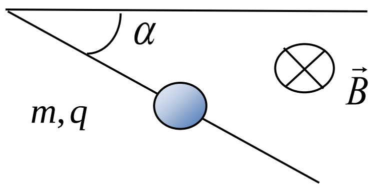
Задача 3. На горизонтальній поверхні стоїть куб, масою $m = 1\,\text{кг}$. З якою мінімальною силою і під яким кутом до горизонту, потрібно тягнути куб за середину верхнього ребра, щоб він почав перекидатись не ковзаючи по площині, якщо коефіцієнт тертя куба з поверхнею становить $\mu = 0{,}4$.

Задача 4. У великій кімнаті, температура повітря в якій становить $t_0 = 20\ ^\circ\text{C}$, знаходиться несправний водопровідний кран. З цього крана тоненькою струминою за одиницю часу витікає $\mu = 0{,}1\,\frac{\text{г}}{\text{с}}$ води. Вода потрапляє в тонкостінну металеву раковину з квадратним перерізом *30* см на *30* см. Температура води в крані $t_1 = 54\ ^\circ\text{C}$. Злив раковини прикритий таким чином, що вода з неї частково витікає. При цьому рівень води в раковині встановлюється на висоті *H = 10* см, що дорівнює глибині раковини. Визначте температуру води *t*, яка встановиться у раковині. Теплоємністю раковини можна знехтувати, теплопровідність раковини висока. Вважати, що потік теплоти від води в раковині дорівнює $q = kS(t - t_0)$, де $k = 0{,}3\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$, а *S* – площа поверхні води, враховуючи стінки та дно раковини. Потік не залежить від напряму. Питома теплоємність води $c_в = 4200\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$. Вода в раковині змішується.

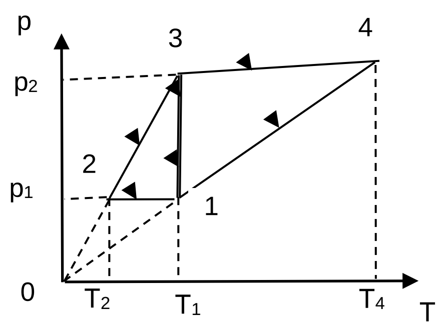
Задача 5. Довжина тіні від стовпа довжиною 4 м дорівнює 3 м. Визначте розміри тіні від м'яча, радіус якого 20 см.

11 клас

Задача 1. Один берег струмка знаходиться на 35 см нижче від іншого. Ширина струмка – 120 см. З якою мінімальною швидкістю має відштовхнутися коник-стрибунець, щоб перестрибнути через струмок? Опором повітря знехтувати.



Задача 2. Намистинка, нанизана на нерухомий стержень, який розташований під кутом α до горизонту, має масу *m* і заряд *q>0* (див. рис.). Намистинка може ковзати вздовж стержня з коефіцієнтом тертя μ і починає рух зі стану спокою, причому $\mu < tg\alpha$. Система знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією В, лінії якої горизонтальні (перпендикулярні до площини рисунка). Яку максимальну швидкість і яке максимальне прискорення буде мати рухома намистинка? Стержень не проводить електричний струм.



Задача 3. Над газом проводять два цикли: 1-2-

3-1 та 1-3-4-1(див. рис.). Визначити температуру при ізотермічному процесі, якщо T_2 та T_4 відомі.

Під час якого циклу газ виконує більшу роботу? Відповідь обґрунтувати.

Задача 4. Вольтметр і міліамперметр з'єднали послідовно і приєднали до джерела. При цьому покази приладів були: 1,3 В та 0,5 мА. Потім з'єднали послідовно два таких вольтметри і той же міліамперметр і приєднали до джерела. При цьому один з вольтметрів показав 0,7 В. Знайти опори приладів. Що показали у даному випадку два інші прилади? Що показуватимуть прилади, якщо взяти три вольтметри?

Задача 5. Визначити мінімальну відстань між предметом та його дійсним зображенням, якщо оптична сила лінзи рівна 4 дптр.

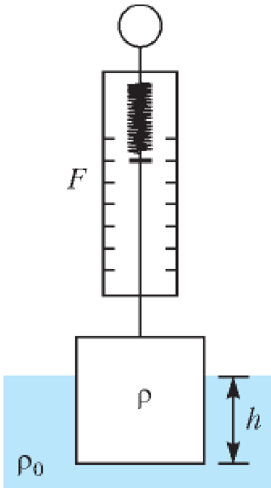
1.3. 2017 р.

8 клас

Задача 1. Перед світлофором. Дорогою рухається колона з n = 10 однакових автомобілів, розташованих один за одним. Швидкість руху кожного автомобіля $\upsilon = 54$ км/год. Довжина кожного автомобіля L = 4,5 м, а відстань між сусідніми автомобілями (дистанція) S=25 м. перед червоним сигналом світлофора перший автомобіль плавно зупиняється. Водій другого автомобіля розпочинає повторювати дії першого через $\tau = 1{,}6\ c$ після того, як перший водій почав гальмування. Водій кожного наступного автомобіля повторює дії попереднього через такий самий інтервал часу (1,6 с). Якою буде довжина колони l, коли всі автомобілі зупиняться?

Задача 2. Деталі у посудинах. Є дві однакові теплоізольовані посудини, які повністю наповнені водою та три однакові металеві деталі. Температура води в посудинах становить $t_0 = 19\ ^\circ\mathrm{C}$. У першу посудину швидко але акуратно помістили металеву деталь, яка має температуру $t_д = 99\ ^\circ\mathrm{C}$. Посудину відразу накрили теплоізольованою кришкою. Після встановлення теплової рівноваги температура води в першій посудині стала $t_х = 32{,}2\ ^\circ\mathrm{C}$. В другу посудину аналогічним способом помістили дві металеві деталі, що нагріті до температури

$t_д = 99\ ^\circ\text{C}$ і відразу накрили теплоізольованою кришкою. Після встановлення теплової рівноваги температура води в другій посудині стала $t_у = 48{,}8\ ^\circ\text{C}$. Визначте питому теплоємність речовини c_1, з якої виготовлені деталі. Густина речовини деталі $\rho_1 = 2700$ кг/м^3, води: $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/(кг·°С).

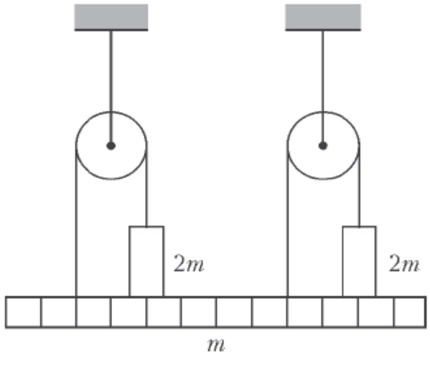


Задача 3. Кубик у невідомій рідині. Одного разу Розумник проводив досліди по зануренню кубика, який виготовлений з невідомої речовини в рідину, густина якої теж невідома (див. рис.). В таблицю він записав покази динамометра, що відповідали глибині занурення кубика в рідину (Табл. 1). Деякі значення сили він забув і тому не записав у таблицю. За результатами з таблиці допоможіть Розумникові визначити густини речовини кубика та рідини. Таблиця 1:

h, см	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, Н	8,74	8,09					4,84	4,19	3,93	3,93

Задача 4. Кремнієвий пісок. Готуючись до фізичної олімпіади Розумник повністю наповнив піском легку пластикову пляшку місткістю V_0 = 1 л. Зважуванням він визначив її масу, яка виявилась рівною m_1 = 1530 г. Після цього Розумник пересипав весь пісок з пляшки в пакет, а пляшку наповнив наполовину об’єму водою і акуратно пересипав весь пісок з пакета назад у пляшку, яка виявилась повністю заповненою сумішшю з піску й води. Терези показали, що маса пляшки становить m_2 = 1866 г. Яке значення густини речовини піску отримав Розумник? Густина води $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

Задача 5. Блоки й важки. До двох блоків легкими нитками прикріпили планку масою *m* та два однакові важки масами *2m* кожен (див. рис.). Система знаходиться в рівновазі. Визначте сили натягу ниток і сили, з якими планка діє на важки. Тертям в осях блоків знехтувати.



9 клас

Задача 1.(див. задачу 1. 8-й клас).
Задача 2.(див. задачу 2. 8-й клас).
Задача 3.(див. задачу 3 . 8-й клас).

Задача 4. Додаткові опори. Під'єднання до вольтметра додаткового опору R_1 збільшує межу вимірювання напруги в n разів. Коли до цього ж вольтметра приєднують додатковий опір R_2, то межа вимірювання напруги збільшується в m разів. У скільки разів k збільшиться межа вимірювання напруги даного вольтметра, коли до нього послідовно приєднають додаткові опори R_1 та R_2, які з'єднані між собою паралельно.
Задача 5.(див. задачу 5. 8-й клас).

10 клас

Задача 1. Автомобіль рухався спочатку з швидкістю $\upsilon_1 = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, а потім із швидкістю $\upsilon_2 = 30\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Він подолав 45 км за півгодини. Яку частину шляху автомобіль рухався із швидкістю $\upsilon_1 = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$?

Задача 2. Куля радіусом R і масою M містить кулястий виріз радіусом $\frac{1}{2}R$, центр якого лежить на середині радіуса кулі. На прямій, що проходить через центр кулі і центр вирізаної частини, на відстані d від центра кулі розташована точкова маса m. Обчислити силу взаємного тяжіння між кулею з вирізом і точковою масою m.

Задача 3. Теплоізольована циліндрична посудина висотою $h = 75$ см, заповнена на $\frac{h}{3}$ льодом, який утворився після замерзання у ній води. У посудину швидко наливають воду при температурі $t = 10\ ^\circ C$, внаслідок чого її рівень знаходиться на $\frac{2h}{3}$. Після встановлення теплової рівноваги рівень заповнення посудини збільшується на $\Delta h = 0{,}5$ см. Густина води $\rho_в = 1\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина льоду $\rho_л = 0{,}9\,\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, питома теплоємність води $c_в = 4{,}2\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ C}$, питома теплоємність льоду $c_л = 2{,}1\,\frac{кДж}{кг\cdot{}^\circ C}$, питома теплота плавлення льоду $\lambda = 335\,\frac{кДж}{кг}$. Теплоємністю посудини знехтувати.

1) Що буде знаходитися у посудині після встановлення теплової рівноваги?

2) Якою була початкова температура льоду у посудині?

Задача 4. У дроті, який приєднаний до джерела, виділяється деяка потужність. Дріт від'єднали від джерела напруги і, з'єднавши кінці, зробили з нього правильний *n* – кутник. Коли до сусідніх вершин *n* – кутника приєднали джерело, то потужність, яка виділяється у зовнішньому колі, збільшилася у 12,1 раз. Визначити *n*.

Задача № 5. Комар перетинає головну оптичну вісь збірної лінзи на відстані $d = 3F$ під кутом $\alpha = 30^\circ$ до осі з швидкістю $\upsilon = 2\,\frac{км}{год}$.

1. На якій відстані від лінзи зображення комара перетинає головну оптичну вісь?
2. Під яким кутом зображення комара перетинає головну оптичну вісь?
3. З якою швидкістю зображення комара перетинає головну оптичну вісь?

11 клас

Задача 1. Однорідний канат масою $m = 1$ кг з'єднаний з бруском масою $\frac{3}{2}m$ легкою ниткою, перекинутою через блок. Канат знаходиться на похилій площині з кутом нахилу α ($\cos\alpha = 0{,}8$). Коефіцієнт тертя ковзання між канатом і площиною $\mu = 0{,}2$.

1. Визначити прискорення канату.
2. Яка сила натягу нитки?

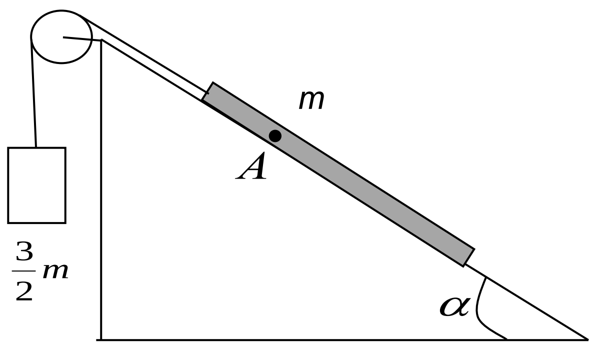


Рисунок. 1

3. Яка сила натягу канату у точці *A*, яка віддалена на $\frac{1}{4}$ довжини канату від його початку?

Масою блока і тертям в його осі нехтувати.

Задача 2. Рухомий поршень масою *m*, підвішений на пружині ділить об'єм вертикально розміщеного, повністю відкачаного циліндра на дві частини. У положенні рівноваги висота нижньої частини циліндра H_0, а видовження пружини рівне x_0. В нижню частину циліндра вприснули ν моль води. При повільному нагріванні до деякої температури вся вода випаровується, а поршень піднімається на відстань $x_1 = \frac{x_0}{2}$.

1) Визначити кінцеву температуру.
2) Знайти роботу *A,* яку виконує водяна пара.

Задача 3. Три однаково заряджені кульки, кожна із зарядом q і масою *m*, зв'язані нерозтяжними нитками довжиною *a* кожна. Всі три кульки лежать нерухомо на гладкій горизонтальній поверхні. Одну з ниток перепалюють. Визначити швидкість кожної з кульок у той момент, коли вони будуть розміщені на одній прямій. Радіус кульок набагато менший за довжину нитки.

Задача № 4. Нерухоме кільце з дроту розміщене в однорідному магнітному полі, лінії індукції $\vec{B}$ якого перпендикулярні до площини кільця. По кільцю ковзає з швидкістю $\vec{\upsilon}$ дротяна перемичка aa_1 $(\vec{\upsilon} \perp aa_1)$ (див. рис.). Визначити напрям та силу індукційного струму в кільці та перемичці у той момент, коли перемичка перетинає центр кільця. Кільце і перемичка виготовлені із одного дроту з питомим опором ρ і площею поперечного перерізу *S*.

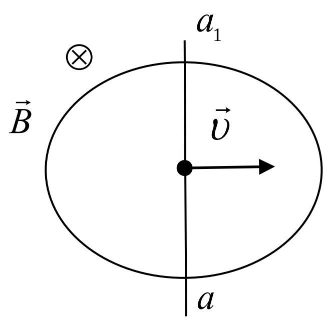


Рисунок. 3

Задача 5. Як треба розташувати плоске дзеркало, щоб точкове джерело світла, яке лежить у площині лінзи (див. рис.), давало

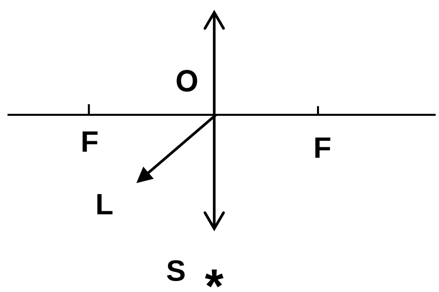
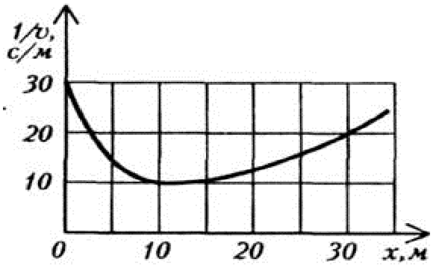


Рис.4

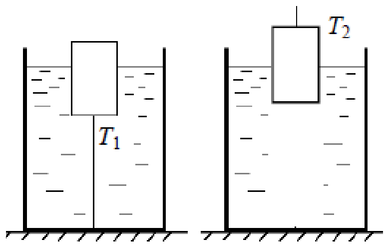
паралельний пучок променів у напрямку OL? Зробіть рисунок і поясніть його.

1.4. 2018 р.

8 клас



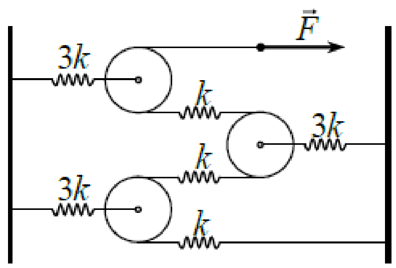
Задача 1. Незвичайний графік. Жук повзе вздовж прямої, і його швидкість весь час змінюється. У вас є незвичайний графік (див. рис.) - залежності величини, оберненої швидкості жука, тобто 1/υ, від координати жука x. Визначте за графіком час проходження жуком перших 30 м.



Задача 2. Брусок у невідомій рідині. Якщо брусок прив'язати ниткою до дна посудини й занурити у рідину на 2/3 свого об'єму, то сила натягу нитки становитиме T_1 = 12 Н. Коли цей брусок опустити за допомогою нитки в цю саму посудину так, щоб 2/3 його об'єму його було в повітрі, то сила натягу нитки становитиме T_2 = 9 Н (див. рис.). Визначте відношення густини рідини до густини бруска.

Задача 3. Лід у воді. У калориметр, який містить деяку кількість води при температурі $t_в$, помістили шматок льоду температура якого $t_1 = -50\ ^\circ\text{C}$. Коли встановилася теплова рівновага, то весь лід перетворився на воду з температурою $t_0 = 0\ ^\circ\text{C}$. Після цього у цей калориметр помістили ще вісім таких самих шматків льоду, температура яких $t_1 = -50\ ^\circ\text{C}$. Через деякий час, після встановлення теплової рівноваги вся вода перетворилася на лід з температурою $t_0 = 0\ ^\circ\text{C}$. Визначте початкову температуру води в калориметрі $t_в$. Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/(кг·° C), льоду $c_л = 2100$ Дж/(кг·° C). Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 336$ кДж/кг

Задача 4. Блоки й пружини. Три однакові пружини з коефіцієнтами жорсткості k зв'язані між собою кусками невагомої нерозтяжної нитки (див. рис.). Ця нитка проходить через три невагомі блоки, які закріплено до вертикальних стінок за допомогою двох однакових пружин, з коефіцієнтами жорсткості $3k$. До кінця нитки прикладена сила F. На яку відстань зміститься при цьому кінець нитки?

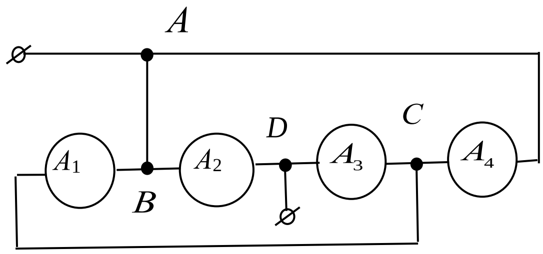


Задача 5. Туристи. Із двох пунктів одночасно назустріч одна одній вийшли дві групи туристів, які зустрілися о 12 годині того самого дня, після чого кожна з груп продовжила свій рух з попередньою швидкістю. Визначте, о котрій годині вийшли групи з пунктів, якщо одна з них прийшла в пункт, з якого вийшла друга група, о 16-й годині, а інша група прийшла в пункт, з якого вийшла перша, о 21-й годині. Рух обох груп вважайте прямолінійним рівномірним.

9-й клас

Задача 1.(див. задача 1. 8-й клас).
Задача 2.(див. задача 2. 8-й клас).
Задача 3.(див. задача 3. 8-й клас).

Задача 4. Амперметри. Із чотирьох однакових амперметрів склали електричне коло (див. рис.), яке приєднали до джерела з невеликою напругою. Сума показів усіх амперметрів $I_0 = 49$ мА. Яка сила струму протікає через кожен амперметр? Визначте силу струму через перемичку АВ (опір перемички і з'єднувальних провідників набагато менший від опору амперметра).



Задача 5. Предмет і дзеркало. Паралельні сонячні промені падають на горизонтально розміщене плоске дзеркало під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. На дзеркалі стоїть вертикальний непрозорий предмет висотою $h = 10$ см. Визначити висоту тіні від предмета на вертикально розміщеному екрані, якщо відстань від предмета до екрана l. Побудувати графік залежності знайденої висоти тіні від l.

10 клас

Задача 1. У парних змаганнях на 20 км беруть участь команди з двох учасників, які на двох мають одну пару лиж. Час команди реєструється по останньому учаснику, який дістався фінішу. Швидкості, з якими йдуть без лиж хлопець і дівчина $u_{хл} = 6\,\frac{км}{год}$, $u_{д} = 5\,\frac{км}{год}$, а швидкості, з якими вони пересуваються на лижах : $\upsilon_{хл} = 20\,\frac{км}{год}$, $\upsilon_{д} = 15\,\frac{км}{год}$.

1. За який найменший час, може фінішувати команда з хлопця і дівчини?
2. Хто з учасників команди і у скільки разів довше їхав на лижах?

Задача 2. Який найменший кут з горизонтом може утворювати однорідна драбина, що спирається на вертикальну стіну. Коефіцієнт тертя між драбиною і підлогою дорівнює $\mu_1 = 0{,}5$, а між драбиною і стіною – $\mu_2 = 0{,}4$.

Задача 3.(див. задача 3. 8-й клас).
Задача 4.(див. задача 4. 9-й клас).
Задача 5. (див. задача 5. 9-й клас).

11 клас

Задача 1. (див. задача 1. 10-й клас).

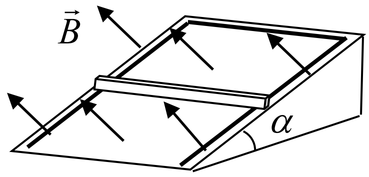
Задача 2. Два вільні додатні заряди q_1 = 180 нКл і q_2 = 720 нКл перебувають у вакуумі на відстані 60 см один від одного. Де знаходиться точка М, в якій потрібно помістити заряд q_3, щоб система зарядів була у рівновазі? Визначити знак і модуль заряду. Стійкою чи нестійкою буде рівновага?

Задача 3. Суміш гелію ($\mu_г = 4\,\frac{г}{моль}$) і кисню ($\mu_к = 32\,\frac{г}{моль}$) має густину $\rho = 1\,\frac{кг}{м^3}$ при тиску $P = 1\cdot 10^5$ Па і температурі $T = 300$ К.

1. Визначити відношення числа молекул кисню до числа молекул гелію.

2. Якою стане густина суміші, якщо з неї видалити дві третини молекул кисню при тому ж об'ємі?

Задача № 4. П – подібний каркас розміщений під кутом $\alpha = 30^{\circ}$ до горизонту в однорідному магнітному полі, вектор індукції якого перпендикулярний до площини каркасу (див. рис.). Відстань між протилежними сторонами каркасу дорівнює 20 см. Індукція магнітного поля становить 500 мТл. По каркасу починає ковзати вниз металева перетинка, маса якої становить 10 г, а електричний опір – 0,01 Ом. Коефіцієнт тертя між перетинкою та каркасом – 0,1. Електричним опором каркасу знехтувати.



Визначити швидкість усталеного руху перетинки.

Задача №5. Стовп висотою $H = 13$ м і діаметром $d = 13$ см відкидає на земну поверхню тінь. Висота Сонця над горизонтом становить $\varphi = 13^{\circ}$. Діаметр Сонця $D = 1392000$ км. Середня відстань від Землі до Сонця $149{,}6 \cdot 10^{6}$ км. Яка довжина тіні стовпа на поверхні Землі?

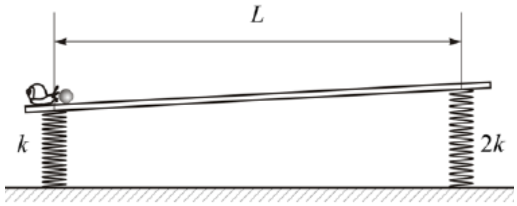
1.5. 2019 р.

8 клас

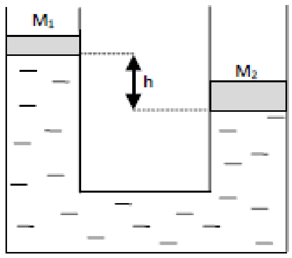
Задача 1. Деталі у посудинах. Є дві однакові теплоізольовані посудини, які повністю наповнені водою та три однакові алюмінієві деталі. Об'єм кожної з деталей $V = 100\,см^3$ Температура води в посудинах становить $t_0 = 20\ ^{\circ}\mathrm{C}$. У першу посудину швидко але акуратно помістили алюмінієву деталь, яка має температуру $t_д = -100\ ^{\circ}\mathrm{C}$. Посудину відразу накрили теплоізольованою кришкою. Після встановлення теплової рівноваги температура води в першій посудині стала $t_х = 1\ ^{\circ}\mathrm{C}$. В другу посудину аналогічним способом помістили дві алюмінієві деталі, що мають температури $t_д = -100\ ^{\circ}\mathrm{C}$ і відразу накрили теплоізольованою кришкою. Визначте кінцеву температуру в другій посудині та її вміст. Густина алюмінію $\rho_1 = 2700$ кг/м^3, густина води $\rho_0 = 1000$ кг/м^3, густина льоду $\rho_л = 900$ кг/м^3.

Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/(кг·°С), питома теплоємність алюмінію $c_а = 880$ Дж/(кг·°С), питома теплоємність льоду $c_л = 2100$ Дж/(кг·°С). Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 335$ *к*Дж/кг.

Задача 2. Равлик і кулька. По прямій однорідній паличці зліва на право з швидкістю υ повзе маленький равлик і котить перед собою легку маленьку кульку. Маса равлика *m*, маса палички *M*. Паличка лежить на двох вертикальних пружинах, відстань між якими *L*. Коефіцієнт жорсткості лівої пружини *k*, правої 2*k*. Довжини пружин в недеформованому стані однакові а їх нижні кінці закріплені на одному горизонтальному рівні. В початковий момент часу равлик знаходиться на лівому кінці палички над лівою пружиною (див. рис.). Визначте, через який час після початку руху равлика кулька почне скочуватися по паличці в напрямку правої пружини. Масою кульки можна знехтувати. Вважати, що жорсткості пружин такі, що кут нахилу палички завжди невеликий.



Задача 3. Поршні в циліндрах. Два вертикальні сполучені циліндри заповнені водою й закриті поршнями різних діаметрів масами M_1=1 кг й M_2=2 кг відповідно. В положені рівноваги лівий поршень розміщений вище правого на величину *h*=10 см. Коли на лівий поршень поставили гирю масою *m*=2 кг, поршні в положенні рівноваги розташувалися на одній висоті. Визначте різницю висот поршнів *H* *(відстань між нижніми гранями поршнів)*, коли гирю перенести на правий поршень.



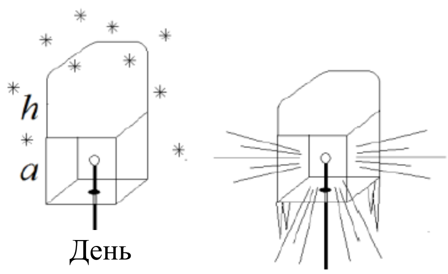
Задача 4. Кубики на крижині. Після того, як на середину плоскої крижини товщиною *H*=60 см, яка плаває у воді, поставили маленький мідний кубик, глибина занурення крижини збільшилася на $\Delta h = 0{,}5\,см$. Визначте глибину занурення цієї крижини H_2, якщо на її середину на місце мідного кубика поставити залізний. Довжина ребра залізного кубика в два рази більша ніж мідного. Густина міді ρ_1=*8900* кг/м^3, густина заліза $\rho_з$=*7800* кг/м^3, густина води

$\rho_0=1000$ кг/м^3, густина льоду $\rho_л=900$ кг/м^3.

Задача 5. Екстремальна риболовля. Рибалки попливли на риболовлю моторним човном вниз за течією річки. Відстань до місця риболовлі S=15 км. Запас бензину для мотора човна розрахований на L=30 км руху в стоячій воді (наприклад, на 30 км руху по озеру). Чи вистачить бензину рибалкам, щоб повернутися назад моторним човном? Швидкість моторного човна в стоячій воді $\upsilon_ч = 10\ км/год$. Швидкість течії річки $\upsilon_т = 3\ км/год$. Чи зможуть рибалки повернутися назад моторним човном, якщо вони попливуть на риболовлю проти течії річки на відстань S = 15 км?

9 клас

Задача 1. Вуличний ліхтар. Вуличний ліхтар має форму куба з довжиною ребра a =20 см. В центрі ліхтаря закріплена невеликих розмірів лампа потужністю P =100 Вт. Протягом дня, під час снігопаду, на ліхтарі утворилась снігова «шапка» висотою h = a. Настала відлига. Ввечері температура повітря становила 0 ^{0}С. Темної пори, протягом $\tau = 10\ год$, доки світив ліхтар, «шапка» наполовину розтанула (див. рис.). Визначити пористість снігу ε. Вважати, що сніг відбиває $\alpha = 90$ % світла а снігова «шапка» є непрозорою. Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 335$ кДж/кг, густина льоду $\rho_л = 900$ кг/м^3. *Пористість шару снігу дорівнює відношенню об'єму, який займає повітря до загального об'єму шару снігу.*

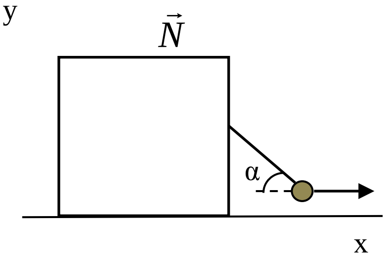


Задача 2. (див. задача 2. 8-й клас).
Задача 3. (див. задача 3. 8-й клас).
Задача 4. (див. задача 1. 8-й клас).

Задача 5. Лінза і дзеркало. Перед збірною лінзою на відстані $d = 8$ см від неї горить свічка. За лінзою на відстані $l = 28$ см від неї, перпендикулярно до головної оптичної осі лінзи, стоїть дзеркало. На якій відстані від лінзи знаходиться зображення свічки, якщо фокусна відстань лінзи $F = 6$ см? Скільки зображень утвориться? Якими будуть ці зображення? Побудувати хід променів.

10 клас

Задача 1. Гармату встановлено на відстані 8100 м від вертикальної кручі, глибина якої 105 м. Швидкість вильоту снаряда з дула $\upsilon = 300\frac{\text{м}}{\text{с}}$. На якій мінімальній горизонтальній відстані від краю кручі може впасти снаряд?



Задача 2. Кулька з двома нитками прив'язана однією з них до бруска, маса якого 2 кг. За другу нитку кульку тягнуть у горизонтальному напрямі, внаслідок чого брусок рухається рівномірно. Нитка, яка прив'язана до бруска, утворює з горизонталлю кут $\alpha = 20^\circ$. Визначте масу кульки, якщо коефіцієнт тертя бруска по горизонтальній поверхні $\mu = 0{,}5$.

Задача 3. Через проточний електричний нагрівник води проходить струм силою 10 А при напрузі 220 В. Різниця температур на виході і на вході нагрівника становить $20\ ^\circ C$, витрата води - $1{,}2\ \text{л/хв}$. Визначити ККД такого проточного нагрівника води. Питома теплоємність води $c = 4{,}2 \cdot 10^3\ \frac{Дж}{кг \cdot К}$. Густина води $\rho = 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 4. Протон, що рухався з швидкістю υ, зіткнувся з нерухомим ядром. У результаті пружного зіткнення напрям руху протона змінився на протилежний, а модуль швидкості зменшився на 5%. З ядром якого атома могло статися зіткнення? (Можна користуватися Періодичною системою хімічних елементів).

Задача 5. Перед збірною лінзою на відстані $d = 8\ \text{см}$ від неї горить свічка. За лінзою на відстані $l = 14\ \text{см}$ від неї, перпендикулярно до головної оптичної осі лінзи, стоїть дзеркало. На якій відстані від лінзи знаходиться зображення свічки, якщо фокусна відстань лінзи $F = 6\ \text{см}$? Яким буде це зображення? Як зміниться результат, якщо відстань від лінзи до дзеркала збільшити у два рази? Побудувати хід променів у кожному випадку.

11 клас

Задача 1. Два однакові поїзди рухаються вздовж екватора Землі у Габоні зустрічними курсами з швидкістю $\upsilon = 72\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$ відносно Землі. Визначити різницю ваги цих потягів, якщо маса кожного з них становить 461 т.

Задача 2. До балона об'ємом 45 л з відкритим краном під'єднують компресор. Компресор засмоктує з атмосфери щосекунди 3 л повітря, яке подається в балон. Через який час манометр на балоні показуватиме $p_м = 8p_{ат}$?

Задача 3. У вершинах квадрата зі стороною 10 см розміщені чотири протони. Якої максимальної швидкості вони набудуть, якщо систему зарядів вивільнити? Маса протона становить $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг, заряд протона – $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ К*л*.

Задача 4. Після лобового пружного зіткнення з нерухомим ядром кінетична енергія α - частинки зменшилася у 9 разів. З ядром якого атома відбулося це зіткнення, якщо α - частинка продовжує рух у тому ж напрямку? Маса α - частинки становить $m_\alpha = 4$ *а.о.м.*

Задача № 5. Нерухоме кільце з дроту розміщене в однорідному магнітному полі, лінії індукції $\vec{B}$ якого перпендикулярні до площини кільця (див. рис.). По кільцю ковзає з швидкістю $\vec{\upsilon}$ дротяна перетинка aa_1 $(\vec{\upsilon} \perp aa_1)$. У момент часу, коли перетинка перетинає центр кільця, сила індукційного струму у ній становить I. Кільце і перетинка виготовлені із одного дроту з питомим опором ρ і площею поперечного перерізу *S*. Визначити індукцію магнітного поля.

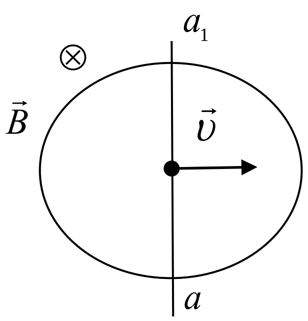


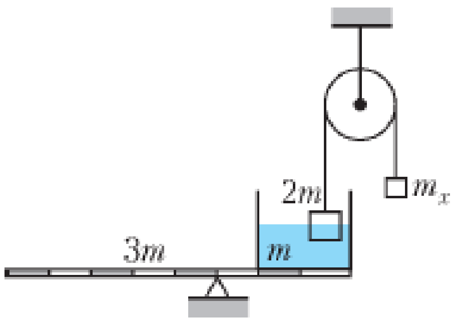
Рисунок.

1.6 2020 р.

8 клас

Задача 1. Лід і вода. Теплоізольована посудина об'ємом $V = 80\ \text{см}^3$ на одну четверту заповнена льодом, температура якого

$t_л = -18\ ^\circ\text{C}$. У цю посудину повільно наливають воду, температура якої становить $t_в = 18\ ^\circ\text{C}$. Визначте, який максимально можливий об'єм води цієї температури можна додати в посудину. Густина води $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, густина льоду $\rho_л = 900\ \frac{кг}{м^3}$ Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/(кг$\cdot^\circ$ С), питома теплоємність льоду $c_л = 2100$ Дж/(кг$\cdot^\circ$ С). Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 335$ кДж/кг. Вважати, що лід не відривається від дна посудини.



Задача 2. Важіль і блок. Легку посудину у формі прямокутного паралелепіпеда з рідиною масою m розміщено на однорідному важелі масою $3m$ (рис. 1). У рідину поміщено тіло масою $2m$, яке утримується за допомогою нитки, що перекинута через блок. Якої маси m_x вантаж необхідно підвісити до протилежного кінця нитки, щоб уся система перебувала в рівновазі? Масою посудини та тертям в осях блока і важеля знехтувати.

Задача 3. Незвичайна траса. Місто A з містом B з'єднані трасою, яка складається з двох ділянок. Максимально дозволені швидкості руху на них становлять $\upsilon_1 = 120$ км/год та $\upsilon_2 = 60$ км/год. Два автомобілі одночасно виїжджають із міст A та B і рухаються трасою назустріч один одному з максимально можливими швидкостями. Визначте довжину ділянки з дозволеною швидкістю руху $\upsilon_1 = 120$ км/год, якщо автомобілі зустрілися через t = 2 год після початку руху, а шлях, пройдений одним з автомобілів, у 1,5 раза більший за шлях, пройдений другим автомобілем. Розглянути всі можливі випадки.

Задача 4. «Зустріч» стрілок. Годинник показує 16:00. Через який проміжок часу після цього моменту годинна і хвилинна стрілки зустрінуться другий раз?

Задача 5. Кубик. Суцільний кубик складається з двох частин, які мають різну густину. Перша частина займає одну третю об'єму та складає одну четверту маси всього кубика. Визначте густину другої частини, якщо густина першої ρ_1.

9 клас

Задача 1. (Див. задачу 1, 8 клас.)

Задача 2. (Див. задачу 2, 8 клас.)

Задача 3. (Див. задачу 3, 8 клас.)

Задача 4. Гальванометр. При підключенні шунта опором $r_ш = 100$ Ом паралельно до гальванометра його стрілка відхиляється на всю шкалу при силі струму в зовнішньому колі $I_1 = 3$ А. При під'єднанні додаткового опору $R_д = 300$ Ом до незашунтованого гальванометра межі його вимірювання розширюються в чотири рази. Шунт якого опору потрібно під'єднати до гальванометра, щоб при силі струму $I_2 = 7{,}5$ А в зовнішньому колі його стрілка відхилилася на всю шкалу?

Задача 5. Лінза в оправі. Тонка збиральна лінза з фокусною відстанню F має форму диска радіусом r і поміщена в непрозору оправу радіусом R. За лінзою на відстані F від її оптичного центра перпендикулярно до головної оптичної осі розміщено екран із достатньою площею. Перед лінзою на головній оптичній осі розміщено точкове джерело світла. Відстань від джерела до оптичного центра лінзи $d \geq F$. Визначити площу тіні, яка спостерігається на екрані.

10 клас

Задача 1. Два снаряди, випущені під різними кутами до горизонту з однієї гармати, влучили в одну ціль на горизонтальній поверхні. Відстань від гармати до цілі вдвічі менша, ніж максимально можлива дальність стрільби даної гармати. У скільки разів відрізняються максимальні висоти підняття снарядів? Опором повітря знехтувати.

Задача 2. На гладкій похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 45^\circ$ до горизонту в точці O закріплено нитку завдовжки $l = 20$ см. До другого кінця нитки прив'язано невелику кульку. В початковий момент кулька знаходиться в положенні рівноваги в точці A (рис. 2). Яку мінімальну швидкість потрібно надати кульці в точці

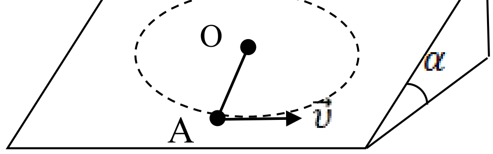


Рисунок 2

A вздовж похилої площини у горизонтальному напрямі, щоб кулька зробила повний оберт уздовж кола? Яка швидкість кульки у верхній точці траєкторії в цьому випадку? g = 9,8 м/с^2.

Задача 3. Матеріальна точка масою m = 0,002 кг здійснює гармонічні коливання на пружині. У деякий момент часу t зміщення точки x = 5 см, швидкість $\upsilon = 0{,}2$ м/с, прискорення a = −80 см/с^2. Знайдіть циклічну частоту ω, період *T*, амплітуду *A*, фазу коливань φ в заданий момент часу та повну енергію *E* точки.

Задача 4. Котушка квадратного перерізу зі струмом *I* стоїть у вертикальному положенні на горизонтальній площині. Вона має n витків, довжину сторони a та масу m. Котушка знаходиться в однорідному горизонтальному магнітному полі. При якому значенні індукції магнітного поля *B* почне змінюватися положення котушки?

Задача 5. Тонка збиральна лінза з фокусною відстанню *F* має форму диска радіусом *r* і поміщена в непрозору оправу радіусом *R*. За лінзою на відстані *F* від її оптичного центра перпендикулярно до головної оптичної осі розміщено екран із достатньою площею. Перед лінзою на головній оптичній осі розміщено точкове джерело світла. Відстань від джерела до оптичного центра лінзи $d \geq F$. Визначити площу тіні, яка спостерігається на екрані.

Яка максимальна площа тіні і коли вона спостерігається? Яка мінімальна площа тіні і коли вона спостерігається?

11 клас

Задача 1. Маленька шайба починає ковзати вниз по похилій площині з кутом нахилу α і змінним коефіцієнтом тертя $\mu = bx$, де $b > 0$, x – відстань, яку пройшла шайба. Визначити максимальну швидкість шайби υ_m та шлях s_m, який вона пройде до зупинки.

Задача 2. (Див. задачу 3, 10 клас.)

Задача 3. У запаяній трубці, що стоїть вертикально відкритим кінцем догори, під стовпчиком ртуті заввишки 4 см міститься повітря, відносна вологість якого 70 %. Якою стане відносна вологість, якщо трубку повернути відкритим кінцем донизу? Ртуть із трубки не виливається. Атмосферний тиск дорівнює 760 мм рт. ст.

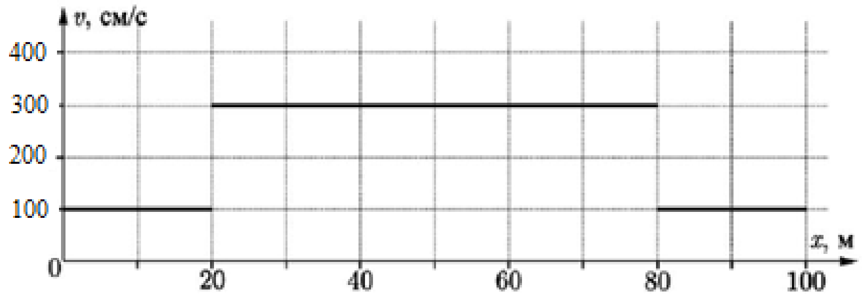
Задача 4. Який заряд необхідно пропустити через електролітичну ванну, наповнену підкисленою водою, щоб заповнити воднем кулюзонд діаметром 5 м за нормальних умов: $p_0 = 760$ мм рт. ст., $t_0 = 0\ ^\circ\mathrm{C}$? Електрохімічний еквівалент водню $k = 0{,}0104\ \frac{\text{мг}}{\text{Кл}}$. Універсальна газова стала $R = 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Задача 5. Неонову лампу з напругою запалювання $U_з$ = 156 В увімкнено на 1 хв у мережу 220 В і частотою 50 Гц. Визначте частоту *n* спалахів лампи. Визначте час світіння лампи. Напругу гасіння лампи вважайте рівною напрузі запалювання.

1.7. II тур Волинської учнівської Інтернет-олімпіади з фізики 2021р.

7-й клас

Задача 1. Катер переплив річку шириною 100 м за мінімальний час. Швидкість катера відносно води є стала і становить 2 м/с. Залежність швидкості течії річки υ від відстані до берега *x* подана на графіку (рис. 1). На яку відстань знесе течія катер? Вважати, що в будь-якому місці річки швидкість течії напрямлена паралельно до берегів.



Задача 2. Сумку (з кришкою), що має форму паралелепіпеда, пошито з матеріалу в клітинку. Всі сторони сумки покроєні таким чином, що містять ціле число клітинок. Клітинки у формі квадрата, зі стороною *a* = 3 см. Довжина сумки в три рази більша за її ширину, а висота в два рази більша за ширину. Всього на поверхні сумки (враховуючи кришку) 792 клітинки. Сумку наповнили поролоном, в результаті цього, її маса стала M = 8 кг. Яку масу має поролон об’ємом 1 дм^3, якщо маса порожньої сумки *m* = 1 кг. (8 балів)

Задача 3. На снігоприймальний пункт по засніженій дорозі з постійною швидкістю υ_1 рухається самоскид, навантажений снігом. В кузові самоскида є отвір, через який на дорогу рівномірно висипається сніг, причому, за однакові проміжки висипається однакова маса снігу $[\mu] = кг/с$. Відразу за самоскидом зі сталою швидкістю рухається снігозбиральний комбайн, який збирає сніг по всій ширині дороги в бункер до тих пір, поки не заповниться бункер. Комунальники з'ясували, що коли швидкість самоскида збільшиться в 3 рази при незмінній швидкості комбайна, то час заповнення бункера збільшується у 2 рази. Виразіть через υ_1 і μ лінійну густину снігу $[\lambda] = кг/м$ на засніженій дорозі (скільки кілограмів снігу знаходилось на кожному метрові довжини дороги, до того, як по ній проїхав самоскид). Вважайте, що спочатку бункер порожній, його об'єм менший за об'єм снігу в самоскиді і за час заповнення бункера комбайн не доганяє самоскид.

Задача 4. Семикласник та десятикласник тренуються до легкоатлетичних змагань на стадіоні, бігова доріжка якого має форму кола. В початковий момент часу семикласник знаходиться на одну четверту частину кола перед десятикласником. Швидкість руху семикласника 7 кіл за годину, десятикласника – 10 кіл за годину. Через який час, рухаючись по коловому стадіону в напрямку семикласника, десятикласник наздожене семикласника?

Експериментальне завдання. Визначити відношення діаметрів двох циліндричних тіл.

Обладнання: смужка паперу із поділками, два циліндри різного діаметра, коректор.

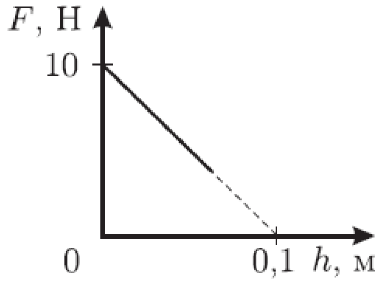
8 клас

Задача 1. (Див. задачу 1, 7 клас.)

Задача 2. У великій кімнаті, температура повітря в якій становить $t_0 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$, знаходиться несправний водопровідний кран. З цього крана тоненькою струминою за одиницю часу витікає $\mu = 0{,}1\,\frac{\text{г}}{\text{с}}$ води. Вода потрапляє в тонкостінну металеву раковину з квадратним перерізом *30* см на *30* см. Температура води в крані $t_1 = 54\ ^\circ\mathrm{C}$. Злив раковини прикритий таким чином, що вода з неї частково витікає. При цьому рівень води в раковині встановлюється на висоті *H = 10* см, що дорівнює глибині раковини. Визначте температуру води *t*, яка встановиться у раковині. Теплоємністю раковини можна знехтувати, теплопровідність раковини висока. Вважати, що потік теплоти від води в раковині дорівнює $q = kS\left(t - t_0\right)$, де $k = 0{,}3\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ C}$, а S - площа поверхні води, враховуючи стінки та дно раковини. Потік не залежить від напряму. Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/$\left(\text{кг} \cdot {}^\circ \text{С}\right)$. Вода в раковині змішується.

Задача 3. . (Див. задачу 3, 7 клас.)

Задача 4. У широку посудину з водою повільно опускають на нитці циліндричний брусок так, що вісь циліндра постійно лишається вертикальною. Графік залежності сили натягу нитки від глибини занурення подано на рисунку. Визначте площу основи циліндра та його масу. Густина води 1 г/см^3, коефіцієнт g = 10 Н/кг.



Рисунок

9-й клас

Задача 1. (Див. задачу 1, 7 клас.)
Задача 2. (Див. задачу 2, 8 клас.)
Задача 3. . (Див. задачу 3, 7 клас.)

Задача 4. Електрична плитка. Електричну плитку виготовлено з матеріалу, опір якого не залежить від температури. При вмиканні цієї плитки в мережу з напругою U_1=55 В, вона нагрівається до t_1=55 ^{0}С. Якщо плитку ввімкнути в мережу з напругою U_2=110 В, то плитка нагрівається до температури t_2=110 ^{0}С. До якої температури нагріється плитка, якщо її ввімкнути в мережу з напругою U_3=220 В?
Примітка. Тепловіддача плитки в зовнішнє середовище пропорційна різниці температур плитки та зовнішнього середовища. Температура зовнішнього середовища не змінюється.

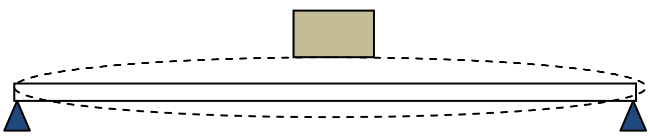
10 клас

Задача 1. Захисник Київ-Баскета Олександр Мішула (зріст – 190 см), який очолює рейтинг найактивніших снайперів Суперліги, виконує вдалий кидок із лінії три очкової зони. Ця зона обмежена дугою кола радіусом 6,75 м, центр якого перебуває під центром баскетбольного кільця. Це кільце розміщене на висоті 10 футів від рівня підлоги. 1 фут=30,48 см. Якої початкової швидкості надає спортсмен м’ячу, якщо кидок робить з висоти свого зросту під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту? Чи є цей кидок оптимальним (початкова швидкість мінімальною)?

Задача 2. Електричну плитку виготовлено з матеріалу, опір якого не залежить від температури. При вмиканні цієї плитки в мережу з напругою U_1=55 В, вона може нагрітися до t_1=55 ^{0}С. Якщо плитку ввімкнути в мережу з напругою U_2=110 В, то плитка нагрівається до температури t_2=110 ^{0}С. До якої температури нагріється плитка, якщо її ввімкнути в мережу з напругою U_3=220 В?
Примітка. Тепловіддача плитки в зовнішнє середовище пропорційна різниці температур плитки та зовнішнього середовища. Температура зовнішнього середовища не змінюється.

Задача 3. Лампочка настільної лампи знаходиться на відстані 60 см від поверхні столу та 180 см від стелі. Нитку розжарювання лампочки можна вважати точковим джерелом світла. На столі лежить шматок плоского дзеркала у формі трикутника із сторонами 5 см, 6 см, 7 см. На якій відстані від стелі знаходиться зображення нитки розжарення лампочки?
Знайти форму і розміри “зайчика”, отриманого від дзеркала на стелі.

Задача 4. Горизонтальна дошка здійснює гармонічні коливання, амплітуда яких 1 см. При якій максимальній частоті коливань брусок масою *m*, що лежить на середині дошки, не відриватиметься від неї? Який шлях пройде брусок за 4 с.



Експериментальне завдання. Визначити масу тіла зважуванням на незрівноважених терезах.
Обладнання: незрівноважені терези, урівноважувати які перед зважуванням не дозволяється, важки, тіло, лінійка.

Розглянути два випадки: 1) неоднакові маси чашок терезів; 2) неоднакові довжини пліч коромисла терезів. *Масою коромисла можна знехтувати.*

11 клас

Задача 1. (Див. задачу 1, 10 клас.)

Задача 2. Електричне коло (рис. 1) складається з ідеального елемента живлення з ЕРС U_0, ідеального амперметра та чотирьох однакових нелінійних елементів, для кожного з яких, на відміну від закону Ома, залежність сили струму від напруги має вигляд $I = \alpha U^2$. Яку силу струму показує амперметр?

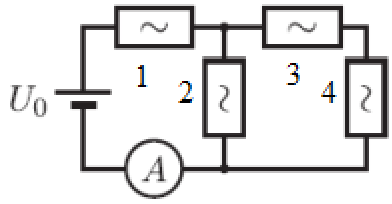


Рис.1.

Задача 3. Плоский провідний контур, який складається з двох квадратів (Рис. 2) зі сторонами a та b, розташований в однорідному магнітному полі, вектор індукції якого перпендикулярний до його площини. Індукція поля змінюється за законом $B = B_{\max} \sin \omega t$. Визначте амплітуду індукційного струму в контурі, якщо $B_{\max} = 10 мТл$, $\omega = 100\ c^{-1}$, a = 20 см, b =10 см, електричний опір одиниці довжини контуру 50 мОм/м. Індуктивністю контуру знехтувати.

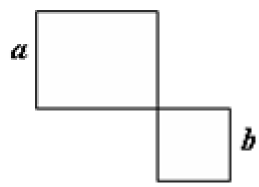


Рис.2.

Задача 4. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 2 мкФ і котушки індуктивністю 0,3 мГн. Конденсатор зарядили до 44 мкКл. Якою є залежність заряду конденсатора та сили струму у котушці від часу. Через який мінімальний проміжок часу від початку вільних електромагнітних коливань енергія магнітного поля котушки дорівнює енергії електричного поля конденсатора? Визначте силу струму в котушці та напругу на пластинах конденсатора в цей момент.

Експериментальне завдання. Запропонуйте аквалангістові спосіб визначення глибини прісного озера. При якій температурі навколишнього середовища похибка вимірювань буде мінімальною.
Обладнання: довга циліндрична мензурка, барометр, лінійка.

1.8. 2022

7 клас

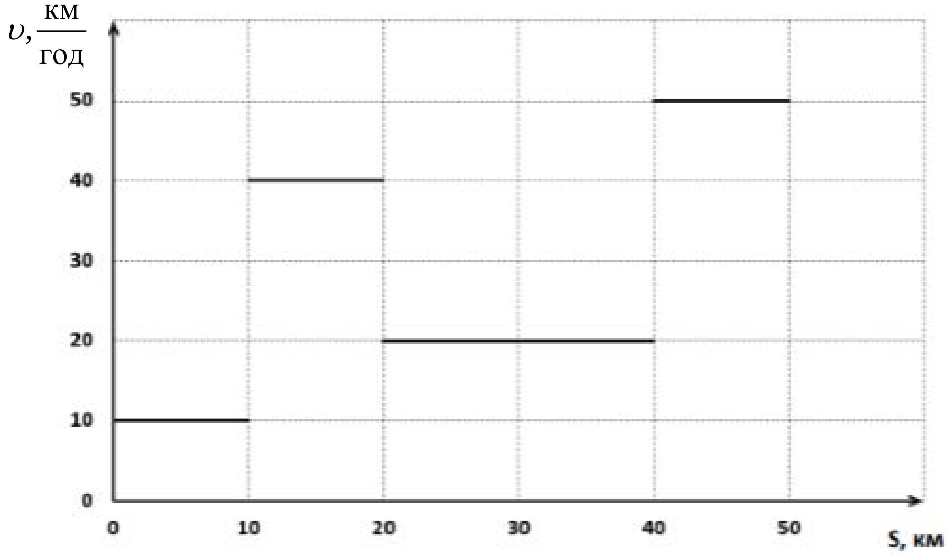
Задача 1. Плавання. Хлопчик та дівчинка готуються до змагань з плавання на річці, швидкість течії якої є сталою і становить υ. Після свистка вони одночасно почали рух пірнувши у річку з містка:

хлопчик поплив проти течії, дівчинка за течією. Через час t вони одночасно розвернулись і почали рухатися до містка (місця старту). Хлопчик повернувся до містка через час $\frac{t}{2}$ а дівчинка через час $2t$. Швидкості хлопчика υ_1 та дівчинки υ_2 під час тренування відносно води не змінюються. Визначте: 1) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon}$; 2) $\frac{\upsilon_2}{\upsilon}$; 3) $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$

Задача 2. Черга перед стадіоном. Перед входом на стадіон утворилася черга вболівальників довжиною $l = 80\,\text{м}$. Щохвилини перші 8 вболівальників проходять через прохідну а за цей же час у кінець черги приходять 4 нових вболівальники. Через $t = 40\,\text{хв}$ усі охочі потрапили на стадіон і черга зникла. Вважати, що кожна людина у черзі займає однакове місце. Визначте:
1) кількість людей, які пройшли через прохідну
2) середню швидкість людей у черзі, відповідь подайте у метрах за хвилину.

Задача 3. При повністю відкритому крані з гарячою водою відро об'ємом $V_1 = 0{,}01\,\text{м}^3$ наповнюється за час t_1, що становить одну хвилину 40 секунд. Якщо повністю відкрити кран з холодною водою, то посудина об'ємом $V_2 = 3\,\text{дм}^3$ наповниться за $t_2 = 24\,\text{с}$. Визначте за який час t_3 наповниться посудина об'ємом $V_3 = 4{,}5\,\text{л}$, якщо повністю відкрити одночасно обидва крани.

Задача 4. На графіку подано залежність швидкості автомобіля від пройденого шляху. Визначте яку половину свого шляху автомобіль проїде швидше: першу чи другу? У скільки разів?



Задача 5. В парку відпочинку юний фізик Славко визначив, що він проходить повне коло по нерухомій каруселі за час $t_1 = 8\,\text{с}$. Коли карусель увімкнули, то виявилося, що вона робить один повний оберт за час $t_2 = 12\,\text{с}$. Славко починає рухатися по краю рухомої каруселі в напрямку її руху. За який час він зробить один повний оберт відносно Максима, який стоїть на землі. Швидкість Славка в обох випадках однакова.

Експериментальна задача. Оцінити радіус кульки кулькової ручки

Обладнання: лінійка без шкали, аркуш паперу у клітинку (з учнівського зошита), кулькова ручка

УВАГА! Проводити будь-які вимірювання лінійкою та користуватися іншим обладнанням, яке не вказано в умові **заборонено!**

8 клас

Задача 1. Плавання. Хлопчик та дівчинка готуються до змагань з плавання на річці, швидкість течії якої є сталою і становить υ. Після свистка вони одночасно почали рух пірнувши у річку з містка: хлопчик поплив проти течії, дівчинка за течією. Через час t вони одночасно розвернулись і почали рухатися до містка (місця старту). Хлопчик повернувся до містка через час $\frac{t}{2}$ а дівчинка через час $2t$. Швидкості хлопчика υ_1 та дівчинки υ_2 під час тренування відносно води не змінюються. Визначте: 1) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon}$; 2) $\frac{\upsilon_2}{\upsilon}$; 3) $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$

Задача 2. Лід і вода. У теплоізольованій посудині міститься лід при температурі $t = 0\,^{\circ}\text{C}$. У цю посудину наливають воду масою $m = 300\,\text{г}$, температура якої становить $t_\text{В} = 80\,^{\circ}\text{C}$. Після настання теплової рівноваги виявилося, що посудина заповнена на $V = 1\,\text{л}$. Визначте:

1) кінцеву температуру в посудині;
2) кінцеву масу речовини, що міститься в посудині.

Густина води $\rho_0 = 1000$ кг/м^3, густина льоду $\rho = 900$ кг/м^3. Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/(кг·°С), питома теплота плавлення льоду $\lambda = 336$ кДж/кг.

Задача 3. Пружини. До двох вертикально розташованих пружин однакової довжини підвісили однорідний стержень масою *M=2 кг* та довжиною *L=40 см*. Жорсткість лівої пружини в 3 рази менша ніж правої. Якщо до цього стержня підвісити вантаж масою m на відстані d*=5см* від правої пружини, то стержень буде розташований горизонтально а видовження обох пружин при цьому будуть однаковими (Рис. 1). Визначте масу m вантажу, який підвісили.

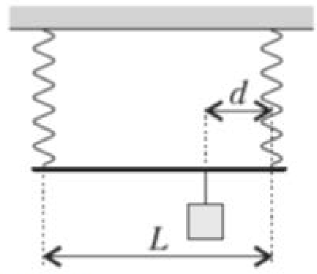


Рис. 1

Задача 4. Ведмежа на крижині. Після того, як біле ведмежатко стало на крижину, що плавала у воді, глибина занурення крижини збільшилася на $h_1=8$ см. Через деякий проміжок часу від крижини відламався шматок льоду площею $S=0{,}9$ м^2, і внаслідок цього глибина занурення крижини збільшилася ще на $h_2=5{,}6$ см. Визначте масу білого ведмежатка.

Задача 5. Черга перед стадіоном. Перед входом на стадіон утворилася черга вболівальників довжиною $l = 80$ м. Щохвилини перші 8 вболівальників проходять через прохідну а за цей же час у кінець черги приходять 4 нових вболівальники. Через $t = 40$ хв усі охочі потрапили на стадіон і черга зникла. Вважати, що кожна людина у черзі займає однакове місце. Визначте:

1) кількість людей, які пройшли через прохідну
2) середню швидкість людей у черзі, відповідь подайте у метрах за хвилину.

9 клас

Задача 1. Плавання. Хлопчик та дівчинка готуються до змагань з плавання на річці, швидкість течії якої є сталою і становить υ. Після свистка вони одночасно почали рух пірнувши у річку з містка: хлопчик поплив проти течії, дівчинка за течією. Через час t вони одночасно розвернулись і почали рухатися до містка (місця старту). Хлопчик повернувся до містка через час $\frac{t}{2}$ а дівчинка через час $2t$.

Швидкості хлопчика υ_1 та дівчинки υ_2 під час тренування відносно води не змінюються. Визначте: 1) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon}$; 2) $\frac{\upsilon_2}{\upsilon}$; 3) $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$

Задача 2. Лід і вода. У теплоізольованій посудині міститься лід при температурі $t = 0\,^\circ\mathrm{C}$. У цю посудину наливають воду масою $m = 300$ г, температура якої становить $t_\mathrm{B} = 80\,^\circ\mathrm{C}$. Після настання теплової рівноваги виявилося, що посудина заповнена на $V = 1$ л. Визначте:
1) кінцеву температуру в посудині;
2) кінцеву масу речовини, що міститься в посудині.
Густина води $\rho_0 = 1000$ кг/м^3, густина льоду $\rho = 900$ кг/м^3. Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/(кг$\cdot^\circ$ С), питома теплота плавлення льоду $\lambda = 336$ $к$Дж/кг.

Задача 3. Пружини. До двох вертикально розташованих пружин однакової довжини підвісили однорідний стержень масою $M=2$ кг та довжиною $L=40$ см. Якщо до цього стержня підвісити вантаж масою m на відстані $d=5$ см від правої пружини, то стержень буде розташований горизонтально а видовження обох пружин при цьому будуть однаковими (Рис. 1). Визначте масу m вантажу, який підвісили. Жорсткість лівої пружини в 3 рази менша ніж правої.

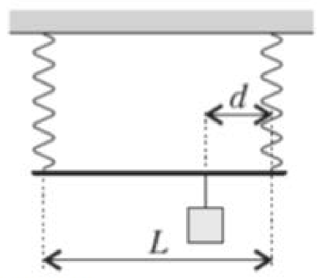
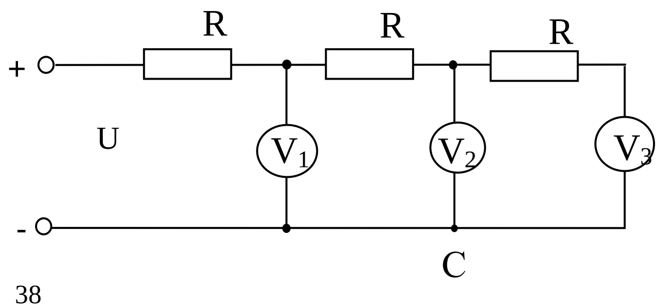


Рис. 1

Задача 4. Свічка. Дві людини розглядають одну й ту ж свічку через однакові лінзи з фокусною відстанню F. Одна людина бачить пряме зображення, а друга – перевернуте. В обох випадках відстань від свічки до ближнього фокуса однакова і становить l.
1. Побудуйте зображення свічки в обох випадках.
2. Знайдіть відношення висоти прямого зображення до висоти перевернутого, якщо зір у спостерігачів нормальний?

Задача 5. Резистори та вольтметри. Електричне коло складається з однакових резисторів і однакових вольтметрів (рис.). Перший вольтметр показує $U_1 = 10\,B$, а



третій $U_3 = 8B$. Що показує другий вольтметр.

10 клас

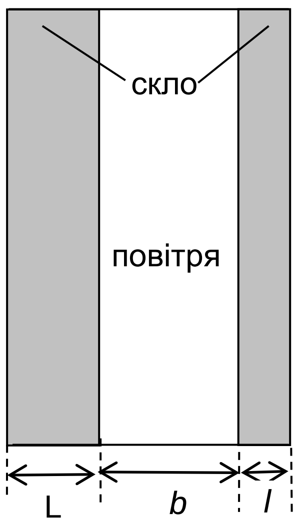
Задача 1. У автомобіля Mersedes Vito 111 CDI ведучою є задня пара коліс. Коробка передач автоматична. Відстань між осями $l = 343$ см. Центр мас автомобіля у спорядженому стані знаходиться на висоті $h = 50$ см, на однаковій відстані від осей передніх і задніх коліс. Коефіцієнт тертя ковзання між шинами і сухим асфальтовим покриттям $\mu_к = 0{,}6$, а середнє значення коефіцієнта тертя спокою - $\mu_c = 0{,}7$. $g = 9{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ На шини якої осі (передньої чи задньої) діє більша реакція опори під час прискореного руху автомобіля? Визначити модуль середнього прискорення, з яким автомобіль може робити розгін. Якої швидкості набуде автомобіль через $t = 4{,}5$ с рівноприскореного руху? Після розгону водій помітив перешкоду і екстрено гальмує. Яку відстань проїде автомобіль до зупинки, якщо час реакції водія становить $\tau = 0{,}75$ с? Опором повітря нехтувати.

Задача 2. На яхті, яка рухається зі швидкістю 30 км/год, опускають вітрила. Після проходження відстані 100 м швидкість яхти зменшується до 10 км/год. Знайти відстань від точки опускання вітрил до зупинки яхти, якщо:

а) сила опору, що діє на яхту є сталою;

б) силу опору, що діє на яхту вважати пропорційною швидкості.

Задача 3. Під час ремонту магазину були встановлені склопакети, конструкція яких показана на рис. 1. Товщина товстого скла рівна $L = 1\,см$, а тонкого $l = 0{,}5\,см$. Внутрішня відстань між стеклами $b = 2\,см$. Одну раму поставили товстим склом всередину приміщення, а другу – назовні. Температура на вулиці $t_1 = -10\,^\circ C$, а у магазині – $t_2 = +20\,^\circ C$. Тепловтрата пропорційна різниці температур. Температура повітря між стеклами завдяки конвекції скрізь однакова. Яка температура повітря встановлюється між стеклами у кожній із рам? Зобразити графічно залежність температури від відстані. Яке



встановлення рам є доцільнішим?

Задача 4. Дві людини розглядають одну й ту ж свічку через однакові лінзи з фокусною відстанню F. Одна людина бачить пряме зображення, а друга – перевекинуте. В обох випадках відстань від свічки до ближнього фокуса однакова і становить l. Побудувати зображення свічки в обох випадках. Знайти відношення висоти прямого зображення до висоти перевернутого, якщо зір у спостерігачів нормальний?

Задача 5. Пружинний маятник вивели із положення рівноваги і відпустили. Період коливань тіла дорівнює 1,5 с. Амплітуда коливань становить 10 см. З якою середньою швидкістю тіло рухається протягом чверті періоду? Визначити середні швидкості, з якими тіло проходить першу та другу половини амплітуди.

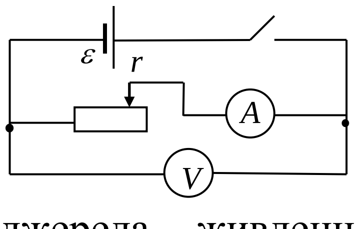
11 клас

Задача 1. Див. Задача 1. 10 клас.

Задача 2. Див. Задача 4. 10 клас.

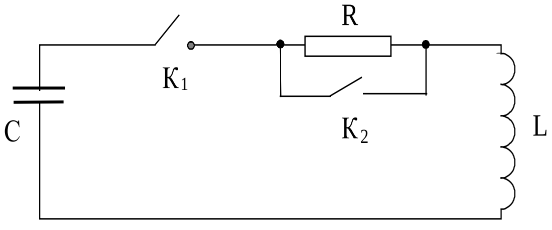
Задача 3. Один раз ідеальний газ нагрівають у циліндрі під поршнем так, що його температура збільшилася на 20 %, а об'єм збільшився на 2 %. Вдруге цей газ нагрівають у циліндрі так, що його температура збільшилася на 2 %, а об'єм – на 20 %. На скільки відсотків змінився тиск газу у кожному випадку?

Задача 4. Проводячи дослідження джерела постійного струму учень зафіксував двічі покази амперметра та вольтметра: $I_1 = 0{,}5$ А, $U_1 = 3{,}6$ В та $I_2 = 2{,}0$ А, $U_2 = 2{,}4$ В.



Побудувати вольтамперну характеристику джерела живлення. Використовуючи її визначити ЕРС, внутрішній опір джерела струму та силу струму короткого замикання. Амперметр та вольтметр ідеальні.

Задача 5. Конденсатор ємністю C після замикання ключа K_1 починає



розряджатися через резистор опором R і котушку, яка має індуктивність L. В момент, коли сила струму в колі досягає максимального значення I_0, замикають ключ К$_2$. Чому дорівнює напруга на котушці безпосередньо перед замиканням ключа К$_2$ і максимальна сила струму в котушці при наступних коливаннях?

2. Розв'язування задач теоретичного туру

2.1. 2015 р.

8 клас

Задача 1. «Паркова» фізика. Позначимо невідомий проміжок часу через t_1, а τ – інтервал часу, протягом якого пес був біля кожного з приятелів. Загальний час руху Спринтера становить: $t = t_1 + \tau$ (1). Звідси $\tau = \frac{t - t_1}{2}$ (2). Загальну довжину шляху, яку пройшов та пробіг пес, запишемо у вигляді: $L_c = \upsilon_c \cdot t_1 + \tau(u + \upsilon)$ (3). Підставивши (2) в (3), отримаємо:

$L_c = \upsilon_c \cdot t_1 + \frac{t - t_1}{2}(u + \upsilon)$ (4). З останньої формули визначимо шуканий час: $t_1 = \frac{2 \cdot L_c - t \cdot (u + \upsilon)}{2 \cdot \upsilon_c - u - \upsilon}$ (5). $t_1 = 80$ с.

Задача 2. Губка Боб і цеглина. Тиск Боба на землю з цеглиною, що лежить на ньому, визначається з формули: $p = \frac{(m + m_c + m_в) \cdot g}{S}$ (1), де m_c – маса сухого Боба, $m_в$ – маса води, яка залишилась в Губці після падіння цеглини. Із (1) визначимо площу: $S = \frac{(m + m_c + m_в) \cdot g}{p}$ (2).

Масу сухого Боба знайдемо за формулою: $m_c = \rho \cdot V$ (2). $m_c = 100\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}02\ \text{м}^3 = 2$ кг. Оскільки під час деформації Боба його зріст зменшився у 5 разів, а площа поперечного перерізу не змінилась, то його об'єм зменшився також у 5 разів: $V_2 = \frac{V}{5}$; $V_2 = \frac{0{,}02\ \text{м}^3}{5} = 0{,}004\ \text{м}^3$. Об'єм V_2 складається з об'єму гутаперчі $V_г$, із якої виготовлений Боб, та об'єму води $V_в$, що залишилась у ньому: $V_2 = V_г + V_в$ (3).

$V_г = \dfrac{m_с}{\rho_г}$; $V_г = \dfrac{2\ \text{кг}}{1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0{,}002\ \text{м}^3$. Об'єм води $V_в$ знайдемо з формули (3): $V_в = V_2 - V_г$; $V_в = 0{,}004\ \text{м}^3 - 0{,}002\ \text{м}^3 = 0{,}002\ \text{м}^3$. Масу води $m_в$ знайдемо з формули: $m_в = \rho_в V_в$; $m_в = 1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}002\ \text{м}^3 = 2\ \text{кг}$. Підставивши числові значення у формулу (2), отримаємо: $S = \dfrac{(10\ \text{кг} + 2\ \text{кг} + 2\ \text{кг}) \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{3500\ \text{Па}} = 0{,}04\ \text{м}^2$.

Задача 3. **Сир «Гауда»**. З умови задачі випливає, що шматочок сиру маленький. Тоді можна вважати, що його густина становить $\rho_с = 1{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Загальний об'єм шматка: $V = V_с + V_г$ (1). З умови задачі легко знайти об'єм шматка сиру: $V = 10\ \text{см} \cdot 10\ \text{см} \cdot 10\ \text{см} = 10\ \text{см}^3$. Рівняння для визначення маси шматка сиру має вигляд: $M = V_с \cdot \rho_с + V_г \cdot \rho_г$ (2). Оскільки $\rho_с$ набагато більше за $\rho_г$, то рівняння (2) набуде вигляду: $M \approx V_с \cdot \rho_с$ (3). Звідси $V_с \approx \dfrac{M}{\rho_с}$ (4). Підставивши (4) в (1), знайдемо об'єм газу: $V_г \approx V - \dfrac{M}{\rho_с}$ (5). Знаючи об'єм та густину газу, знайдемо його масу: $m \approx (V - \dfrac{M}{\rho_с})\rho_г$; $m \approx (1000\ \text{см}^3 - \dfrac{650\ \text{г}}{1{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}) \cdot 1{,}29 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 527{,}7\ \text{мг}$.

Задача 4. **Екстремальна риболовля.** Швидкість вилову риби одним рибалкою становить: $\upsilon_0 = \dfrac{60\ \text{кг}}{2 \cdot 5\ \text{год}} = 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}$. Швидкість заповнення човна водою становить: $\upsilon = 0{,}4\ \frac{\text{кг}}{\text{хв}} = 24\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}$.

Загальна маса вантажу, яку може перевозити човен, становить: $M_{макс} = 2 \cdot M + m$ (1).

$M_{макс} = 2 \cdot 90\ \text{кг} + 60\ \text{кг} = 240\ \text{кг}$. Якщо рибалки поїдуть на риболовлю двоє, то маса впійманої риби та води, що заповнила човен, становитиме: $M_1 = 240\ \text{кг} - 180\ \text{кг} = 60\ \text{кг}$. Якщо t_1 – час їхньої спільної риболовлі, то $M_1 = t_1(2 \cdot \upsilon_0 + u)$ (2). Звідси $t_1 = \dfrac{M_1}{2 \cdot \upsilon_0 + u}$; $t_1 = \dfrac{60\ \text{кг}}{2 \cdot 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} + 24\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}} = \dfrac{5}{3}\ \text{год}$. Маса впійманої риби в цьому випадку становитиме: $m_1 = 2 \cdot \upsilon_0 \cdot t_1$; $m_1 = 2 \cdot 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} \cdot \frac{5}{3}\ \text{год} = 20\ \text{кг}$. Якщо на риболовлю поїде один рибалка, то маса впійманої риби та води, що заповнила човен, становитиме: $M_2 = 240\ \text{кг} - 90\ \text{кг} = 150\ \text{кг}$. Якщо t_2 – час його риболовлі, то $M_2 = t_2(\upsilon_0 + u)\,(3)$. Звідси $t_2 = \frac{M_2}{\upsilon_0 + u}$; $t_1 = \frac{150\ \text{кг}}{6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} + 24\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}} = 5\ \text{год}$. Улов одного рибалки становитиме: $m_2 = \upsilon_0 \cdot t_2$; $m_2 = 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} \cdot 5\ \text{год} = 30\ \text{кг}$. Улов більший у другому випадку.

Задача 5. Комашка і лінза. Зображення має натуральну величину, коли предмет перебуває у подвійному фокусі збиральної лінзи. Використовуючи формулу лінзи, визначаємо, що її фокусна відстань 20 см, а відстань від комашки до лінзи через 3 с польоту становитиме $l = \upsilon \cdot t = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}} \cdot 1\ \text{с} = 10\ \text{см}$, тобто половину фокусної відстані. Зображення при цьому буде уявним і збільшеним у 2 рази.

9 клас

Задача 1 (див. розв. задачі 1, 8 клас).

Задача 2 (див. розв. задачі 2, 8 клас).

Задача 3. «Душ» для льоду. За час $\Delta\tau$ у посудину вливається маса води $\Delta m = q \cdot \Delta\tau$, яка має температуру $t_1 = 20\ ^\circ\text{C}$. Вона плавить лід і нагріває отриману воду до температури $t_2 = 3\ ^\circ\text{C}$. Вода віддає кількість теплоти: $Q_1 = c\Delta m(t_1 - t_2) = cq\Delta\tau(t_1 - t_2)$,

а при плавленні льоду і нагріванні отриманої з нього води поглинається кількість теплоти:

$$Q_2 = \lambda\Delta m_1 + c\Delta m_1(t_2 - t_0),$$

де Δm_1 – маса розтопленого за час $\Delta\tau$ льоду. Із рівняння теплового балансу випливає, що $Q_1 = Q_2$, звідки

$$\Delta m_1 = \frac{cq\Delta\tau(t_1 - t_2)}{\lambda + c(t_2 - t_0)}.$$

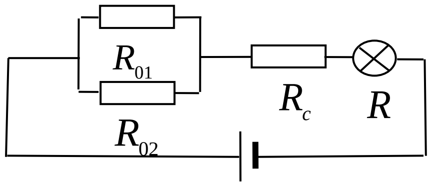
Із посудини за час $\Delta\tau$ витікає вода, яка в нього за цей час вливалася, і додатково вода, отримана при плавленні льоду. Отже, вихідний потік води із посудини:

$$q_{вих} = \frac{\Delta m + \Delta m_1}{\Delta\tau} = \frac{q\Delta\tau}{\Delta\tau} + \frac{cq\Delta\tau(t_1 - t_2)}{\Delta\tau(\lambda + c(t_2 - t_0))} = q\left(1 + \frac{c(t_1 - t_2)}{\lambda + c(t_2 - t_0)}\right).$$

Виконаємо обчислення та знайдемо $q_{вих}$ у $\frac{г}{с}$:

$$q_{вих} = 10 \cdot \left(1 + \frac{4190 \cdot (20-3)}{332 \cdot 10^3 + 4190 \cdot (3-0)}\right) = 12{,}1\left(\frac{г}{с}\right).$$

Задача 4. Яскравість лампи розжарювання прямо пропорційна потужності, яка в ній виділяється: $P = I^2 R$, де R– опір лампи, I – сила струму, який проходить через неї. Отже, максимальна яскравість буде при максимальній силі струму, а мінімальна – при мінімальній. Зобразимо еквівалентну схему: R_{01}, R_{02} – опори частин обода, які з'єднані паралельно, R_c– опір стрілки (рис.). Опір усього обода $R_0 = R_{01} + R_{02} = \rho \frac{l}{s}$. На силу струму в колі впливає лише значення опорів частин металевого обода, які залежать від положення стрілки. Якщо стрілка перебуває на поділці «45 с», то опір однієї частини обода дорівнює нулю (струм по ободу не проходить). У такому положенні стрілки сила струму в колі буде максимальною, а відповідно і яскравість буде максимальна.



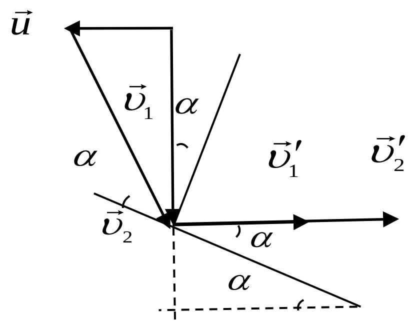
Опір паралельно з'єднаних частин обода: $R_n = \frac{R_{01} \cdot R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$. Врахуємо, що $R_0 = R_{01} + R_{02}$. Звідси знаходимо: $R_{01} = R_0 - R_{02}$. Тоді $R_n = \frac{(R_0 - R_{02}) \cdot R_{02}}{R_0} = \frac{R_0 R_{02} - R_{02}^2}{R_0}$. Графіком функції $R_n = f(R_{02})$ є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Вона перетинає вісь абсцис у початку координат $R_{02} = 0$ і в точці $R_{02} = R_0$. Максимального значення функція набуває при $R_{02} = \frac{R_0}{2}$. Опір другої частини обода $R_{01} = R_0 - R_{02} = \frac{R_0}{2}$. Опори обох частин обода рівні між собою у випадку, коли стрілка секундоміра перебуває на позначці «15 с». Отже, у такому положенні стрілки сила струму через лампу буде мінімальна і відповідно яскравість світіння буде мінімальною.

Задача 5. Пірамідка у рідині. Запишемо II закон Ньютона для двох випадків: а) пірамідка плаває у бензині; б) пірамідка плаває в іншій рідині.

а) $mg - F_{A1} = 0$ (1); $F_{A1} = \rho_Б g V_1$(2); $mg = \rho_Б g V_1$(3);

б) $mg - F_{A2} = 0$ (4); $F_{A2} = \rho_2 g V_2$(5); $mg = \rho_2 g V_2$(6).

Прирівнявши рівняння (3) й (6), отримаємо: $\rho_2 g V_2 = \rho_Б g V_1$(7), $V_2 = \frac{\rho_Б}{\rho_2} V_1$ (8). З рисунка в умові видно, що кількість кубиків у будь-якому ряді буде становити n^2, якщо n – номер ряду, починаючи з верхнього. Якщо V_0 – об'єм одного кубика, то $V_1 = 245V_0$ (9). Підставивши (9) у (8), отримаємо: $V_2 = \frac{\rho_Б}{\rho_2} \cdot 245\,V_0 = \frac{0{,}8}{1{,}96} \cdot 245\,V_0 = 100\,V_0.$ Сто кубиків містить десятий зверху (або перший знизу) ряд пірамідки.



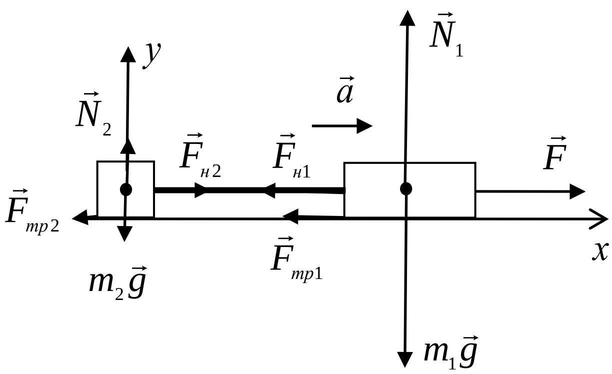
10 клас

Задача 1. За законом додавання швидкостей: $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_2 + \vec{u}$ (1), де $\vec{\upsilon}_1$ – швидкість градини відносно землі до удару, $\vec{\upsilon}_2$ – швидкість градини відносно автомобіля до удару, $\vec{u}$– швидкість автомобіля відносно землі.

Із формули (1) знаходимо швидкість градини відносно автомобіля: $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 - \vec{u}$ (2). Зобразимо трикутник швидкостей за співвідношенням (2). При абсолютно пружному ударі кут падіння дорівнює куту відбивання. На рис. вказано рівні кути α. Із трикутника швидкостей знаходимо: $\upsilon_1 = u \cdot \mathrm{ctg}\left(90^\circ - 2\alpha\right)$. $\upsilon_1 = u \cdot \mathrm{ctg}30^\circ = \sqrt{3}u$. З цього ж трикутника знаходимо швидкість градини відносно автомобіля: $\upsilon_2 = \frac{u}{\sin\left(90^\circ - 2\alpha\right)}$.

$\upsilon_2 = \frac{u}{\sin 30^\circ} = 2u$.

Оскільки удар градини об скло абсолютно пружний, швидкість градини відносно автомобіля при ударі не змінює модуль $\upsilon_2' = \upsilon_2 = 2u$. Запишемо знову закон додавання швидкостей градини після удару: $\vec{\upsilon}_1' = \vec{\upsilon}_2' + \vec{u}$. Враховуючи, що всі ці швидкості напрямлені горизонтально, переходимо до проекції на горизонтальну вісь: $\upsilon_1' = \upsilon_2' - u$. $\upsilon_1' = 2u - u = u.$



Задача 2. На перший погляд може скластися враження, що в умові є зайві дані, які не узгоджуються між собою. Якщо тіла, з'єднані легкою ниткою, рухаються з прискоренням 4 м/с^2, то прикладена сила:

$F = \left(m_1 + m_2\right)a + \mu m_1 g + \mu m_2 g$. $F = \left(m_1 + m_2\right)\cdot\left(a + \mu g\right)$, $F = (8+2)\cdot(4+0{,}2\cdot 10) = 60\ (\text{Н}) \langle\ 62\ (\text{Н})$.

Якщо ж сила F = 62 Н, як задано в умові, то треба врахувати, що тіла з'єднані шнуром, який має масу і рухається з прискоренням (див.

рис.). Знайдемо масу шнура. Вважаємо, що вага шнура розподіляється порівну між двома точками його кріплення.

$F=(m_1+m_2+m_3)a+\mu\left(m_1+\frac{m_3}{2}\right)g+\mu\left(m_2+\frac{m_3}{2}\right)g$, $m_3=\frac{F}{a+\mu g}-(m_1+m_2)$.

$m_3=\frac{62}{4+0{,}2\cdot 10}-(8+2)=0{,}33\ (\text{кг})$.

Виходячи із цього аналізу, стає зрозумілим, що сила натягу шнура не однакова по всій довжині. Більша сила натягу в місці його кріплення до першого тіла. Менша сила натягу в місці його кріплення до другого тіла спричиняє рух цього тіла. Відповідно друге тіло спричиняє видовження шнура. Різниця сил, прикладених до шнура у місцях кріплення першого і другого тіл, надає прискорення шнуру.

Запишемо закон руху другого тіла і знайдемо силу натягу $\vec{F}_{н2}$: $\vec{F}_{н2}+\vec{F}_{тр2}+m_2\vec{g}+\vec{N}_2+\frac{m_3\vec{g}}{2}=m_2\vec{a}$. Спроектуємо векторне рівняння на координатні осі:

Ox: $F_{н2}-F_{тр2}=m_2a$; *Oy*: $N_2-m_2g-\frac{m_3g}{2}=0$.

Сила тертя $F_{тр2}=\mu N_2=\mu\left(m_2+\frac{m_3}{2}\right)g$. Тоді сила натягу $F_{н2}=F_{тр2}+m_2a=\mu\left(m_2+\frac{m_3}{2}\right)g+m_2a$.

Виконаємо обчислення:

$F_{н2}=0{,}2\left(2+\frac{0{,}33}{2}\right)10+4\cdot 2=12{,}33\ (\text{Н})$.

Аналогічно запишемо закон руху першого тіла і знайдемо силу натягу $\vec{F}_{н1}$, яка діє на перше тіло: $\vec{F}+\vec{F}_{н1}+\vec{F}_{тр1}+m_1\vec{g}+\vec{N}_1+\frac{m_3\vec{g}}{2}=m_1\vec{a}$. У проекціях на осі

Ox: $F-F_{н1}-F_{тр1}=m_1a$; *Oy*: $N_1-m_1g-\frac{m_3g}{2}=0$. Сила тертя $F_{тр1}=\mu N_1=\mu\left(m_1+\frac{m_3}{2}\right)g$. Тоді сила натягу $F_{н1}=F-F_{тр1}-m_1a=F-m_1a-\mu\left(m_1+\frac{m_3}{2}\right)g$.

Виконаємо обчислення:

$F_{н1}=62-8\cdot 4-0{,}2\left(8+\frac{0{,}33}{2}\right)10=13{,}67\ (\text{Н})$.

Видовження шнура знайдемо за законом Гука: $F_{н2}=k\Delta l$, $\Delta l=\frac{F_{н2}}{k}$.

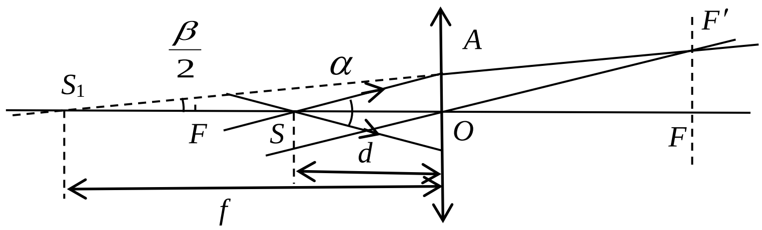
Виконаємо обчислення у СІ:

$\Delta l=\frac{12{,}33}{6\cdot 10^3}=2{,}055\cdot 10^{-3}\ (\text{м})\approx 2{,}1$ мм.

Задача 3 (див. розв. задачі 3, 9 клас).

Задача 4 (див. розв. задачі 4, 9 клас).

Задача 5. Для побудови ходу променя після лінзи проведемо паралельно до нього побічну оптичну вісь. Знаходимо положення побічного фокуса F': точка перетину побічної оптичної осі та фокальної площини. Після лінзи промінь проходить через побічний фокус, оскільки на лінзу він падає паралельно до побічної оптичної осі. З головною оптичною віссю перетинається продовження променя у точці S_1, утворюючи кут $\frac{\beta}{2}$ з нею (див. рис.).



Зображення S_1 точки S у лінзі є уявним. Відстань від лінзи до зображення знайдемо за формулою тонкої лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}.$$

Звідси знаходимо: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} - \frac{1}{F}$, $f = \frac{Fd}{F-d}$. $f = \frac{10 \cdot 7{,}5}{10 - 7{,}5} = 30\ (\text{см})$.

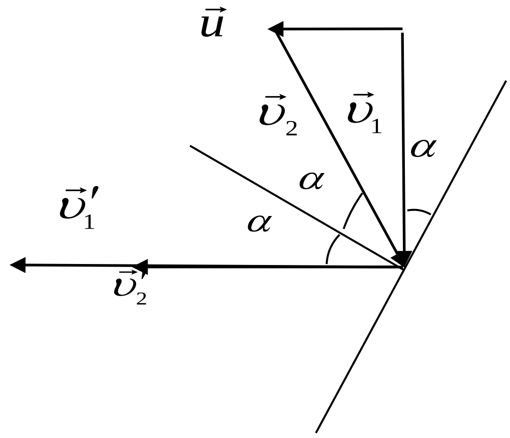
Із трикутників AOS та AOS_1 знаходимо AO і прирівнюємо їх: $d \cdot \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = f \cdot \mathrm{tg}\frac{\beta}{2}$. Звідси знаходимо:

$$\beta = 2\mathrm{arctg}\left(\frac{d}{f} \cdot \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right) = 2\mathrm{arctg}\left(\frac{F-d}{F} \cdot \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right).$$

Виконаємо обчислення:

$$\beta = 2\mathrm{arctg}\left(\frac{10-7{,}5}{10} \cdot \mathrm{tg}\frac{20^\circ}{2}\right) = 2\mathrm{arctg}\left(0{,}25 \cdot \mathrm{tg}10^\circ\right) \approx 5^\circ.$$

11 клас



Задача 1. За законом додавання швидкостей: $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_2 + \vec{u}$ (1), де $\vec{\upsilon}_1$ – швидкість градини відносно землі до удару, $\vec{\upsilon}_2$ – швидкість градини відносно автомобіля до удару, $\vec{u}$ – швидкість автомобіля відносно землі.

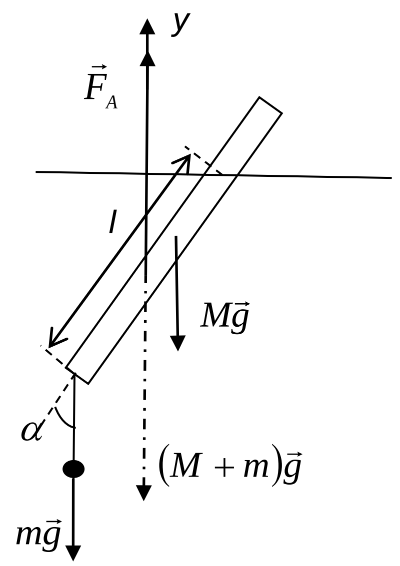
Із формули (1) знаходимо швидкість градини відносно автомобіля: $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 - \vec{u}$ (2). Зобразимо трикутник швидкостей за співвідношенням (2). При абсолютно пружному ударі кут падіння дорівнює куту відбивання. На рисунку вказано рівні кути α. З трикутника швидкостей знаходимо $\upsilon_1 = u \cdot \mathrm{ctg}(90^\circ - 2\alpha)$. $\upsilon_1 = u \cdot \mathrm{ctg}30^\circ = \sqrt{3}u$. З цього ж трикутника знаходимо швидкість градини відносно автомобіля:

$\upsilon_2 = \dfrac{u}{\sin(90^\circ - 2\alpha)}$. $\upsilon_2 = \dfrac{u}{\sin 30^\circ} = 2u$.

Оскільки удар градини об скло абсолютно пружний, швидкість градини відносно автомобіля при ударі не змінює модуль $\upsilon_2' = \upsilon_2 = 2u$. Запишемо знову закон додавання швидкостей градини після удару: $\vec{\upsilon}_1' = \vec{\upsilon}_2' + \vec{u}$. Враховуючи, що всі ці швидкості напрямлені горизонтально, переходимо до проекції на горизонтальну вісь: $\upsilon_1' = \upsilon_2' + u$. $\upsilon_1' = 2u + u = 3u$.

Задача 2. Маса грузила не повинна перевищувати максимально можливу, при якій поплавок повністю занурений у воду, але ще плаває. Умова плавання поплавка: $\vec{F}_A + (M+m)\vec{g} = 0$ (1), або у скалярному вигляді: $F_A - (M+m)g = 0$, $\rho_0 g V_n = (M+m)g$ (2).

Об'єм поплавка: $V_n = \dfrac{M}{\rho}$. Тоді умова (2) набуває вигляду: $\rho_0 \dfrac{M}{\rho} = M + m$. Звідси знаходимо: $m_{\max} = M\left(\dfrac{\rho_0}{\rho} - 1\right)$. Отже, маса грузила $m \le M\left(\dfrac{\rho_0}{\rho} - 1\right)$ (3).



Визначимо найменше значення маси грузила, при якій можливе вертикальне плавання поплавка. На рисунку показано граничне положення поплавка, який трохи відхиляється від вертикального положення. Умова рівноваги поплавка: $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$ – рівнодійна сил дорівнює нулю, $\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$, алгебраїчна сума моментів сил дорівнює нулю. Нехай L – довжина поплавка, l – довжина його зануреної частини, S – площа поперечного перерізу поплавка.

Запишемо першу умову: $F_A - (M+m)g = 0$ (4), $\rho_0 g V_з = (M+m)g$. $\rho_0 V_з = M + m$, $\rho_0 S l = M + m$.

Площа поперечного перерізу поплавка: $S = \dfrac{M}{\rho L}$. Тоді $M + m = \rho_0 \dfrac{Ml}{\rho L}$ (5). Тепер скористаємося правилом моментів. Розглянемо обертання поплавка відносно осі, яка проходить через точку прикладання архімедової сили перпендикулярно до площини рисунка. $mg\dfrac{l}{2}\sin\alpha = Mg\left(\dfrac{L}{2} - \dfrac{l}{2}\right)\sin\alpha$, $ml = M(L - l)$. Знаходимо масу грузила: $m = M\left(\dfrac{L}{l} - 1\right)$. Звідси: $M + m = M\dfrac{L}{l}$ (6). Прирівняємо праві частини (5) і (6): $\rho_0 \dfrac{Ml}{\rho L} = M\dfrac{L}{l}$.

Звідси знаходимо: $\frac{L}{l}=\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$.

Отже, мінімальна маса грузила $m_{\min}=M\left(\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}-1\right)$ (7).

Поєднуючи (3) та (7), отримуємо, що шукана маса задається подвійною нерівністю: $M\left(\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}-1\right)\le m\le M\left(\frac{\rho_0}{\rho}-1\right)$.

Задача 3. У балоні міститься $\nu_1=\frac{m_1}{\mu_1}=\frac{2}{2}=1$(моль) водню і $\nu_2=\frac{m_2}{\mu_2}=\frac{64}{32}=2$(моль) кисню.

Після підпалювання суміші відбувається хімічна реакція $2H_2 + O_2 = 2H_2O$.

У реакції бере участь 1 моль водню та 0,5 моль кисню (у два рази менше, ніж водню). Кількість утворених молів води дорівнює початковій кількості молів водню.

Отже, після реакції у балоні буде знаходитися $\nu_{в.п.}=1$ моль водяної пари і $\nu_2'=1{,}5$ моль кисню.

Запишемо рівняння Менделєєва–Клапейрона для водню та кисню у початковому стані: $P_в V=\nu_1 RT$, $P_к V=\nu_2 RT$, де $P_в$ і $P_к$ – парціальні тиски водню і кисню до реакції. Тоді, використовуючи закон Дальтона: $P=P_в+P_к$, маємо рівняння стану суміші газів: $PV=(\nu_1+\nu_2)RT$ (1).

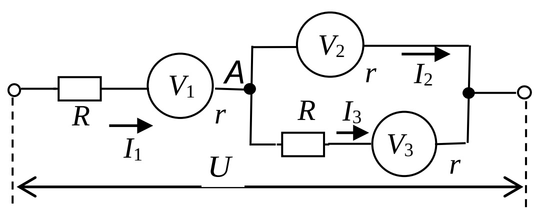
Аналогічно отримаємо рівняння стану суміші водяної пари і кисню після реакції та охолодження суміші до початкової температури: $P'V=(\nu_{в.п.}+\nu_2')RT$ (2).

Поділимо друге рівняння на перше: $\frac{P'}{P}=\frac{\nu_{в.п.}+\nu_2'}{\nu_1+\nu_2}$.

Звідси знаходимо: $P'=\frac{\nu_{в.п.}+\nu_2'}{\nu_1+\nu_2}P$.

Виконаємо обчислення: $P'=\frac{1+1{,}5}{1+2}\cdot 132\cdot 10^3=110\cdot 10^3$ (Па) $=110$ кПа.

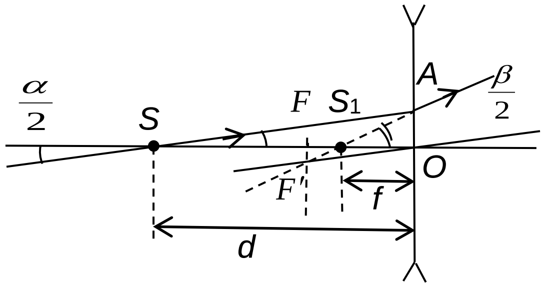
Задача 4. Зобразимо трохи інакше електричну схему (див. рис.). Нехай r – опір кожного із вольтметрів. Вольтметр завжди показує спад напруги на самому собі. Напруги на паралельно з'єднаних вітках однакові: $U_2=U_3+\frac{U_3}{r}R$ (1). Через вольтметр V_3 проходить струм силою $I_3=\frac{U_3}{r}$. Спад напруги на всьому колі дорівнює сумі спадів на окремих, послідовно з'єднаних ділянках:



$U = U_1 + \frac{U_1}{r} R + U_2$ (2). Через вольтметр V_1 проходить струм силою $I_1 = \frac{U_1}{r}$. Із рівнянь (1) та (2) виключаємо $\left(1 + \frac{R}{r}\right)$. Із (1) знаходимо: $1 + \frac{R}{r} = \frac{U_2}{U_3}$. Із (2) маємо: $1 + \frac{R}{r} = \frac{U - U_2}{U_1}$. Отримуємо рівняння відносно напруг $\frac{U_2}{U_3} = \frac{U - U_2}{U_1}$ (3). Для вузла A маємо: $I_1 = I_2 + I_3$, або $\frac{U_1}{r} = \frac{U_2}{r} + \frac{U_3}{r}$. Звідси $U_1 = U_2 + U_3$ (4).

Розв'язуємо рівняння (3) і (4) як систему: із (4) маємо: $U_3 = U_1 - U_2$. $\frac{U_2}{U_1 - U_2} = \frac{U - U_2}{U_1}$, $U_2 U_1 = (U_1 - U_2)(U - U_2)$, $U_2 U_1 = UU_1 - UU_2 - U_1 U_2 + U_2^2$. Або: $U_2^2 - 2U_1 U_2 - UU_2 + UU_1 = 0.$ Перейдемо в отриманому квадратному рівнянні до числових коефіцієнтів: $U_2^2 - 28U_2 + 96 = 0.$ $U_2 = 14 \pm \sqrt{196 - 96} = 14 \pm 10.$ Значення $U_2 = 24\ \text{В} \rangle 16\ \text{В} = U$, тому його відкидаємо.

Отже, $U_2 = 4$ В, а $U_3 = 6 - 4 = 2\ (\text{В})$.



Задача 5. Для побудови ходу променя після лінзи проведемо паралельно до нього побічну оптичну вісь. Знаходимо положення побічного фокуса F': точка перетину побічної оптичної осі та фокальної площини. Після проходження через розсіювальну лінзу промінь відхиляється від оптичної осі. Продовження променя проходить через передній побічний фокус, оскільки на лінзу він падає паралельно до побічної оптичної осі. З головною оптичною віссю продовження променя перетинається у точці S_1, утворюючи кут $\frac{\beta}{2}$ з нею (див. рис.).

Зображення S_1 точки S у розсіювальній лінзі є уявним. Відстань від лінзи до зображення знайдемо за формулою тонкої лінзи для розсіювальної лінзи: $-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$.

Звідси знаходимо: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F}$, $f = \frac{Fd}{F + d}$. $f = \frac{12 \cdot 24}{12 + 24} = 8\ (\text{см})$.

Із трикутників AOS та AOS_1 знаходимо AO і прирівнюємо їх: $d \cdot \text{tg}\frac{\alpha}{2} = f \cdot \text{tg}\frac{\beta}{2}$. Звідси знаходимо: $\beta = 2\text{arctg}\left(\frac{d}{f} \cdot \text{tg}\frac{\alpha}{2}\right) = 2\text{arctg}\left(\frac{F + d}{F} \cdot \text{tg}\frac{\alpha}{2}\right)$.

Виконаємо обчислення:

$$\beta = 2\text{arctg}\left(\frac{12 + 24}{12} \cdot \text{tg}\frac{10^\circ}{2}\right) = 2\text{arctg}\left(3 \cdot \text{tg}5^\circ\right) \approx 29{,}4^\circ.$$

2.2. 2016 р.

8 клас

Задача 1. Знайдемо середню шляхову швидкість Василька: $\upsilon_c = \frac{L}{t_0}$;

$\upsilon_c = \frac{4 км \cdot 60}{16\, год} = 15 \frac{км}{год}$

З іншого боку $\upsilon_c = \frac{l_x + l_a}{t_0}$(1), де l_x та l_a шляхи, які подолав хлопчик під час ходьби та їдучи автобусом відповідно. $l_x = \upsilon_x \cdot (t - t_a)$(2), $l_a = \upsilon \cdot t_a$(3). За умовою задачі $\upsilon_x = 0{,}2\upsilon_c$, тому $l_x = 0{,}2\upsilon_c \cdot (t - t_a)$(4). Підставивши (3) й (4) в (1) отримаємо: $\upsilon_c = \frac{0{,}2\upsilon_c \cdot (t - t_a) + \upsilon \cdot t_a}{t_0}$. Звідси $t_a = \frac{0{,}8 \cdot \upsilon_c \cdot t_0}{\upsilon - 0{,}2\upsilon_c}$; $t_a = 4 хв$

Задача 2. За час $\tau = 6 год$ в опадомір потрапив сніг, масу якого можна визначити з формули: $m = \rho_0 \cdot V = \rho_0 \cdot S \cdot h$(1) . Через поперечний переріз S у повітрі за час τ пройшов сніг такою самою масою $m = \rho \cdot V_2 = \rho \cdot S \cdot h_2 = \rho \cdot S \cdot \upsilon \cdot \tau$(2). Прирівнявши (1) і (2) отримаємо $\rho = \frac{\rho_0 \cdot S \cdot h}{S \cdot \upsilon \cdot \tau} = \frac{\rho_0 \cdot h}{\upsilon \cdot \tau}$ Підставивши числові значення отримаємо $\rho = 1{,}736 \frac{г}{см^3}$

Задача 3. Очевидно, що маса усієї кульки М складається з маси оболонки m_o та маси газу в ній $m_г$.

В перший день маса усієї кульки становила $M_1 = m_o + m_{г1} = m_o + 0{,}2 \cdot M_1$(1)
На наступний день $M_2 = m_o + m_{г2} = m_o + 0{,}1 \cdot M_2$(2). Визначимо маси кульки з рівнянь 1 та 2:

$M_1 = \frac{m_o}{0{,}8}$(3); $M_2 = \frac{m_o}{0{,}9}$(4). Середню густину кульки визначимо з формули: $\rho = \frac{M}{V}$. Тоді $\rho_1 = \frac{M_1}{V_1} = \frac{m_0}{0{,}8 \cdot V_1}$(5); $\rho_2 = \frac{M_2}{V_2} = \frac{2 \cdot m_0}{0{,}9 \cdot V_1}$(6). Поділивши (6) на (5) отримаємо: $\frac{\rho_2}{\rho_2} = \frac{16}{9}$.

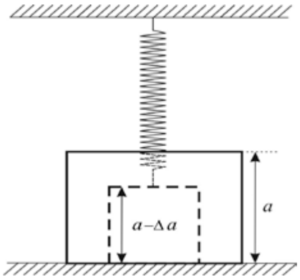
Задача 4. . Нехай m_1, m_2, M – маси Петрика, Даринки та гойдалки відповідно. Запишемо умову рівноваги гойдалки для двох випадків: $m_{1.} g \cdot a = m_{1.} g \cdot b + \mathrm{M} \cdot \mathrm{g} \cdot l_1$(1) $(m_{1.} + m_2) \cdot g \cdot c = M \cdot \mathrm{g} \cdot l_2$(2). Де $l_1 = 0{,}5 м$, а $l_2 = 1 м$ - положення центра мас колоди в першому та другому випадках відповідно. Перетворивши рівняння (1) та (2) отримаємо: $m_{1.} a = m_{1.} b + \mathrm{M} \cdot l_1$(3) $m_{1.} c + m_{2} \cdot = M \cdot l_2$(4). З рівнянь (3) та (4) отримаємо відношення: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{0{,}5c + b}{a - 0{,}5c}$; $\frac{m_1}{m_2} = 3$

Задача 5. Початковий тиск куба на підлогу:

$P_0 = \frac{mg}{a^2} = 11111\, Па$.

Оскільки висота куба зменшилась, то пружина розтягнулась і на куб ще стала діяти сила пружності напрямлена вертикально вгору

$$F = k \cdot \Delta a.$$



Крім цього змінилась площа дотику куба із землею.

Тому кінцевий тиск куба після охолодження: $P_1 = \dfrac{(mg-F)}{(a-\Delta a)^2} = 14400$ Па

Як бачимо тиск збільшиться.

Різниця тисків становить: $P_1 - P_0 = 14400 - 11111 = 3289$ (Па)

9 клас

Задача 1. Див. розв. задачі 1 для 8 класу.

Дано:
$t_0 = 20\ ^\circ\text{C}$
$\mu = 0{,}1\ \dfrac{\text{г}}{\text{с}}$
$a \times b = 30\ \text{см} \times 30\ \text{см}$
$t_1 = 54\ ^\circ\text{C}$
H= 10 см
$k = 0{,}3\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$
$c_в = 4200\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$

t -?

Задача 2. Через певний час перестають змінюватися об'єм води у раковині та її температура. Вода у раковині отримує від гарячої води кількість теплоти: $Q_1 = cm(t_1 - t) = c\mu\tau(t_1 - t)$, де τ - проміжок часу.

За цей час τ вода передає навколишньому повітрю кількість теплоти:

$$Q_2 = q\tau = kS(t - t_0)\tau = .$$
$$= 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)(t - t_0)\tau$$

Прирівнюючи $Q_1 = Q_2$, знайдемо температуру *t*.

$$c\mu\tau(t_1 - t) = 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)(t - t_0)\tau.$$
$$c\mu t_1 - c\mu t = 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)t - 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)t_0$$
$$c\mu t_1 + 2k(a \cdot b + (a+b)H)t_0 = 2k(a \cdot b + (a+b)H)t + c\mu t; \quad t = \frac{c\mu t_1 + 2k(a \cdot b + (a+b)H)t_0}{c\mu + 2k(a \cdot b + (a+b)H)}.$$
$$t = \frac{4200 \cdot 10^{-4} \cdot 54 + 2 \cdot 0{,}3(0{,}3 \cdot 0{,}3 + (0{,}3 + 0{,}3) \cdot 0{,}1)20}{4200 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 0{,}3(0{,}3 \cdot 0{,}3 + (0{,}3 + 0{,}3) \cdot 0{,}1)} =$$
$$= \frac{22{,}68 + 1{,}8}{0{,}42 + 0{,}09} = \frac{24{,}48}{0{,}51} = 48\ ({}^\circ\text{C})$$

Задача 3. (див. розв. задачі 4, 8 клас)

Дано:
$\rho = 1\ \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$
$T_2 = 2T_1$
$T_1' = 0{,}7T_1$
$T_2' = 0{,}8T_2$

$\rho_1 - ?;\ \rho_2 - ?$

Задача 4. Запишемо умову рівноваги (Рис.1) першого та другого тіла: $T_1 = m_1 g$, $T_1 = \rho_1 V_1 g$ (1); $T_2 = T_1 + m_2 g$ (2) або $2T_1 = T_1 + \rho_2 V_2 g$ (3); $T_1 = \rho_2 V_2 g$ (4).

Після занурення вантажів у воду на них ще

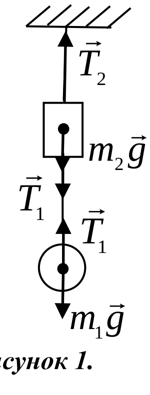


Рисунок 1.

діє архімедова сила (Рис.2) і умови рівноваги тіл набувають вигляду: $T_1' + F_{A1} = m_1 g$; $T_2' + F_{A2} = T_1' + m_1 g$ (5). Враховуючи умову задачі (5) набувають вигляду: $0{,}7T_1 = \rho_1 V_1 g - \rho V_1 g$, $0{,}8 \cdot 2T_1 = 0{,}7T_1 + \rho_2 V_2 g - \rho V_2 g$. Або $0{,}7T_1 = (\rho_1 - \rho)V_1 g$ (6); $0{,}9T_1 = (\rho_2 - \rho)V_2 g$.(7)

Поділивши (6) на (1) та (7) на (4)^отримуємо: $\dfrac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} = 0{,}7$;

$\dfrac{\rho_2 - \rho}{\rho_2} = 0{,}9$. Звідси $\rho_1 = \dfrac{10}{3}\rho = 3{,}3\left(\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\right)$; $\rho_2 = 10\rho = 10\left(\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\right)$.

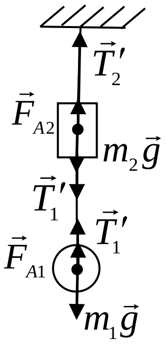


Рисунок 2.

Задача 5. Оскільки *U_1* і *U_2* відрізняються не в три рази, то вольтметр у Степана не ідеальний. Нехай *R*- опір вольтметра, а *r* – опір кожного з резисторів.

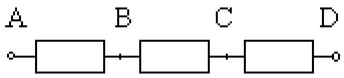


Рисунок 1

Перша схема має вигляд (Рис.2). В цій схемі вольтметр показує напругу джерела струму. Тобто напруга джерела *U_1*.

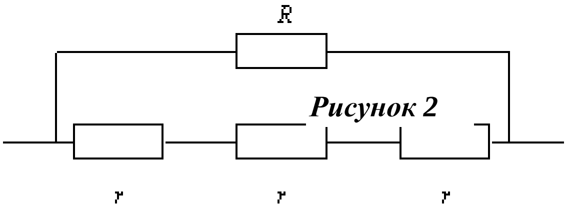


Рисунок 2

Друга схема має вигляд(Рис. 3):

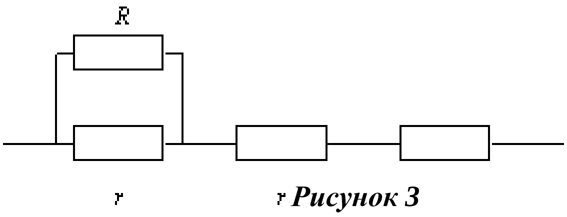


Рисунок 3

підрахувавши еквівалентний опір отримаємо покази вольтметра в другому випадку:

$$U_2 = U_1 \frac{\dfrac{Rr}{R+r}}{\dfrac{Rr}{R+r} + 2r} = \frac{U_1}{3 + \dfrac{2r}{R}}$$

Звідси визначимо відношення опорів резистора і вольтметра:

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{U_1}{U_2} - 3\right) = \frac{1}{6}$$

Третя схема й еквівалентна їй схема мають вигляд (Рис.4):

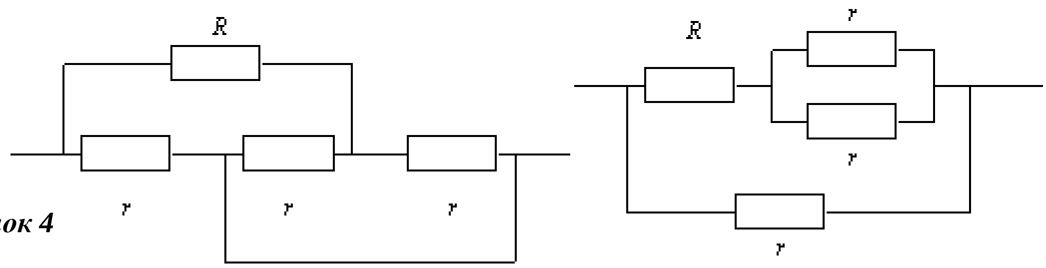


Рисунок 4

Оскільки джерело є ідеальним, то напруга на його клемах рівна U_1.і рівна спаду напруг на паралельних вітках. В цій схемі показ вольтметра рівний U_3. Тоді $U_3 + \frac{U_3}{R} \cdot \frac{r}{2} = U_1$. Звідки знаходимо:

$$U_3 = U_1 \frac{R}{R + \frac{r}{2}} = \frac{4U_1U_2}{U_1 + U_2}$$

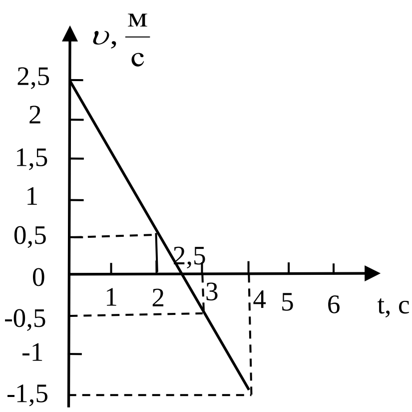
U_3= 2,77 В.

10 клас

Дано:
S_1= 2 м
S_2= 1 м
t_1= 1 с
t_2= 2 с
a-const

S_3 -?, S_4 -?

Задача 1. З умови задачі зрозуміло, що тіло рухається рівносповільнено. Закон руху тіла: $x = x_0 + \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}$. Шлях, пройдений тілом за першу секунду: $S_1 = x_1 - x_0 = \upsilon_0 t_1 - \frac{at_1^2}{2}$ (1). Шлях, пройдений тілом за другу секунду: $S_2 = x_2 - x_1 = \upsilon_0 (t_2 - t_1) - \frac{a(t_2^2 - t_1^2)}{2}$ (2). Для спрощення розв'язування підставимо у рівняння (1) та (2) числові значення величин в СІ та знайдемо υ_0 та a. $\upsilon_0 - \frac{a}{2} = 2$; $\upsilon_0 - \frac{3a}{2} = 1$. Звідси знаходимо: $a = 1\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$, $\upsilon_0 = \frac{a}{2} + 2$. $\upsilon_0 = 2{,}5\,(\text{м/с})$. Запишемо залежність швидкості від часу: $\upsilon = \upsilon_0 - at = 2{,}5 - t$. Зобразимо залежність швидкості від часу графічно.

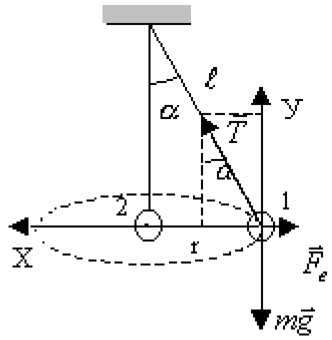


З графіка видно, що у момент часу 2,5 с тіло на мить зупиняється, його швидкість рівна нулю і тіло змінює напрям швидкості на протилежний. З графіка знаходимо шлях за третю секунду, як суму площ двох трикутників:

$$S_3 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25\,(\text{м}).$$

Шлях, пройдений тілом за четверту секунду, знаходимо як площу трапеції:

$S_4 = \frac{0,5+1,5}{2} \cdot 1 = 1\,(\text{м})$.



Задача 2 Виконаємо рисунок і позначимо усі сили, які діють на кульку 1. Запишемо закон руху кульки 1 по колу радіусом r навколо кульки 2, яка має такий же заряд q як і кулька 1. $m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_e$. Прискорення руху кульки 2 напрямлене вздовж радіуса до центру кола. Запишемо рівняння у проекціях на координатні осі:

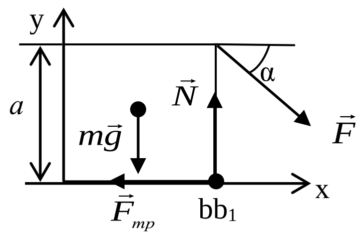
на вісь ox: $ma = T\sin\alpha - F_e$, на вісь oy: $0 = T\cos\alpha - mg$.

З другого рівняння знаходимо $T = \frac{mg}{\cos\alpha}$ і підставляємо у перше рівняння: $ma = mg \cdot tg\alpha - F_e$

$F_e = \kappa\frac{q^2}{r^2} = \kappa\frac{q^2}{\ell^2\sin^2\alpha}$, $a = \omega^2 r = 4\pi^2\nu^2\ell\sin\alpha$.

Тоді $m4\pi^2\nu^2\ell\sin\alpha = mg \cdot tg\alpha - \kappa\frac{q^2}{\ell^2\sin^2\alpha}$.

Звідси знаходимо частоту $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell\cos\alpha} - \frac{\kappa q^2}{m\ell^3\sin^3\alpha}}$.



Задача 3. а) Розглянемо випадок, коли сила F напрямлена горизонтально.

Нехай $F \le F_{тр}$. Сила тертя $F_{тр} = \mu N = \mu mg$.

За правилом моментів для обертання куба навколо ребра bb_1 (перпендикулярного до площини рисунка) маємо: $F \cdot a = mg \cdot \frac{a}{2}$; $\mu mg \cdot a \ge mg \cdot \frac{a}{2}$. Звідси $\mu \ge 0,5$. Проте це не задовольняє умову, бо $\mu = 0,4$.

б) Отже, сила F напрямлена під кутом α до горизонту вниз. Запишемо для даного випадку другий закон динаміки та правило моментів.

$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_T = 0$ та $mg \cdot \frac{a}{2} = F\cos\alpha \cdot a$.

З останнього рівняння знаходимо $F = \frac{mg}{2\cos\alpha}$.

Перше рівняння проектуємо на осі координат:

Ox: $F\cos\alpha - F_T = 0$; oy: $-F\sin\alpha - mg + N = 0$. З останнього рівняння $N = F\sin\alpha + mg$. З першого рівняння $F\cos\alpha = F_T = \mu \cdot N$. Розв‘яжемо рівняння як систему відносно α. $F\cos\alpha = \mu(F\sin\alpha + mg)$

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}; \quad \frac{mg}{2\cos\alpha} = \frac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}; \quad \frac{1}{2} = \frac{\mu}{1-\mu tg\alpha};$$

$1 - \mu tg\alpha = 2\mu$; Звідси знаходимо $tg\alpha = \frac{1-2\mu}{\mu}$, тоді

$$\frac{1}{\cos\alpha} = \sqrt{1 + tg^2\alpha} = \sqrt{1 + \frac{1-4\mu+4\mu^2}{\mu^2}} = \frac{1}{\mu}\sqrt{5\mu^2 - 4\mu + 1}.$$

Шукане значення сили: $F = \frac{mg}{2\mu}\sqrt{5\mu^2 - 4\mu + 1}$.

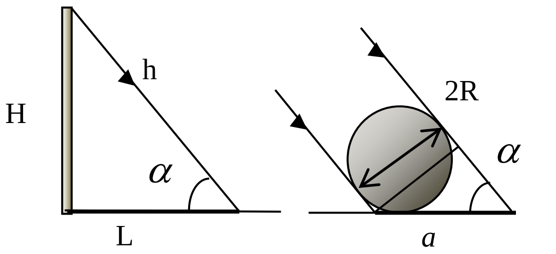
Виконаємо обчислення в СІ: $F = \frac{1 \cdot 9{,}8}{2 \cdot 0{,}4}\sqrt{5 \cdot 0{,}4^2 - 4 \cdot 0{,}4 + 1} = 5{,}5\,(\text{Н})$

Задача 4. (див. розв. задачі 2, 9 клас)

Дано:
H=4 м
L=3 м
R= 20 см
a- ?

Задача 5.

Тінь від м'яча буде овальної форми. Поперечний розмір тіні рівний діаметру м'яча 2R. Як видно із рисунка довжина тіні м'яча: $a = \frac{2R}{\sin\alpha}$.



Із першого рисунка знаходимо: $\sin\alpha = \frac{H}{h} = \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}}$. Тоді

$$a = \frac{2R\sqrt{H^2 + L^2}}{H}.$$

Виконаємо обчислення в СІ: $a = \frac{2 \cdot 0{,}2\sqrt{4^2 + 3^2}}{4} = 0{,}5\,(\text{м}) = 50\text{ см}$.

11 клас

Дано:
L=1,2 м
h= 0,35 м
υ_0 –?;
α –?

Задача 1. Нехай коник-стрибунець перестрибує із вищого берега на нижчий (Рис.1.). Він стрибає під кутом α до горизонту з початковою швидкістю υ_0 з висоти h.

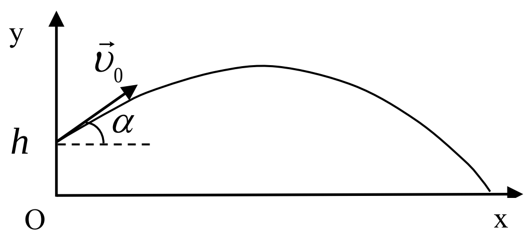


Рисунок 1

Запишемо закон руху відповідно до вибраної системи координат.

$$x = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t; \quad y = h + \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Виключаючи із системи час t і підставляючи координати кінцевої точки руху коника-стрибунця: $x = L$ та $y = 0$, отримуємо рівняння, до якого входять дві невідомі величини: початкова швидкість υ_0 та кут α. $\frac{gL^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} - Ltg\alpha - h = 0$

Траєкторію, яка забезпечує максимальну дальність польоту визначає кут кидання при найменшій можливій початковій швидкості. Виражаємо з останнього рівняння початкову швидкість, як функцію кута α.

$$\upsilon_0^2 = \frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(Ltg\alpha + h)} = \frac{gL^2}{2L\sin\alpha\cos\alpha + 2h\cos^2\alpha} = = \frac{gL^2}{L\sin 2\alpha + h(\cos 2\alpha + 1)}.$$

Дослідимо останню функцію на екстремум. Знайдемо похідну знаменника.

$(L\sin 2\alpha + h(\cos 2\alpha + 1))' = 0$, $2L\cos 2\alpha - h2\sin 2\alpha = 0$. Звідси знаходимо: $tg 2\alpha = \frac{L}{h}$. $tg 2\alpha = \frac{1,2}{0,35} = 3,4286$, $2\alpha = 73,74^\circ$, $\alpha = 36,87^\circ$.

Тоді початкова швидкість коника-стрибунця:

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(Ltg\alpha + h)}} = \frac{L}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(Ltg\alpha + h)}}.$$

$$\upsilon_0 = \frac{1,2}{\cos 36,87^\circ}\sqrt{\frac{9,8}{2(1,2 \cdot tg 36,87^\circ + 0,35)}} = 2,97\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

.

Аналогічними міркуваннями можемо розв'язати задачу для випадку, коли коник-стрибунець стрибає із нижчого берега на вищий (Рис. 2.).

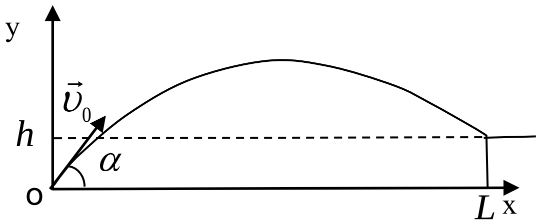


Рисунок 2

Хоча правильним можна вважати розв'язування лише першого випадку, бо у другому випадку модуль швидкості буде більшим.

Запишемо закон руху відповідно до вибраної системи координат.

$$x = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t;\ y = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Виключаючи із системи час t і підставляючи координати кінцевої точки руху коника-стрибунця: $x = L$ та $y = h$, отримуємо рівняння, до якого входять дві невідомі величини: початкова швидкість υ_0 та кут α. $\frac{gL^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} - Ltg\alpha + h = 0$

$$\upsilon_0^2 = \frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(Ltg\alpha - h)} = \frac{gL^2}{2L\sin\alpha\cos\alpha - 2h\cos^2\alpha} = = \frac{gL^2}{L\sin 2\alpha - h(\cos 2\alpha + 1)}.$$

Дослідимо останню функцію на екстремум. Знайдемо похідну знаменника.

$\left(L\sin 2\alpha - h(\cos 2\alpha + 1)\right)' = 0$, $2L\cos 2\alpha + h2\sin 2\alpha = 0$. Звідси знаходимо: $tg 2\alpha = -\frac{L}{h}$. $tg 2\alpha = -\frac{1{,}2}{0{,}35} = -3{,}4286$, $2\alpha = 106{,}26^\circ$, $\alpha = 53{,}13^\circ$.

Тоді початкова швидкість коника-стрибунця:

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(Ltg\alpha - h)}} = \frac{L}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(Ltg\alpha - h)}}.$$

$$\upsilon_0 = \frac{1{,}2}{\cos 53{,}13^\circ}\sqrt{\frac{9{,}8}{2(1{,}2\cdot tg 53{,}13^\circ - 0{,}35)}} = 3{,}96\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Дано:
α
m
q
$\mu < tg\alpha$
B

$\upsilon_{\max} - ?$
$a_{\max} - ?$

Задача 2. Зобразимо на рисунку усі сили, які діють на намистинку при русі (Рис. 1.): сила тяжіння: $m\vec{g}$, сила тертя $\vec{F}_{тр}$, сила Лоренца $\vec{F}_л$, сила реакції стрижня $\vec{N}$. Запишемо закон руху намистинки:

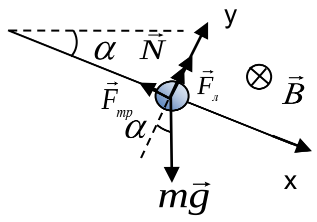


Рисунок 1.

$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}_л = m\vec{a} \quad (1)$$

Напрям сили Лоренца визначаємо за правилом лівої руки, враховуючи, що *q>0*. Спроектуємо рівняння руху на вибрані координатні осі:

$ox: mg\sin\alpha - F_{тр} = ma$ (2)

$oy: N + F_л - mg\cos\alpha = 0$; $N = mg\cos\alpha - F_л$

Сила тертя $F_{тр} = \mu N = \mu(mg\cos\alpha - F_л)$. Сила Лоренца $F_л = q\upsilon B$.

Підставляємо силу тертя у рівняння (2) $mg\sin\alpha - \mu(mg\cos\alpha - q\upsilon B) = ma$

Звідси знаходимо $a = g\sin\alpha - \mu\left(g\cos\alpha - \frac{q\upsilon B}{m}\right)$. Прискорення набуває максимального значення, коли $N = 0$, а відповідно і $F_{тр} = 0$. Отже, $a_{\max} = g\sin\alpha$. Після цього сила реакції опори змінює напрям на протилежний (Рис. 2.).

Запишемо закон руху намистинки для цього випадку: $m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}_л = m\vec{a}$ (3)

Спроектуємо рівняння руху на вибрані

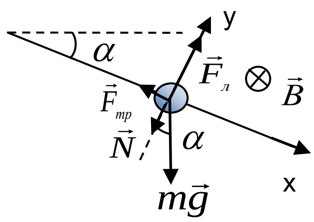


Рисунок 2

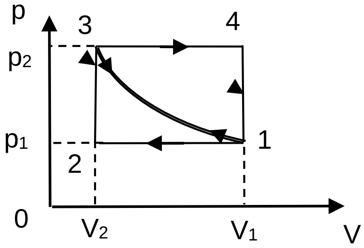
координатні осі:

$$ox: mg\sin\alpha - F_{тр} = ma\,(4)$$

$$oy: F_л - N - mg\cos\alpha = 0;\;\; N = F_л - mg\cos\alpha$$

Підставляємо силу тертя у рівняння (4) $mg\sin\alpha - \mu(q\upsilon B - mg\cos\alpha) = ma$. Намистинка набуває максимальної швидкості, коли прискорення стає рівним нулю: $mg\sin\alpha - \mu(q\upsilon_{\max} B - mg\cos\alpha) = 0$. Звідси знаходимо: $\upsilon_{\max} = \dfrac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\mu qB}$.

Задача 3. Запишемо закон Шарля для процесу 2-3 $\dfrac{p_1}{T_2} = \dfrac{p_2}{T_3}$(1) та для процесу 4-1 $\dfrac{p_2}{T_4} = \dfrac{p_1}{T_1}$(2) (див. рис.). Помножимо рівняння (1) на (2) враховуючи, що $T_1 = T_3$. $T_1^2 = T_2 T_4$. $T_1 = \sqrt{T_2 T_4}$



Зобразимо графічно процеси у координатах pV. Робота газу рівна площі фігури, яка обмежена графіком процесу в координатах pV. Як видно із графіка $A_{1341} > A_{1231}$.

Задача 4. За показами вольтметра та амперметра знайдемо опір вольтметра (рис. 1.).

Дано:
$U = 1{,}3$ В
$I = 0{,}50$ мА
$U_1 = 0{,}7$ В

$I_1 - ?$,
$r_V - ?$ $r_A - ?$,
$U_2 - ?$,
$I_2 - ?$, $U_3 - ?$

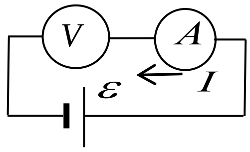


Рисунок 1.

$r_V = \dfrac{U}{I}$; $r_V = \dfrac{1{,}3}{0{,}5\cdot 10^{-3}} = 2{,}6\ (\text{кОм})$.

У другому випадку (Рис. 2) покази обох вольтметрів однакові: $U_1 = U_2 = 0{,}7$ В. Сила струму у колі, а отже і показ амперметра: $I_1 = \dfrac{U_1}{r_V}$.

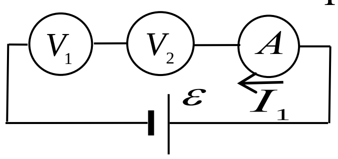


Рисунок 2.

$I_1 = \dfrac{0{,}7}{2{,}6\cdot 10^3} = 0{,}269\cdot 10^{-3}\ (\text{А}) = = 0{,}27$ мА. Тепер знайдемо опір амперметра.

Запишемо закон ома для повного кола для першої та другої схеми: $\varepsilon = I(r_V + r_A)$ (1), $\varepsilon = I_1(2r_V + r_A)$(2). Прирівнюємо праві частини рівнянь (1) та (2) та знаходимо r_A. $I(r_V + r_A) = I_1(2r_V + r_A)$. Звідси: $r_A = \dfrac{(2I_1 - I)r_V}{I - I_1}$.

Виконаємо обчислення: $r_A = \dfrac{(2\cdot 0{,}27\cdot 10^{-3} - 0{,}5\cdot 10^{-3})2{,}6\cdot 10^3}{0{,}5\cdot 10^{-3} - 0{,}27\cdot 10^{-3}} = 452\ (\text{Ом})$.

Розглянемо з’єднання трьох вольтметрів та

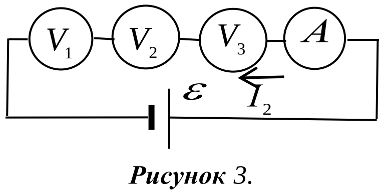


Рисунок 3.

амперметра (Рис. 3). Запишемо для цього випадку закон Ома для повного кола: $\varepsilon = I_2(3r_V + r_A)$(3). Прирівнюємо праві частини рівнянь (1) та (3) та знаходимо показ амперметра $I(r_V + r_A) = I_2(3r_V + r_A)$. $I_2 = \dfrac{I(r_V + r_A)}{3r_V + r_A}$. Виконаємо обчислення:

$I_2 = \dfrac{0{,}5\cdot 10^{-3}(2600+452)}{3\cdot 2600+452} = 0{,}185\cdot 10^{-3}\ (\text{А}) = 0{,}185\ \text{мА} \approx 0{,}19\ \text{мА}$.

Покази усіх вольтметрів однакові:

$U_3 = I_3 r_V$. $U_3 = 0{,}185\cdot 10^{-3}\cdot 2{,}6\cdot 10^3 = 0{,}48\ (\text{В})$.

Дано:
D= 4 дптр
$l_{\min} - ?$;

Задача 5. Для спрощення розв'язування будемо користуватися фокусною відстанню лінзи $F = \dfrac{1}{D} = 0{,}25\ (м)$. Шукана відстань $l = d + f$ (1). Запишемо формулу тонкої лінзи для даного випадку: $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$. (2) Виразимо відстань l через відстань від предмета до лінзи d. Із (2) знаходимо $f = \dfrac{dF}{d-F}$. Тоді $l = d + \dfrac{dF}{d-F} = \dfrac{d^2 - dF + dF}{d-F} = \dfrac{d^2}{d-F}$.

Дослідимо вираз $l = \varphi(d) = \dfrac{d^2}{d-F}$ на екстремум. Знаходимо похідну від l по d. $l = \dfrac{2d(d-F) - d^2}{(d-F)^2} = \dfrac{2d^2 - 2dF - d^2}{(d-F)^2} = \dfrac{d(d-2F)}{(d-F)^2}$. Прирівнюємо чисельник виразу до нуля: $d(d-2F) = 0$. Звідси маємо $d = 2F$. Відстань від лінзи до зображення $f = 2F$. Отже, $l_{\min} = 4F$. $l_{\min} = 4\cdot 0{,}25 = 1\ (\text{м})$

2.3. 2017 р.

8 клас

Задача 1. За проміжок часу τ відстань між сусідніми автомобілями зменшиться на величину $\Delta l = \upsilon\cdot\tau$ й становитиме $S_2 = S - \Delta l$. Тому довжина колони після зупинки всіх автомобілів буде: l_2= n· L+(n–1)· S_2 = 54 (м).

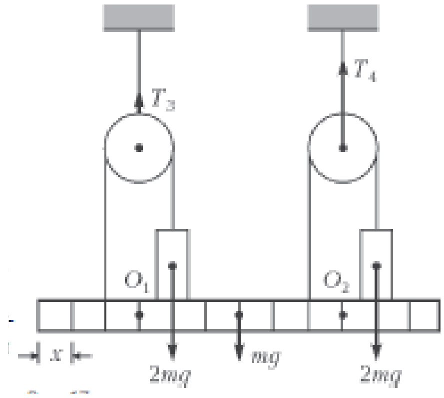
Задача 2. Після занурення однієї кульки об'ємом V в першу посудину в ній лишиться об'єм води $V_в$. Для цього випадку рівняння теплового балансу матиме вигляд: $c_0\rho_0 V_в(t_x - t_0) = c_1\rho_1 V(t_Д - t_x)$(1). Коли дві кульки занурять в другу посудину, то рівняння теплового балансу матиме вигляд: $c_0\rho_0(V_в - V)\cdot(t_y - t_0) = 2\cdot c_1\rho_1 V(t_Д - t_y)$(2). З рівняння (1): $c_0\rho_0 V_в = \frac{c_1\rho_1 V(t_Д - t_x)}{(t_x - t_0)}$(3). Підставивши (3) в (2) отримаємо: $\frac{c_1\rho_1 V(t_Д - t_x)}{t_x - t_0} - \frac{2\cdot c_1\rho_1 V(t_Д - t_y)}{(t_y - t_0)} = c_0\rho_0 V$. З останньої рівності визначимо питому теплоємність речовини, з якої виготовлено деталі:

$$c_1 = \frac{c_0\rho_0}{\rho_1\left(\frac{(t_Д - t_x)}{(t_x - t_0)} - \frac{2\cdot(t_Д - t_y)}{(t_y - t_0)}\right)} \approx 972{,}2\left(\frac{Дж}{кг\ {}^0C}\right)$$

Задача 3. Динамометр показує силу пружності, яка рівна різниці сили тяжіння F_m та архімедової сили. Для глибини занурення кубика h_0=0 см: $F_1 = F_m = 8{,}74\,Н$ (1). Для глибини занурення кубика h_1=1 см: $F_1 = F_m - \rho_0 g S h_1 = 8{,}09(Н)$ (2). У випадку повного занурення кубика в рідину покази динамометра $F_2 = 3{,}93(Н)$ перестали змінюватися. Якщо h – довжина ребра кубика, то: $F_2 = F_m - \rho_0 g S h = F_m - \rho_0 g h^3$ (3).
Розв'язуючи рівняння (2) та (3) як систему отримаємо h = 7,4 см. Звідси легко обчислюємо густину кубика:
$\rho_к = \frac{F_m}{gh^3} \approx 2{,}2\left(\frac{г}{см^3}\right)$ З (1) знайдемо густину рідини: $\rho_0 = \frac{F_m - F_2}{gh^3} \approx 1{,}21\left(\frac{г}{см^3}\right)$

Задача 4. Після того, як Розумник пересипав пісок з пакета у пляшку, яка наполовину заповнена водою, частина води з неї витече. Маса води, що залишилась у пляшці: $m_в = m_2 - m_1$=1866 г–1530 г = 336 г. Об'єм цієї води становить Vв = 336 см^3. Тому об'єм, який займає пісок $V_п = V_0 - V_в$=1000 см^3 - 336 см^3 = 664 см^3. Отже, густина матеріалу піску $\rho = \frac{m_1}{V_п} \approx 2{,}3\left(\frac{г}{см^3}\right)$

Задача 5. Оскільки система перебуває в рівновазі, то правило моментів відносно точок O_1 та O_2, що лежать на лінії дії сил натягів ниток, за які підвішені блоки матиме вигляд:



$2mgx + mg3x + 2mg7x - T_4 6x = 0$ (1)

$T_3 6x - 2mg5x - mg3x + 2mgx = 0$ (2)

З рівнянь (1) та (2): $T_3 = \frac{11}{6}mg$ (3); $T_4 = \frac{19}{6}mg$ (4).

Сила натягу нитки, що діє на правий та лівий вантажі відповідно дорівнюють: $T_1 = \frac{T_3}{2} = \frac{11}{12}mg$; $T_2 = \frac{T_4}{2} = \frac{19}{12}mg$. Сили, з якими планка діє на лівий та правий важки відповідно дорівнюють: $N_1 = 2mg - T_1 = \frac{13}{12}mg$ та $N_2 = 2mg - T_2 = \frac{5}{12}mg$

9 клас

Задача 1. (див. розв. задачі 1, 8-й клас)

Задача 2. (див. розв. задачі 2, 8-й клас)

Задача 3. (див. розв. задачі 3, 8-й клас)

Задача 4. Нехай r – опір вольтметра, U – максимальна напруга на ньому а I – сила струму, що проходить через вольтметр при цій напрузі. Для трьох випадків отримаємо: $I(R_1 + r) = nU$ (1); $I(R_2 + r) = mU$ (2); $I\left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r\right) = kU$ (3), де R_1 та R_2 – додаткові опори. Врахувавши, що U=I*r* рівняння (1), (2), (3) наберуть вигляду: $I(R_1 + r) = nIr$ (4); $I(R_2 + r) = mIr$ (5); $I\left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r\right) = kIr$ (6). Звідси отримаємо:

$R_1 + r = nr$; $R_2 + r = mr$; $\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r = kr$; $k = \frac{mn - 1}{m + n - 2}$

Задача 5. (див. розв. задачі 5, 8-й клас)

10 клас

Дано:
$\upsilon_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$\upsilon_2 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$S = 45\ \text{км}$
$t = 0{,}5\ \text{год}$

$k = \frac{S_1}{S} - ?$

Задача 1. 1– спосіб. Середня швидкість руху автомобіля $\upsilon_{\text{ср}} = \frac{\text{S}}{\text{t}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$. $\upsilon_1 = \frac{\text{S}_1}{\text{t}_1} = \frac{kS}{t_1}$. $\upsilon_2 = \frac{\text{S}_2}{\text{t}_2} = \frac{(1-k)S}{t_2}$.

Звідси знаходимо $t_1 = \frac{kS}{\upsilon_1}$, $t_2 = \frac{(1-k)S}{\upsilon_2}$.

$$\frac{\text{S}}{\text{t}} = \frac{S}{\frac{kS}{\upsilon_1} + \frac{(1-k)S}{\upsilon_2}},\quad \frac{\text{S}}{\text{t}} = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{k\upsilon_2 + (1-k)\upsilon_1}.\quad k\upsilon_2 + \upsilon_1 - k\upsilon_1 = \frac{\upsilon_1\upsilon_2\text{t}}{\text{S}}.$$

Звідси $k = \frac{\upsilon_1\upsilon_2\text{t}}{\text{S}(\upsilon_2 - \upsilon_1)} - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1}\left(\frac{\upsilon_2\text{t}}{\text{S}} - 1\right)$.

Виконаємо обчислення в СІ:

$$k = \frac{20}{30 - 20}\left(\frac{30 \cdot 1800}{45000} - 1\right) = 2(1{,}2 - 1) = 0{,}4.$$

2– спосіб. Знайдемо спочатку середню швидкість $\upsilon_{\text{ср}} = \frac{\text{S}}{\text{t}} = \frac{45000}{1800} = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{kS}{\upsilon_1} + \frac{(1-k)S}{\upsilon_2}} = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{k\upsilon_2 + (1-k)\upsilon_1}.$$

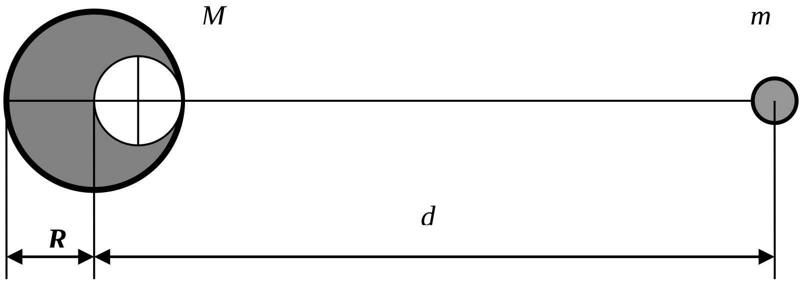
$$k = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_{\text{ср}}(\upsilon_2 - \upsilon_1)} - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{\upsilon_1(\upsilon_2 - \upsilon_{\text{ср}})}{\upsilon_{\text{ср}}(\upsilon_2 - \upsilon_1)}$$

$$k=\frac{\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_{\text{ср}}(\upsilon_2-\upsilon_1)}-\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2-\upsilon_1}=\frac{\upsilon_1(\upsilon_2-\upsilon_{\text{ср}})}{\upsilon_{\text{ср}}(\upsilon_2-\upsilon_1)}$$

Виконаємо обчислення в СІ:

$$k=\frac{20(30-25)}{25(30-20)}=0{,}4\cdot$$

Задача 2. Силу взаємного притягання між кулею з вирізом і точковою масою *m*, розташованою на відстані $d > R$, можна визначити як різницю сил притягання між суцільною кулею і масою *m* і масою в об'ємі вирізаної частини кулі і масою *m*, тобто застосувавши *метод від'ємної маси*.



Розглянемо випадок, коли маса m розташована з боку вирізу:

Об'єм порожнини дорівнює $\frac{1}{8}$ об'єму кулі. Якщо маса кулі з порожниною *M*, а її об'єм дорівнює $\frac{7}{8}$ об'єму суцільної кулі, то маса $\frac{1}{8}$ об'єму кулі дорівнює $\frac{M}{7}$, звідки маса суцільної кулі (без порожнини) дорівнює $\frac{8}{7}M$.

Сила тяжіння між суцільною кулею та масою *m* визначається так: $F_1=G\frac{8Mm}{7d^2}$. Сила притягання між „від'ємною" масою порожнини та масою *m* визначається так: $F_2=G\frac{-Mm}{7\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}$. Сила притягання між кулею з порожниною та масою *m* визначається як різниця

$$F_1+F_2=G\frac{8Mm}{7d^2}-G\frac{Mm}{7\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}=\frac{1}{7}GMm\left(\frac{8}{d^2}-\frac{1}{\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}\right)$$

Дано:
$t_2=10\ ^\circ\text{C}$
$h=75$ см
$\Delta h=0{,}5$ см
$\rho_в=1$ г/см^3
$\rho_л=0{,}9$ г/см^3
$c_в=4200$ Дж/(кг·° С)
$c_л=2{,}1$ Дж/(кг·° С)
$\lambda=335\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$

$t_1-?$

Задача 3. 1) Оскільки після встановлення теплової рівноваги рівень заповнення посудини зростає, то частина води кристалізується. Якби вся вода висотою 25 см закристалізувалася, то рівень підвищився б до $h_{2л}=\frac{25\cdot 1}{0{,}9}\approx 27{,}8$ см$\cdot$

Знаходимо частину маси води, яка кристалізується. $k=\frac{\Delta h}{\Delta h_{2л}}=\frac{0{,}5}{2{,}8}\approx 0{,}18\cdot$ Отже, у посудині буде лід і вода при температурі $t_0 = 0\ ^\circ\mathrm{C}$.

2) Запишемо рівняння теплового балансу:

$c_в m_в (t_2 - t_0) + 0{,}18 m_в \lambda = c_л m_л (t_0 - t_1)$.

Початкові маси льоду і води $m_л = \rho_л S \dfrac{h}{3}$, $m_в = \rho_в S \dfrac{h}{3}$.

Тоді $c_в \rho_в S \dfrac{h}{3}(t_2 - t_0) + 0{,}18 \rho_в S \dfrac{h}{3}\lambda = c_л \rho_л S \dfrac{h}{3}(t_0 - t_1)$. Звідси знаходимо t_1 враховуючи, що $t_0 = 0\ ^\circ\mathrm{C}$.

$$t_1 = -\frac{c_в \rho_в t_2 + 0{,}18 \rho_в \lambda}{c_л \rho_л}$$

Знаходимо t_1 в $^\circ\mathrm{C}$: $t_1 = -\dfrac{4{,}2 \cdot 1 \cdot 10 + 0{,}18 \cdot 1 \cdot 335}{2{,}1 \cdot 0{,}9} \approx -54\ (^\circ C)$

Дано:
$\dfrac{P_2}{P_1} = 12{,}1$
$U - const$

n– ?,

Задача 4. У першому випадку дротину уявляємо як n шматків, які з'єднані послідовно.

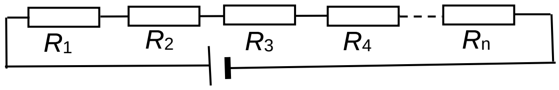


Рисунок 1.

Потужність, яка виділяється у першому випадку $P_1 = \dfrac{U^2}{nR}$.

У другому випадку опір R приєднаний паралельно до (n-1) таких же опорів, які з'єднані послідовно.

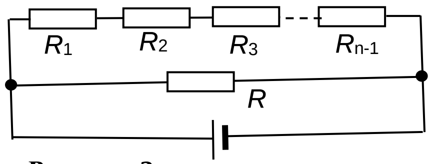


Рисунок 2.

Потужність, яка виділяється у другому випадку $P_2 = \dfrac{U^2}{R_{заг2}}$. $\dfrac{1}{R_{заг2}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{(n-1)R}$.

Знаходимо відношення потужностей $\dfrac{P_2}{P_1} = U^2\left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{(n-1)R}\right)\dfrac{nR}{U^2} = n + \dfrac{n}{n-1} = 12{,}1$. Розв'яжемо останнє рівняння:

$n^2 - n + n = 12{,}1n - 12{,}1$, $n^2 - 12{,}1n + 12{,}1 = 0$.

$$n = \frac{12{,}1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12{,}1}{2}\right)^2 - 12{,}1} = \frac{12{,}1}{2} \pm \sqrt{\frac{12{,}1 \cdot 8{,}1}{4}} = \frac{12{,}1 \pm 11 \cdot 0{,}9}{2}.$$

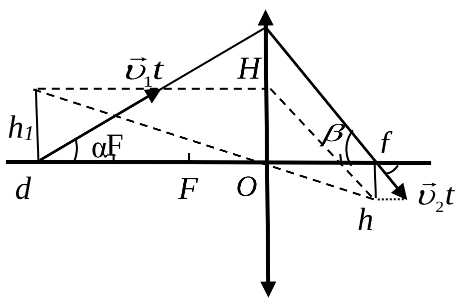
$$n_1 = \frac{12{,}1 + 9{,}9}{2} = \frac{22}{2} = 11.$$

Другий корінь відкидаємо, бо він є дробовим числом (1,1).

Дано:
$d = 3F$
$\alpha = 30^\circ$
$\upsilon_1 = 2\ \dfrac{км}{год}$

f – ?
β – ?, υ_2 – ?

Задача 5. 1. Знайдемо на якій відстані від лінзи зображення комара перетинає головну оптичну вісь лінзи. Запишемо формулу тонкої лінзи для даного випадку: $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$.



Звідси знаходимо $f = \dfrac{dF}{d-F} = \dfrac{3F \cdot F}{3F - F} = \dfrac{3F}{2} = 1{,}5F$.

2. Виконаємо рисунок і знайдемо напрям швидкості, з якою зображення комара перетинає головну оптичну вісь лінзи. Для визначення кута β, який утворює швидкість зображення $\vec{\upsilon}_2$ з головною оптичною віссю знаходимо із двох трикутників спільний катет *H*. $d\,tg\alpha = f\,tg\beta$, $tg\beta = \dfrac{d\,tg\alpha}{f} = 2tg\alpha$. Виконаємо обчислення: $tg\beta = 2tg30^\circ = 1{,}1547$, $\beta = 49^\circ$.

Нехай за деякий час *t* комар пролітаючи здійснює переміщення $\vec{\upsilon}_1 t$, відповідно його зображення переміститься на $\vec{\upsilon}_2 t$. Знаходимо проекцію переміщення комара h_1 та його зображення h_2 на вертикальну вісь. $h_1 = \upsilon_1 t \sin\alpha$, $h_2 = \upsilon_2 t \sin\beta$. Для подібних трикутників $\dfrac{h_1}{d} = \dfrac{h_2}{f}$ або $\dfrac{\upsilon_1 t \sin\alpha}{3F} = \dfrac{\upsilon_2 t \sin\beta}{1{,}5F}$. Звідси знаходимо швидкість υ_2: $\upsilon_2 = \dfrac{\upsilon_1 \sin\alpha}{2\sin\beta}$. Виконаємо обчислення:

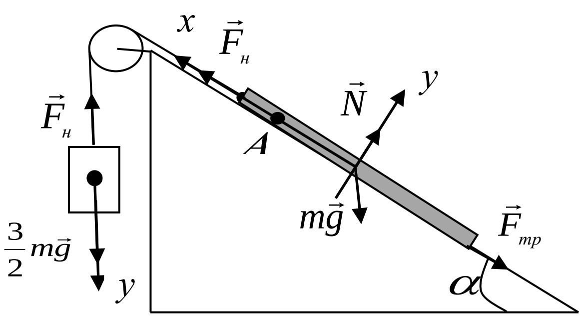
$$\upsilon_2 = \frac{2\sin 30^\circ}{2\sin 49^\circ} = 0{,}66\left(\frac{\text{км}}{\text{год}}\right).$$

11 клас

Задача 1.

Дано:
$m = 1$ кг
$\cos\alpha = 0{,}8$
$\mu = 0{,}2$

a– ?, $F_н$ – ?
$F_{нA}$ – ?



На рисунку зобразимо сили, які діють на кожне з тіл. Запишемо рівняння рівноприскореного руху канату: $\vec{F}_н + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$.

Спроектуємо рівняння на координатні осі: 0y: $N - mg\cos\alpha = 0$ та 0x: $F_н - mg\sin\alpha - F_{тр} = ma$. Враховуючи, що $F_{тр} = \mu N = \mu\, mg\cos\alpha$ маємо: $F_н - mg\sin\alpha - \mu\, mg\cos\alpha = ma\,(1)$. Аналогічно записуємо закон руху бруска: $\vec{F}_н + \frac{3}{2}m\vec{g} = \frac{3}{2}m\vec{a}$. Спроектуємо це рівняння на вісь 0y: $-F_н + \frac{3}{2}mg = \frac{3}{2}ma\,(2)$. Додамо рівняння (1) і (2):

$\frac{3}{2}mg - mg\sin\alpha - \mu\, mg\cos\alpha = \frac{5}{2}ma$. Звідси шукане прискорення: $a = \frac{g}{5}\left(3 - 2(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right)$.

Виконаємо обчислення в СІ:

$a = \frac{9{,}8}{5}\left(3 - 2(0{,}6 + 0{,}2 \cdot 0{,}8)\right) = 2{,}9008\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2) $F_н = \frac{3}{2}m(g-a)$. $F_н = \frac{3}{2}1 \cdot (9{,}8 - 2{,}9008) = 10{,}35\,(H)$

3) Сила натягу в точці А канату $F_{нA} = \frac{3}{4}F_н = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2}m(g-a) = \frac{9}{8}m(g-a)$.

$F_{нA} = \frac{9}{8}1 \cdot (9{,}8 - 2{,}9008) = 7{,}7616\,(\text{Н})$.

Дано:
m
H_0
x_0
ν
$x_1 = \frac{x_0}{2}$

T– ?,
A – ?

Задача 2. Запишемо умову рівноваги поршня: $mg = kx_0$ (1). Після випаровування води у циліндрі під поршнем встановиться тиск $p = \frac{mg - k\frac{x_0}{2}}{S}$. Враховуючи (1) маємо $p = \frac{mg}{2S}$.

Застосуємо до водяної пари рівняння стану ідеального газу: $pV = \nu RT$ або $\frac{mg}{2S}\left(H_0 + \frac{x_0}{2}\right)S = \nu RT$. Звідси знаходимо температуру водяної пари $T = \frac{mg\left(H_0 + \frac{x_0}{2}\right)}{2\nu R} = \frac{mg(2H_0 + x_0)}{4\nu R}$.

Робота, яку виконує водяна пара рівна зміні потенціальної енергії поршня у гравітаційному полі Землі відносно рівня *H₀* та зміні потенціальної енергії пружини.

$$A = \Delta E_{п1} + \Delta E_{п2} = mg\frac{x_0}{2} + \frac{k\left(\frac{x_0}{2}\right)^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2} = \frac{kx_0^2}{8} = \frac{mgx_0}{8}.$$

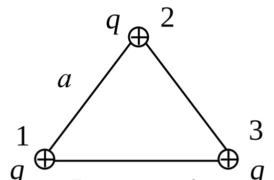
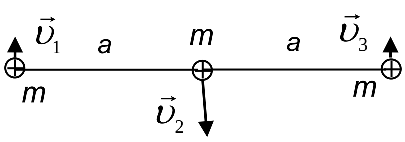


Рисунок 1.

Дано:
m
q
a

υ_1 – ?,
υ_2 – ?

Задача 3 Заряджені кульки перебувають у стані рівноваги і розміщені у вершинах рівностороннього трикутника. Нехай перегоряє нитка між кульками 1 та 3. Система кульок ізольована, тому для неї виконуються закони збереження імпульсу та енергії. Сумарний імпульс системи рівний нулю. Швидкості кульок 1 та 3 однакові. Запишемо закон збереження імпульсу для моменту, коли кульки будуть розміщені на одній прямій. $2m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2 = 0$. Швидкість середньої кульки: $\vec{\upsilon}_2 = -2\vec{\upsilon}_1$.



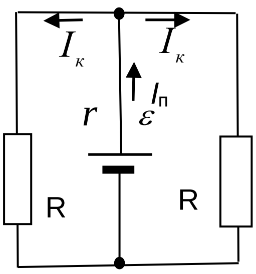
Запишемо закон збереження енергії для двох станів системи кульок: $3\frac{kq^2}{a} = 2\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + 2\frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m(2\upsilon_1)^2}{2}$. $\frac{kq^2}{2a} = 3m\upsilon_1^2$. Звідси швидкість крайніх кульок: $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{kq^2}{6ma}} = \frac{q}{2\sqrt{6\pi\varepsilon_0 ma}}$. Швидкість середньої кульки:

$\upsilon_2 = 2\upsilon_1 = \dfrac{q}{\sqrt{6\pi\varepsilon_0 ma}}$.

Дано:
B
υ
ρ
S
$I_п - ?$,
$I_к - ?$

Задача 4. У рухомій перетинці виникає е.р.с. індукції, тобто вона виконує роль джерела струму.

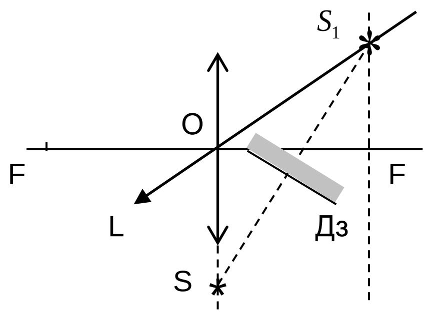
$\varepsilon = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dfrac{B\Delta S}{\Delta t} = -\dfrac{Bd\Delta x}{\Delta t} = -Bd\upsilon = -2Ba\upsilon$, де a – радіус кільця.



Зобразимо еквівалентну схему для випадку, коли перемичка перетинає центр кільця (див. рис.).

Силу струму в перемичці знайдемо виходячи із закону Ома для повного кола: $I_п = \dfrac{\varepsilon}{r + \dfrac{R}{2}}$. Опір перемички $r = \rho\dfrac{2a}{S}$, опір половини кільця: $R = \rho\dfrac{\pi a}{S}$. Тоді $I_п = \dfrac{2Ba\upsilon}{\rho\dfrac{2a}{S} + \dfrac{1}{2}\rho\dfrac{\pi a}{S}} = \dfrac{4B\upsilon S}{4\rho + \pi\rho} = \dfrac{4B\upsilon S}{(4+\pi)\rho}$. Сила струму в кільці $I_к = \dfrac{I_п}{2}$, оскільки півкільця з'єднані паралельно. $I_к = \dfrac{2B\upsilon S}{(4+\pi)\rho}$.

Задача 5. Зображення точки у плоскому дзеркалі S_1 повинне лежати у фокальній площині лінзи на побічній оптичній осі, яку визначає промінь OL. Відстань від джерела світла S до дзеркала рівна відстані від поверхні дзеркала до зображення S_1. Тому дзеркало знаходиться на середині відрізка SS_1. Площина дзеркала перпендикулярна до цього відрізка.



2.4. 2018 р.

8 клас

Задача 1. Графік в умові нестандартний, але зручний для знаходження часу подорожі. Час Δt проходження малого відрізка Δx зі швидкістю υ легко знайти: Δt = Δx·1/υ. Цей добуток дорівнює площі під графіком величини 1/υ якраз над ділянкою Δx (мала Δx потрібно для того, щоб можна було вважати швидкість проходження цієї ділянки незмінною). Повний ж час t дорівнює площі під графіком від x = 0 до x=30 м. Дану площу можна наближено знайти за графіком, наприклад – по клітинках. У нашому випадку, враховуючи половинки і четвертинки клітин, отримуємо всього 9 клітин. Одна клітина відповідає Δx - 5 м і 1/υ =10 с/м, тобто часу Δt = 50 с. Тоді повний (шуканий) час t = 9 · 50 = 450 с.

Задача 2. Нехай M – маса бруска, V – його об'єм, $\rho_т$- густина речовини, з якої він виготовлений, $\rho_р$ - густина рідини у посудині.

Для першого випадку в проекціях: $Mg + T_1 = \rho_р g \frac{2}{3} V$ (1); звідси

$T_1 = \rho_р g \frac{2}{3} V - \rho_т V g = gV(\frac{2}{3}\rho_р - \rho_т)$ (2)

Для другого випадку в проекціях: $Mg = T_2 + \rho_р g \frac{1}{3} V$ (3); звідси:

$T_2 = \rho_т V g - \rho_р g \frac{1}{3} V = gV(\rho_т - \frac{1}{3}\rho_р)$ (4)

Поділимо (2) на (4): $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{2}{3}\rho_р - \rho_т}{\rho_т - \frac{1}{3}\rho_р}$ (5) З останнього рівняння знайдемо:

$\frac{\rho_р}{\rho_т} = \frac{3(T_1 + T_2)}{T_1 + 2T_2} = 2{,}1$

Дано:
$t_1 = -50\ ^\circ\text{C}$
$t_0 = 0\ ^\circ\text{C}$
$n = 8$
$c_в = 4200$ Дж/(кг·° С)
$c_л = 2100$ Дж/(кг·° С)
$\lambda = 336$ кДж/кг
$t_2 - ?$

Задача 3. Введемо позначення *m* – маса одного шматка льоду, *M* – початкова маса води у калориметрі. Запишемо рівняння теплового балансу для опускання одного шматка льоду у воду. $c_л m(t_0 - t_1) + \lambda m = c_в M(t_2 - t_0)$(1).

Звідси знаходимо: $t_2 = t_0 + \frac{m(c_л(t_0 - t_1) + \lambda)}{c_в M}$(2).

Для повторного вкидання восьми шматочків льоду рівняння теплового балансу має вигляд: $c_л 8m(t_0 - t_1) = \lambda(m + M)$ (2).

З цього рівняння знаходимо відношення мас шматка льоду і води: $\frac{m}{M} = \frac{\lambda}{8c_л(t_0 - t_1) - \lambda}$ (3).

Підставимо (2) у (3). $t_2 = t_0 + \frac{\lambda}{8c_л(t_0 - t_1) - \lambda} \frac{(c_л(t_0 - t_1) + \lambda)}{c_в}$

$$t_2 = t_0 + \frac{\lambda(c_л(t_0 - t_1) + \lambda)}{c_в(8c_л(t_0 - t_1) - \lambda)}.$$

Виконаємо обчислення:

$$t_2 = 0 + \frac{336 \cdot 10^3 (2{,}1 \cdot 10^3 (0 - (-50)) + 336 \cdot 10^3)}{4{,}2 \cdot 10^3 (8 \cdot 2{,}1 \cdot 10^3 (0 - (-50)) - 336 \cdot 10^3)} = 70\ (^\circ C)$$

Задача 4. Сила натягу нитки у всіх точках однакова, тому видовження кожної пружини з коефіцієнтами жорсткості *k* становитиме: $\Delta x = \dfrac{F}{k}$.

На кожен блок нитка діє з силою $2F$, тому видовження кожної пружини з коефіцієнтами жорсткості $3k$ буде: $\Delta x_1 = \dfrac{2F}{3k}$.

Через переміщення кожного з блоків вивільниться нитка довжиною $2\Delta x_1$.

Загальне переміщення кінця нитки становитиме

$$\Delta l = 3\Delta x + 6\Delta x_1 = 3\frac{F}{k} + 6\frac{2F}{3k} = \frac{7F}{k}$$

Задача 5. Нехай перша група вийшла з пункту А , друга з пункту В, t – час руху туристів до зустрічі, υ_A- швидкість руху першої групи, υ_B- швидкість руху другої, l_1 – шлях, який пройшла перша група до зустрічі, l_2 – шлях, який пройшла друга група до зустрічі.

До зустрічі: $\upsilon_A t = l_1$(1); $\upsilon_B t = l_2$(2)

Після зустрічі: $4 \cdot \upsilon_A = l_2$(3); $9 \cdot \upsilon_B = l_1$(4)

Прирівнявши (3) і (2) та (1) і (4) отримаємо: $4 \cdot \upsilon_A = \upsilon_B t$ (5); $9 \cdot \upsilon_B = \upsilon_A t$(6)

Поділивши (5) на (6) отримаємо: $\dfrac{4 \cdot \upsilon_A}{9 \cdot \upsilon_B} = \dfrac{\upsilon_B}{\upsilon_A}$. З останньої формули :

$$\upsilon_A = \frac{3\upsilon_B}{2} \quad (7)$$

Підставивши (7) в (5) отримаємо: $4 \cdot \dfrac{3\upsilon_B}{2} = \upsilon_B t$. Звідси t = 6 год. Враховуючи, що туристи зустрілися о 12-й годині отримаємо, що вихід відбувся за 6 годин до зустрічі, тобто о 6-й ранку.

9 клас

Задача 1. (див. розв. задачі 1, 8-й клас)

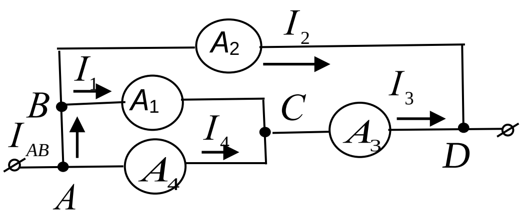
Задача 2. (див. розв. задачі 2, 8-й клас)

Задача 3. (див. розв. задачі 3, 8-й клас)

Дано:
$I_0 = 49$ мА

$I_1, I_2,$
$I_3, I_4 - ?$
$I_{AB} - ?$

Задача 4. Зобразимо еквівалентну схему (Рис.). Оскільки амперметри однакові, то й однакові їхні внутрішні опори.



Отже, $I_1 = I_4$. Виразимо покази всіх амперметрів через I_1.

$I_3 = I_1 + I_4 = 2I_1$.

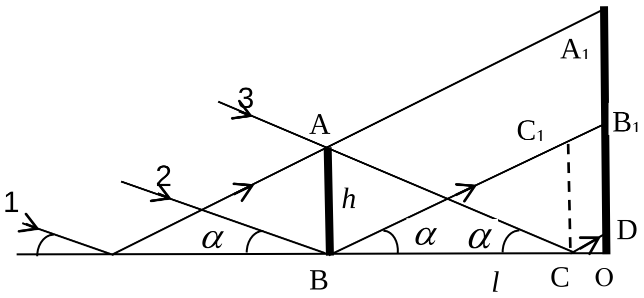
Для напруг можемо записати співвідношення: $U_{14} = U_1 = U_4$,

$U_2 = U_{14} + U_3 = U_1 + U_3$. Нехай опір амперметра становить r. Тоді $I_2 r = I_1 r + I_3 r$ або $I_2 = I_1 + I_3 = 3I_1$. Згідно умови задачі $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 7I_1$. Звідси $I_1 = \frac{I_0}{7} = 7\,(\text{мА})$, $I_3 = 14\,(\text{мА})$, $I_2 = 21\,(\text{мА})$, $I_4 = 7\,(\text{мА})$.

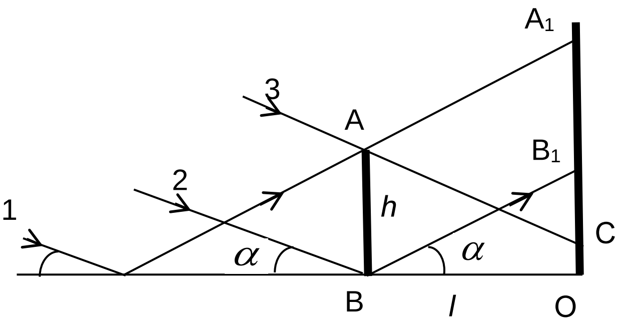
Сила струму через перетинку АВ: $I_{AB} = I_1 + I_2$. $I_{AB} = 28\,(\text{мА})$.

Задача 5. Частина тіні на екрані утворюється за рахунок відбитих променів 1 і 2, на шляху яких знаходиться предмет АВ. Оскільки падаючі промені паралельні, то і відбиті від дзеркала теж паралельні. Площина екрана паралельна предмету, отже висота цієї частини тіні A_1B_1 становить h.

Дано:
$\alpha = 30^\circ$
$h = 10$ см
l
$H - ?$



Друга частина тіні на вертикальному екрані утворюється за рахунок тіні від предмета на дзеркалі, яка утворюється променями 2 і 3. Розглянемо спочатку випадок, коли $l \geq \frac{h}{tg\alpha} = \frac{h}{tg30^\circ} = \sqrt{3}\,h$.

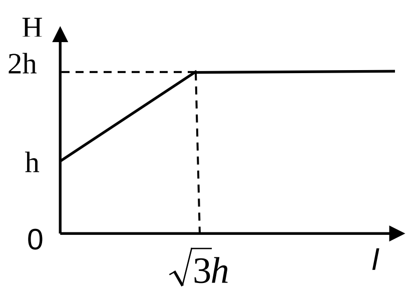


Оскільки падаючі промені 2, 3 також паралельні, то і відбиті від дзеркала теж паралельні. Висота другої (нижньої) частини тіні $B_1D = C_1C$ також становить h.

Отже, висота тіні для $l \geq \sqrt{3}\,h$ становить $H = 2h = 20\,(\text{см})$.

Розглянемо тепер випадок, коли $l < \frac{h}{tg\alpha}$.

У цьому випадку висота нижньої частини тіні $B_1O = H_2 = l\,tg\alpha$. Загальна висота тіні становить $H = h + l\,tg\alpha = h + \frac{l}{\sqrt{3}}$. Отже, при збільшенні відстані l від 0 до $l = \sqrt{3}\,h$, висота тіні лінійно збільшується від h до $2h$.



Будуємо графік.

10 клас

Дано:
$S = 20$ км
$u_{хл} = 6\ \frac{км}{год}$
$u_{д} = 5\ \frac{км}{год}$
$\upsilon_{хл} = 20\ \frac{км}{год}$
$\upsilon_{д} = 15\ \frac{км}{год}$

$t - ?$

Задача 1. Для мінімального часу руху команди хлопець дівчина повинні фінішувати одночасно. Позначимо через $t_{хл}$ і $t_{д}$ час, протягом якого їхали на лижах хлопець і дівчина, відповідно. Лижі повинні ”проїхати” всю відстань S: $\upsilon_{хл}t_{хл} + \upsilon_{д}t_{д} = S$ (1). Позначимо t – загальний час руху. Тоді для руху хлопця і дівчини запишемо: $\upsilon_{хл}t_{хл} + u_{хл}(t - t_{хл}) = S$ (2), $\upsilon_{д}t_{д} + u_{д}(t - t_{д}) = S$ (3). Розв’язуємо рівняння (1), (2), (3) як систему і знаходимо t.

Для спрощення процесу розв’язування підставимо у рівняння числові значення відомих величин.

$20t_{хл} + 6(t - t_{хл}) = 20$. Звідси знаходимо: $t_{хл} = \frac{10 - 3t}{7}$.

$15t_{д} + 5(t - t_{д}) = 20$. Звідси знаходимо: $t_{д} = \frac{4 - t}{2}$.

$20\frac{10-3t}{7} + 15\frac{4-t}{2} = 20$; $4\frac{10-3t}{7} + 3\frac{4-t}{2} = 4$.

$80 - 24t + 84 - 21t = 56$. Звідси, $t = \frac{108}{45} = 2{,}4\ (\text{год}) = 2$ год 24 хв.

$t_{хл} = \frac{10 - 3\cdot 2{,}4}{7} = \frac{10 - 7{,}2}{7} = 0{,}4\ (\text{год}) = 24$ хв.

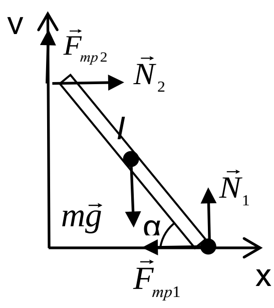
$t_{д} = \frac{4 - 2{,}4}{2} = 0{,}8\ (\text{год}) = 48$ хв.

$\frac{t_{д}}{t_{хл}} = \frac{48}{24} = 2$.

Дано:
$\mu_1 = 0{,}5$
$\mu_2 = 0{,}4$

$\alpha - ?$

Задача 2. Драбина перебуває у рівновазі.



$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1} + \vec{F}_{тр2} + \vec{N}_2 = 0$.

Спроектуємо дане рівняння на осі координат:

ox: $N_2 - F_{тр1} = 0$ (1);

oy: $N_1 + F_{тр2} - mg = 0$ (2).

$F_{тр2} = \mu_2 N_2$. У ці рівняння не входить кут α.

Запишемо правило моментів для обертання драбини навколо нижньої точки опори. $N_2 l\sin\alpha + F_{тр2} l\cos\alpha = mg\frac{l}{2}\cos\alpha$. $N_2 tg\alpha + N_2\mu_2 = mg\frac{1}{2}$; $2N_2(tg\alpha + \mu_2) = mg$ (3). Із співвідношень (1), (2) знаходимо N_2. $N_2 = F_{тр1} = \mu_1 N_1$; $N_1 = mg - F_{тр2} = mg - \mu_2 N_2$. Тоді $N_2 = \mu_1(mg - \mu_2 N_2)$. Звідси

$N_2 = \dfrac{\mu_1 mg}{1+\mu_1\mu_2}$. Підставляємо останнє рівняння в (3). $\dfrac{2\mu_1 mg}{1+\mu_1\mu_2}(tg\alpha + \mu_2) = mg$. Звідси знаходимо $tg\alpha = \dfrac{1+\mu_1\mu_2}{2\mu_1} - \mu_2 = \dfrac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$.

Виконаємо обчислення: $tg\alpha = \dfrac{1-0{,}5\cdot 0{,}4}{2\cdot 0{,}5} = 0{,}8$. Тоді $\alpha = arctg 0{,}8 = 39^\circ$.

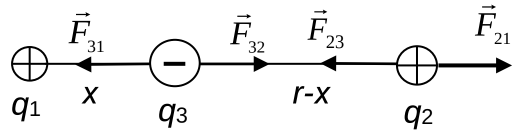
Задача 3. (див. розв. задачі 3, 8-й клас)
Задача 4. (див. розв. задачі 4, 9-й клас)
Задача 5. (див. розв. задачі 5, 9-й клас)

11 клас

Задача 1. (див. розв. задачі 3, 10-й клас).

Задача 2.

Дано:
$q_1 = 180$ нКл
$q_2 = 720$ нКл
$r = 60$ см
x - ? q_3 -?



Потрібно помістити негативний заряд на прямій, що з'єднує заряди ближче до заряду q_1. На заряд q_3 діють дві сили, які напрямлені протилежно. Цей заряд перебуває у рівновазі, якщо ці сили рівні за модулем. $F_{31} = F_{32}$, $\kappa\dfrac{q_1q_3}{x^2} = \kappa\dfrac{q_2q_3}{(r-x)^2}$, $\dfrac{q_1}{x^2} = \dfrac{q_2}{(r-x)^2}$. Оскільки у чисельнику знаходяться додатні величини, добудемо корінь квадратний з обох частин рівняння: $\dfrac{\sqrt{q_1}}{x} = \dfrac{\sqrt{q_2}}{r-x}$, $\sqrt{q_1}\cdot r - \sqrt{q_1}\cdot x = \sqrt{q_2}\cdot x$.

Звідки знаходимо $x = \dfrac{\sqrt{q_1}\cdot r}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}}$.

Проведемо обчислення у СІ:

$$x = \frac{\sqrt{18\cdot 10^{-8}}\cdot 0{,}6}{\sqrt{18\cdot 10^{-8}} + \sqrt{72\cdot 10^{-8}}} = \frac{0{,}6}{1+\sqrt{4}} = 0{,}2\ (м).$$

Розглянемо умову рівноваги заряду q_2. $F_{21} = F_{23}$, $\kappa\dfrac{q_1q_2}{r^2} = \kappa\dfrac{q_2|q_3|}{(r-x)^2}$, $\dfrac{q_1}{r^2} = \dfrac{|q_3|}{(r-x)^2}$. Звідки знаходимо:

$$|q_3| = q_1\left(\frac{r-x}{r}\right)^2.\quad |q_3| = 18\cdot 10^{-8}\left(\frac{0{,}6-0{,}2}{0{,}6}\right)^2 = 8\cdot 10^{-8} = 80\ (нКл).$$

Рівновага нестійка.

Задача 3

Дано:
$P = 1\cdot 10^5$ Па
$T = 300$ К
$\rho = 1\ \dfrac{кг}{м^3}$
$\mu_г = 4\ \dfrac{г}{моль}$
$\mu_к = 32\ \dfrac{г}{моль}$
$R = 8{,}31\ \dfrac{Дж}{моль\cdot К}$
$\dfrac{N_к}{N_г}$ – ?, ρ_1 – ?

Нехай $k = \dfrac{N_к}{N_г} = \dfrac{\nu_к}{\nu_г}$. Тоді $\nu_к = k\nu_г$ (1).

Густина суміші газів $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m_г + m_к}{V} = \dfrac{\mu_г\nu_г + \mu_к\nu_к}{V}$.

$\rho = \dfrac{\mu_г \nu_г + \mu_к k \nu_г}{V} = \dfrac{(\mu_г + \mu_к k)\nu_г}{V}$ (2).

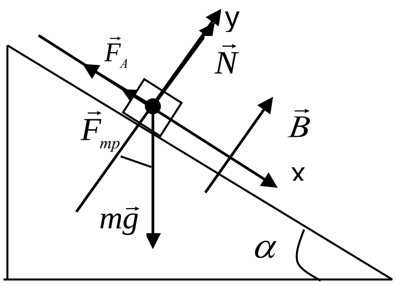
Визначимо об’єм суміші. Запишемо рівняння Менделєєва-Клапейрона для гелію та кисню у початковому стані: $P_г V = \nu_г RT$, $P_к V = \nu_к RT$, де $P_г$ і $P_к$- парціальні тиски гелію і кисню. Тоді використовуючи закон Дальтона: $P = P_г + P_к$ маємо рівняння стану суміші газів $PV = (\nu_г + \nu_к)RT$ (3). Знаходимо об’єм суміші, враховуючи (1): $V = \dfrac{(\nu_г + \nu_к)RT}{P} = \dfrac{(1+k)\nu_г RT}{P}$ (4). Тоді густина $\rho = \dfrac{(\mu_г + \mu_к k)\nu_г P}{(1+k)\nu_г RT} = \dfrac{(\mu_г + \mu_к k)P}{(1+k)RT}$. Із рівняння $\dfrac{(\mu_г + \mu_к k)}{1+k} = \dfrac{\rho RT}{P}$ знаходимо *k*.

Для спрощення підставимо числові значення. $\dfrac{(4+32k)}{1+k}10^{-3} = \dfrac{1 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{10^5}$, $\dfrac{(4+32k)}{1+k} \approx 25$. $4 + 32k = 25 + 25k$, $k = \dfrac{21}{7} = 3$.

Число молів кисню у три рази більше від числа молів гелію $\nu_к = 3\nu_г$. Якщо видалити дві третини молекул кисню, то на кожен моль гелію припадатиме один моль кисню. Маса суміші зміниться при незмінному об’ємі. Густина суміші у цьому випадку: $\rho_1 = \dfrac{m_1}{V} = \dfrac{\mu_г \nu_г + \mu_к \nu_к}{V} = \dfrac{(\mu_г + \mu_к)\nu_г}{V}$ (5). Знаходимо об’єм із (2) $V = \dfrac{(\mu_г + \mu_к k)\nu_г}{\rho}$. Тоді

$$\rho_1 = \frac{(\mu_г + \mu_к)\nu_г \rho}{(\mu_г + \mu_к k)\nu_г} = \frac{(\mu_г + \mu_к)\rho}{\mu_г + \mu_к k}.$$

$$\rho_1 = \frac{(4+32)\cdot 1}{4 + 32 \cdot 3} = 0{,}36\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$$



Дано:
$\alpha = 30^\circ$
$l = 20\ \text{см} = 0{,}2\ \text{м}$
$m = 10\ \text{г} = 10^{-2}\ \text{кг}$
$B = 0{,}5\ \text{Тл}$
$R = 0{,}01\ \text{Ом}$
$\mu = 0{,}1$
$\upsilon - ?$

Задача 4. При ковзанні перетинки у ній індукується е.р.с. індукції $\varepsilon_i = -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\dfrac{\Delta(BS)}{\Delta t} = -\dfrac{B\Delta S}{\Delta t} = -\dfrac{Bl\Delta x}{\Delta t} = -Bl\upsilon$.

Внаслідок цього у перетинці протікає індукційний струм силою $I = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = \dfrac{Bl\upsilon}{R}$.

Зобразимо на рисунку усі сили, які діють на перетинку при русі: сила тяжіння: $m\vec{g}$, сила тертя $\vec{F}_{тр}$, сила Ампера $\vec{F}_A$, сила реакції опори $\vec{N}$. Запишемо закон руху усталеного рівномірного руху перетинки:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}_A = 0 \quad (1)$$

Напрям сили Ампера визначаємо за правилом лівої руки. Сила Ампера протидіє рухові перетинки. Спроектуємо рівняння руху на вибрані координатні осі:

$ox: mg\sin\alpha - F_{тр} - F_A = 0$ (2)

$oy: N - mg\cos\alpha = 0$; $N = mg\cos\alpha_л$

Сила тертя $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$. Сила Ампера $F_A = BIl = B\dfrac{Bl\upsilon}{R}l = \dfrac{B^2l^2\upsilon}{R}$.

Підставляємо силу тертя та силу Ампера у рівняння (2) $mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha - \dfrac{B^2l^2\upsilon}{R} = 0$

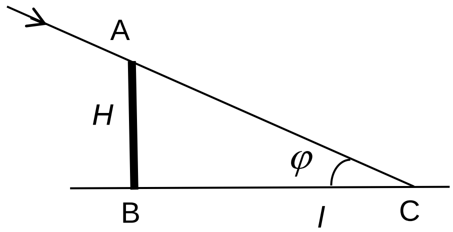
Звідси знаходимо швидкість

$$\upsilon = \frac{Rmg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{B^2l^2}.$$

$$\upsilon = \frac{0{,}01\cdot10^{-2}\cdot9{,}8(0{,}5-0{,}1\cdot0{,}866)}{(0{,}5\cdot0{,}2)^2} = 4{,}05\cdot10^{-2}\left(\frac{м}{с}\right) = 4{,}05\,\frac{см}{с}$$

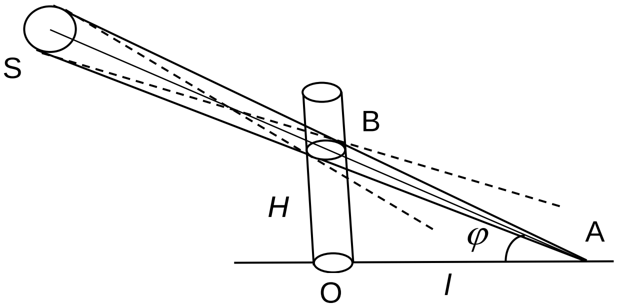
Дано:
$H = 13$ м
$d = 13$ см
$\varphi = 13^\circ$
$D = 1392000$ км
$a = 149{,}6\cdot10^6$ км
$l - ?$

Задача 5. Формально задачі такого типу розв'язують, вважаючи, що від Сонця поширюється паралельний пучок світла.



У такому випадку довжина тіні

$$l = BC = \frac{H}{tg\varphi} = \frac{13}{tg13^\circ} = 56{,}3\ (м).$$



Насправді ж потрібно враховувати кутовий розмір Сонця. Повна тінь спостерігається лише там, де видимий кутовий розмір стовпа перевищує кутовий розмір Сонця. Нехай SA = a - відстань від Землі до Сонця. AB = L відстань, на яку поширюється повна тінь від стовпа. З подібності трикутників запишемо: $\dfrac{d}{L} = \dfrac{D}{a}$.

Звідси знаходимо $L = \dfrac{a}{D}d$.

$$L = \frac{149{,}6\cdot10^6}{1{,}392\cdot10^6}0{,}13 = 13{,}97\ (м) \approx 14\ м.$$

Тоді довжини тіні на поверхні Землі $l = L\cos\varphi$.

$l = 14\cos13^\circ = 13{,}6$ (м).

2.5. 2019 р.

8 клас

Задача 1. Нехай V_1- об’єм води у першій посудині після того, як у неї опустили першу деталь. Для цього випадку рівняння теплового балансу матиме вигляд:

$$c_в \rho_в V_1 (t_0 - t_x) = c_а \rho_а V (t_x - t_Д) \quad (1)$$

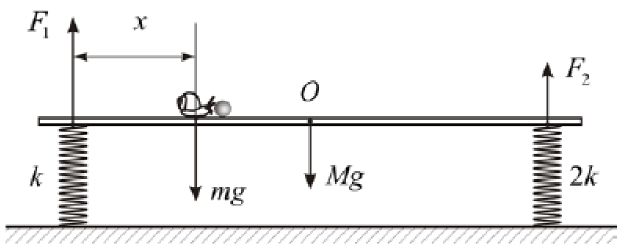
Звідси: $V_1 = \dfrac{c_а \rho_а V (t_x - t_Д)}{c_в \rho_в (t_0 - t_x)}$; $V_1 \approx 300{,}7\ см^3$

Припустимо, що не вся вода перетвориться на лід після опускання двох деталей у другу посудину. Запишемо для цього випадку рівняння теплового балансу:

$c_в \rho_в (V_1 - V)(t_0 - t_{пл}) + \lambda \rho_л V_л = 2 c_а \rho_а V (t_{пл} - t_Д)$ (2), де $V_л$- об’єм льоду, який утворився після кристалізації води. Зрівняння (2):

$V_л = \dfrac{2c_а \rho_а V (t_{пл} - t_Д) - c_в \rho_в (V_1 - V)(t_0 - t_{пл})}{\lambda \rho_л}$; $V_л \approx 101{,}9\ см^3$. Отже, наше припущення правильне. Кінцева температура в другій посудині буде становити $0\ ^\circ\mathrm{C}$.

Задача 2. Нехай у певний момент часу равлик знаходиться на відстані x від початкового положення (Рис.). Стиснення лівої та правої пружин відповідно становлять: $\Delta x_1 = \dfrac{F_1}{k}$ та $\Delta x_2 = \dfrac{F_2}{2k}$



З умови рівноваги палички:

$$F_1 + F_2 = (M + m) g \quad (1)$$

Правило моментів сил відносно осі, що проходить через центр мас палички має вигляд:

$$F_1 \frac{L}{2} = m g \left(\frac{L}{2} - x\right) + F_2 \frac{L}{2} \quad (2)$$

З рівняння (2) видно, що для невеликих значень x на початку руху $F_1 > F_2$, отже $\Delta x_1 > \Delta x_2$. При цій умові кулька прагнутиме скочуватися вліво, однак її стримує равлик. Для моменту часу, коли стиснення пружин будуть однакові й паличка буде розташована горизонтально: $\Delta x_1 = \Delta x_2$ а $F_2 = 2F_1$

Відповідно рівняння (1) набуде виду: $3F_1 = (M + m) g$ (3) . Звідси:

$F_1 = \frac{(M+m)g}{3}$ (4). Підставивши (4) в (2) отримаємо:

$(M+m)g\frac{L}{2} = mg(\frac{L}{2} - x) + 2(M+m)g\frac{L}{2}$. З останнього рівняння:

$x = \frac{L}{2} + \frac{(m+M)}{m}\frac{L}{6} = (4 + \frac{M}{m})\frac{L}{6}$. Отже, кулька почне котитися праворуч через проміжок часу: $t = \frac{x}{u} = (4 + \frac{M}{m})\frac{L}{6u}$.

Задача 3. Нехай S_1 і S_2 - площі поршнів, ρ- густина води. Запишемо умови рівноваги поршнів:

а) для початкового моменту: $\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g h = \frac{M_2 g}{S_2}$ (1)

б) коли важок лежить на лівому поршні: $\frac{(M_1 + m)g}{S_1} = \frac{M_2 g}{S_2}$ (2)

в) коли важок лежить на правому поршні: $\frac{M_1 g}{S_1} + \rho g H = \frac{(M_2 + m)g}{S_2}$ (3).

З рівнянь (1) і (2) знайдемо площі поршнів: $S_1 = \frac{m}{\rho h}$ (4)

$S_2 = \frac{m}{\rho h} \cdot \frac{M_2}{M_1 + m}$ (5)

Підставивши (4) і (5) в (3) отримаємо: $H = h(1 + \frac{M_1 + m}{M_2}) = \frac{5}{2}h = 0{,}25 см$

Задача 4. Нехай S - площа крижини, h - висота її над водою. Умова плавання крижини має вигляд: $\rho_л g S H = \rho_в g S (H - h)$ (1). Звідси: $h = H(1 - \frac{\rho_л}{\rho_в}) = 6\,см$

Якщо поставити мідний кубик на крижину, то $\rho_в g S \Delta h = \rho_м g a^3$ (2)

Якщо на місце мідного поставити залізний кубик, то: $\rho_в g S \Delta H = \rho_з g a^3$ (3)

Поділивши (3) на (2) отримаємо: $\Delta H = \Delta h \cdot \frac{8\rho_з}{\rho_м} \approx 3{,}5\,см$

Отже: $H_2 = (H - h) + \Delta H = 57{,}5\,см$.

Задача 5. Максимальний час роботи двигуна моторного човна становить $t = \frac{L}{\upsilon_ч} = 3\,год$

Якщо пливти вниз за течією з увімкненим двигуном, то час руху становитиме: $t_{зT} = \frac{S}{\upsilon_ч + \upsilon_T} = \frac{15}{13}год$

Час руху проти течії становитиме: $t_{пT} = \frac{S}{\upsilon_ч - \upsilon_T} = \frac{15}{7}год$

Оскільки $t_{зT} + t_{пT} \approx 3{,}3 год$ більший за t, то бензину не вистачить на зворотній шлях.

9 клас

Задача 1 Врахувавши, що одна шоста частина енергії лампи потрапляє на сніг і з неї одна десята йде на його плавлення, рівняння теплового балансу матиме вигляд: $\frac{1}{6}(1-\alpha)P\tau = \lambda\rho V_c$ (1) Звідси знайдемо об'єм снігу, який розтанув:

$$V_c = \frac{(1-\alpha)P\tau}{6\lambda\rho} \approx 200\,см^3$$

Об'єм снігової «шапки», що розтанула становить:

$$V = \frac{a^2 h}{2} \approx 4000 см^3$$

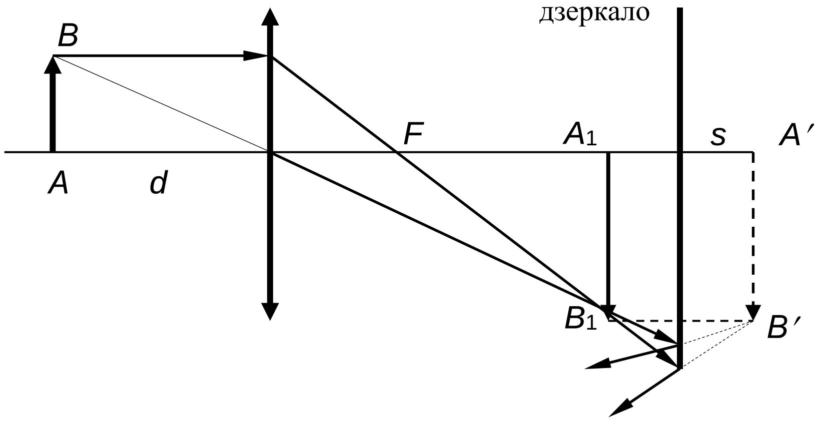
Об'єм повітря у частині снігової «шапки», що розтанула становить: $V_{пов} = \frac{a^2 h}{2} - V_c \approx 3800 см^3$

За означенням знайдемо пористість снігу: $\varepsilon = \frac{V_{пов}}{V} \approx 0{,}95$

Задача 2. (див. розв. задачі 2, 8-й клас)
Задача 3. (див. розв. задачі 3, 8-й клас)
Задача 4. (див. розв. задачі 1, 8-й клас)

Задача 5.

Дано:
$d = 8$ см
$l = 28$ см
$F = 6$ см
$f - ?$



Зображення A_1B_1 свічки AВ знаходиться на відстані f від лінзи, яку знайдемо із рівняння тонкої лінзи:
$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, звідси

$$f = \frac{dF}{d-F}.\ f = \frac{8 \cdot 6}{8-6} = 24(\text{см})$$

Відстань між лінзою і дзеркалом $l > f$ і дійсне зображення свічки буде спостерігатися на відстані $f = 24(\text{см})$ від лінзи. Крім того на дзеркало падають розбіжні промені, які у ньому утворюють уявне зображення свічки $A'B'$. Воно знаходиться на відстані $s = l - f = 28 - 24 = 4(\text{см})$ від дзеркала за ним. Таким чином,

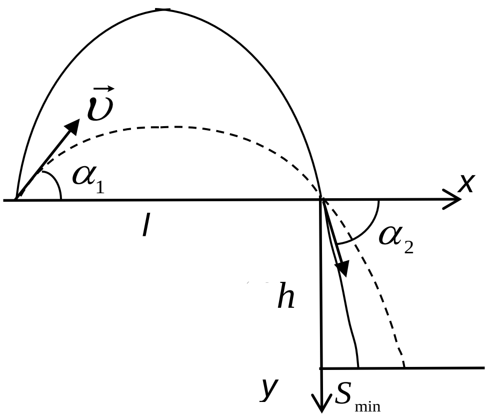
спостерігається два зображення: одне дійсне на відстані 24 см від лінзи і друге уявне на відстані $f' = l + s = 28 + 4 = 32(\text{см})$.
На рисунку показано хід променів.

10 клас

Задача 1.

Дано:
$\upsilon = 300\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$l = 8100$ м
$h = 105$ м
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$S_{\min} - ?$

Дальність польоту снаряда до кручі: $l = \dfrac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ Звідси $\sin 2\alpha = \dfrac{gl}{\upsilon_0^2}$;



$\sin 2\alpha = \dfrac{10 \cdot 8100}{300^2} = 0{,}9$.

$2\alpha = \arcsin 0{,}9 \approx 64^\circ$; $\alpha_1 = 32^\circ$. Потрібно взяти до уваги і друге значення кута: $2\alpha_2 = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$. Тоді $\alpha_2 = 58^\circ$. Шукана відстань буде найменшою при навісній, а не при настільній траєкторії руху снаряда. Для її знаходження беремо $\alpha = \alpha_2 = 58^\circ$. Запишемо закон руху снаряда від краю кручі. З урахуванням вибраної системи відліку:
$x = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t$; $y = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t + \dfrac{gt^2}{2}$.

У момент падіння снаряда $s_{\min} = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t_1$; $h = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_1 + \dfrac{gt_1^2}{2}$

$gt_1^2 + 2\upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_1 - 2h = 0$. Знаходимо

$$t_1 = \frac{-2\upsilon_0 \sin\alpha + \sqrt{4\upsilon_0^2 \sin^2\alpha + 4g \cdot 2h}}{2g} =$$

$$= -\frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} + \frac{2h}{g}} \quad s_{\min} = \upsilon_0 \cos\alpha \left(\sqrt{\frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} + \frac{2h}{g}} - \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g} \right).$$

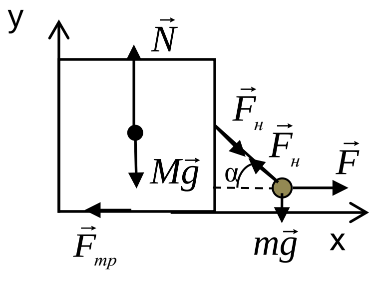
Виконаємо обчислення в СІ:

$$s_{\min} = 300 \cdot \cos 58^\circ \left(\sqrt{\frac{300^2 \sin^2 58^\circ}{10^2} + \frac{2 \cdot 105}{10}} - \frac{300 \sin 58^\circ}{10} \right) =$$

$$= 158{,}976 \cdot (25{,}85 - 25{,}44) \approx 65{,}1\ (\text{м})$$

Задача 2. Робимо рисунок, на якому зобразимо сили, які діють на кульку і на брусок. Запишемо закон руху кульки.

Дано:
$M = 2$ кг
$\alpha = 20^\circ$
$\mu = 0{,}5$
$m - ?$



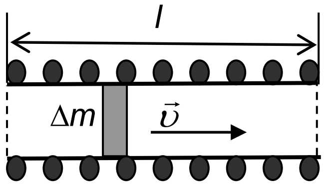
$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_н = 0$. Спроектуємо рівняння на осі: Ox: $F - F_н \cos\alpha = 0(1)$; oy: $F_н \sin\alpha - mg = 0(2)$. З цих рівнянь маємо $F = \dfrac{mg}{tg\alpha}(3)$. Запишемо закон руху бруска: $\vec{F}_н + \vec{N} + M\vec{g} + \vec{F}_{тр} = 0(4)$. Проектуємо рівняння (4) на осі координат: Ox: $F_н \cos\alpha - F_{тр} = 0(5)$; oy: $-F_н \sin\alpha - Mg + N = 0(6)$. З (6) і (2) знаходимо $N = Mg + mg = (M + m)g$, $F_{тр} = \mu N = \mu(M + m)g$. З (5), (1) і (3) знаходимо: $F_{тр} = F_н \cos\alpha = F = \dfrac{mg}{tg\alpha}$.

Отже, $\mu(M + m)g = \dfrac{mg}{tg\alpha}$. Звідси знаходимо $\mu(M + m)g = \dfrac{mg}{tg\alpha}$; $m = \dfrac{\mu M}{\dfrac{1}{tg\alpha} - \mu} = \dfrac{\mu M}{ctg\alpha - \mu}$.

Виконаємо обчислення в СІ: $m = \dfrac{0{,}5 \cdot 2}{ctg 20^\circ - 0{,}5} \approx 0{,}445\ (\text{кг}) = 445\ \text{г}$

Дано:
$I = 10$ А
$U = 220$ В
$V_\tau = \dfrac{V}{\tau} = 1{,}2\ \dfrac{\text{л}}{\text{хв}}$
$\Delta T = 20$ К
$c = 4{,}2 \cdot 10^3\ \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$
$\rho = 10^3\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
$\eta - ?$

Задача 3. Нехай υ - швидкість руху води, тоді витрата води $V_\tau = \dfrac{V}{\tau} = \dfrac{Sl}{\tau} = S\upsilon,$ де S – площа перерізу труби, l – довжина нагрівника . Розглянемо процес нагрівання деякої маси води $\Delta m = \rho S \Delta l$. Вода отримує тепло під час руху у нагрівнику довжиною l протягом часу: $\tau = \dfrac{l}{\upsilon}$. Цей елемент маси за одиницю часу отримує кількість теплоти: $\dfrac{\eta P}{l}\Delta l$, де P – споживана нагрівником потужність, η – ККД нагрівника води. Тоді отримана за час τ кількість теплоти: $Q = \dfrac{l}{\upsilon}\dfrac{\eta P}{l}\Delta l$. З іншого боку $Q = c\Delta m \Delta T = c\rho S \cdot \Delta l \cdot \Delta T$. Прирівнюємо останні співвідношення: $\dfrac{l}{\upsilon}\dfrac{\eta P}{l}\Delta l = c\rho S \cdot \Delta l \cdot \Delta T$. Звідси $\eta = \dfrac{c\rho S \upsilon \Delta T}{P} = \dfrac{c\rho V_\tau \Delta T}{IU}$.



Виконаємо обчислення в СІ: $\eta = \dfrac{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{60 \cdot 10 \cdot 220} = 0{,}764 = 76{,}4\ \%$

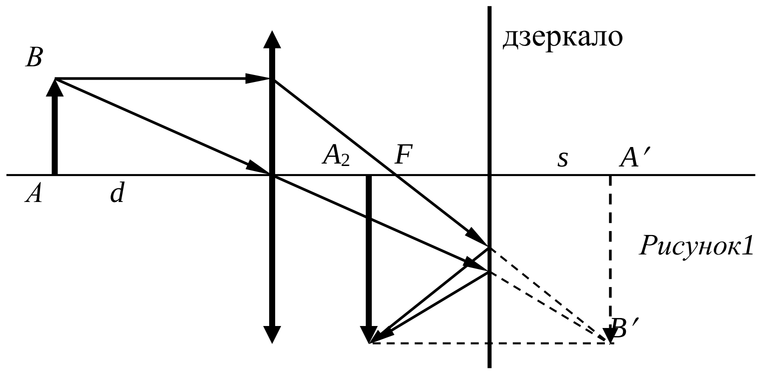
Дано:
$\alpha = \dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{\upsilon_1} = 0{,}05$
$m_1 = 1\ а.о.м.$
$m_2 - ?$

Задача 4. Застосуємо до пружного удару протона з ядром невідомого ізотопу закон збереження імпульсу та механічної енергії (кінетичної енергії). Нехай υ_1 – швидкість протона до зіткнення; а υ_2 – після зіткнення. Протон після пружного зіткнення змінює напрям руху на протилежний: $m_1\upsilon_1 = -m_1\upsilon_2 + m_2u_2$ (1); $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_2^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}$ (2). Згідно умови задачі: $\alpha = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{\upsilon_1}$; $\upsilon_2 = \upsilon_1(1-\alpha)$. З рівняння (1) $m_1(\upsilon_1 + \upsilon_2) = m_2u_2$; $m_1(2-\alpha)\upsilon_1 = m_2u_2$. Піднесемо останнє рівняння до квадрату: $m_1^2(2-\alpha)^2\upsilon_1^2 = m_2^2u_2^2$ (3). Із рівняння (2) маємо: $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = (1-\alpha)^2\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}$; $(2\alpha - \alpha^2)m_1\upsilon_1^2 = m_2u_2^2$ (4). Поділимо рівняння (3) на (4): $\frac{(2-\alpha)m_1}{\alpha} = m_2$. Отже, $m_2 = 39$ *а.о.м.* Протон зіткнувся з ядром ізотопу калію $^{39}_{19}K$.

Дано:
$d = 8$ см
$l = 14$ см
$F = 6$ см
$f - ?$

Задача 5. Якби дзеркала не було, то зображення $A'B'$ свічки AВ знаходилось б на відстані f від лінзи, яку знайдемо із рівняння тонкої лінзи: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, звідси $f = \frac{dF}{d-F}$.

$$f = \frac{8 \cdot 6}{8-6} = 24(\text{см})$$



Так як дзеркало перебуває на відстані 14 см від лінзи, то відбиті збіжні промені утворюють дійсне зображення, яке перебуває на відстані $s = f - l = 24 - 14 = 10(\text{см})$ від дзеркала перед ним. Це зображення A_2B_2 дзеркально симетричне відносно зображення $A'B'$, яке спостерігалося б при відсутності дзеркала. Таким чином, відстань від лінзи до зображення: $f_1 = l - s = 14 - 10 = 4(\text{см})$.

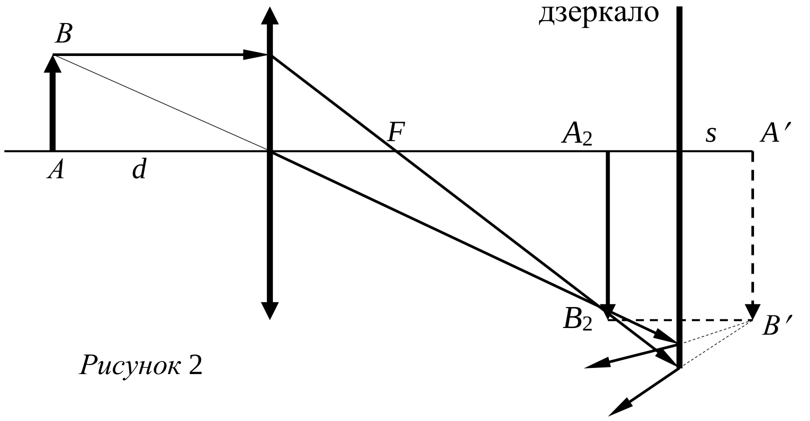


Рисунок 2

На рис. 1 показаний хід променів у розглянутій системі.

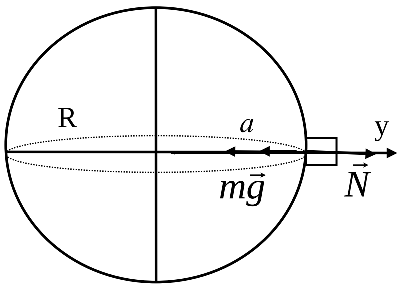
Якщо відстань між лінзою і дзеркалом подвоїти, то $2l > f$ і дійсне зображення свічки буде спостерігатися на відстані $f = 24(\text{см})$ від лінзи. Крім того на дзеркало падають розбіжні промені, які у ньому

утворюють уявне зображення свічки $A'B'$. Воно знаходиться на відстані $s = 2l - f = 28 - 24 = 4(\text{см})$ за дзеркалом. Таким чином, у цьому випадку спостерігається два зображення: одне дійсне на відстані 24 см від лінзи і друге уявне на відстані $f' = 2l + s = 28 + 4 = 32(\text{см})$.
На рис. 2 показано хід променів у цьому випадку.

11 клас

Дано:
$\upsilon = 72\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$
$m = 461\ \text{т}$
$T = 24\ \text{год}$
$\Delta P - ?$

Задача 1. На екваторі доцентрове прискорення кожного потяга напрямлене до центра Землі, тому вага: $P_1 = N_1 = m(g - a_1)$, $P_2 = N_2 = m(g - a_2)$. Доцентрове прискорення: $a_1 = \frac{\upsilon_1^2}{R} = \frac{(\upsilon_з - \upsilon)^2}{R}$, $a_2 = \frac{\upsilon_2^2}{R} = \frac{(\upsilon_з + \upsilon)^2}{R}$. Різниця у вазі потягів: $\Delta P = P_2 - P_1 = m(a_2 - a_1) = \frac{m}{R}\left((\upsilon_з + \upsilon)^2 - (\upsilon_з - \upsilon)^2\right) = \frac{4m\upsilon\upsilon_з}{R}$. Лінійна швидкість обертального руху точок екватора: $\upsilon_з = \frac{2\pi R}{T}$,де T-період обертання Землі навколо своєї осі. Тоді $\Delta P = \frac{4m\upsilon}{R}\frac{2\pi R}{T} = \frac{8\pi m\upsilon}{T}$.



Виконаємо обчислення в СІ: $\Delta P = \frac{8 \cdot 3{,}14 \cdot 461 \cdot 10^3 \cdot 20}{24 \cdot 3600} = 2600{,}6\ (H)$

Дано:
$V_t = 3\ \frac{л}{с}$
$V_0 = 45\ л$
$p_м = 8p_a$
t -?

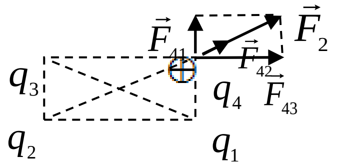
Задача 2. Нехай у балоні була маса повітря m_0, початковий тиск повітря у балоні дорівнює атмосферному p_a, а показ манометра рівний нулю. $m_0 = \frac{p_a V_0 M}{RT}$ (1). Маса повітря, яку нагнітає компресор за 1с $m_t = \frac{p_a V_t M}{RT}$ (2). Через час t маса повітря у балоні становитиме $m = m_0 + tm_t$ (3). За рівнянням Менделєєва-Клапейрона $m = \frac{pV_0 M}{RT}$ (4), де $p-$ тиск повітря у балоні, він не дорівнює показам манометра, а $p = p_м + p_a = 9p_a$. Підставляємо у рівняння (3) співвідношення (1), (2),(4). $\frac{pV_0M}{RT} = \frac{p_aV_0M}{RT} + t\frac{p_aV_tM}{RT}$. Або $pV_0 = p_aV_0 + tp_aV_t$ (5). Звідси $t = \frac{V_0(p - p_a)}{V_t p_a} = \frac{V_0 p_м}{V_t p_a}$.

Виконаємо обчислення: $t=\dfrac{45\cdot 8p_a}{3\cdot p_a}=120\ (c)$.

Примітка. Співвідношення (5) можна записати відразу як рівняння Бойля-Маріотта для кінцевої маси газу у балоні та уявивши її у деякому об’ємі при атмосферному тиску: $pV_0=p_a\left(V_0+tV_t\right)$.

Задача 3.

Дано:
$q=1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл
$m=1{,}67\cdot 10^{-27}$ кг
$a=10$ см
$k=9\cdot 10^{9}\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$
$\upsilon-?$



Максимальної швидкості протони набудуть, коли розлетяться на нескінченну відстань. При цьому потенціальна енергія їхньої взаємодії переходить у кінетичну енергію руху.

Знаходимо потенціальну енергію попарної взаємодії між зарядами.

$$W_п=W_{12}+W_{13}+W_{14}+W_{23}+W_{24}+W_{34}.$$

$$W_п=k\frac{q^2}{a}+k\frac{q^2}{\sqrt{2}a}+k\frac{q^2}{a}+k\frac{q^2}{a}+k\frac{q^2}{\sqrt{2}a}+k\frac{q^2}{a}==4k\frac{q^2}{a}+2k\frac{q^2}{\sqrt{2}a}=k\frac{q^2}{a}\left(4+\sqrt{2}\right).$$

Прирівняємо потенціальну енергію до кінетичної усіх чотирьох протонів: $k\dfrac{q^2}{a}\left(4+\sqrt{2}\right)=4W_к$. $k\dfrac{q^2}{a}\left(4+\sqrt{2}\right)=4\dfrac{m\upsilon^2}{2}$. Звідси знаходимо $\upsilon=\sqrt{k\dfrac{q^2}{2ma}\left(4+\sqrt{2}\right)}$.

$$\upsilon=1{,}6\cdot 10^{-19}\sqrt{\frac{9\cdot 10^{9}\cdot\left(4+\sqrt{2}\right)}{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 0{,}1}}=1{,}93\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Задача 4. Застосуємо до пружного удару α- частинки з ядром невідомого ізотопу закон збереження імпульсу та механічної енергії. α- частинка до і після удару рухається в одному напрямку: $m_1\upsilon_1=m_1\upsilon_2+m_2u_2$(1);

Дано:
$W_{к2}=\dfrac{1}{9}W_{к1}$
$m_1=4\,а.о.м.$
$m_2-?$

$\dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2}=\dfrac{m_1\upsilon_2^2}{2}+\dfrac{m_2u_2^2}{2}$(2). Згідно умови задачі: $\dfrac{m_1\upsilon_2^2}{2}=\dfrac{1}{9}\dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2}$; $\upsilon_2^2=\dfrac{\upsilon_1^2}{9}$; $\upsilon_2=\dfrac{\upsilon_1}{3}$. З рівняння (1) $m_1\left(\upsilon_1-\upsilon_2\right)=m_2u_2$; $\dfrac{2}{3}m_1\upsilon_1=m_2u_2$. Піднесемо останнє рівняння до квадрату: $\dfrac{4}{9}m_1^2\upsilon_1^2=m_2^2u_2^2$(3). Із рівняння (2) маємо: $\dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2}=\dfrac{1}{9}\dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2}+\dfrac{m_2u_2^2}{2}$; $\dfrac{8}{9}\dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2}=\dfrac{m_2u_2^2}{2}$; $\dfrac{8}{9}m_1\upsilon_1^2=m_2u_2^2$(4). Поділимо рівняння (3) на (4): $\dfrac{m_1}{2}=m_2$. Отже, $m_2=2\,а.о.м.$ α- частинка зіткнулася з ядром ізотопу дейтерію ${}_1^2H$.

Задача № 5. У рухомій перетинці виникає е.р.с. індукції, тобто вона виконує роль джерела струму.

Дано:
I
υ
ρ
S
$B-?$

$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t} = -\frac{Bd\Delta x}{\Delta t} = -Bd\upsilon = -2Ba\upsilon$, де a – радіус кільця.

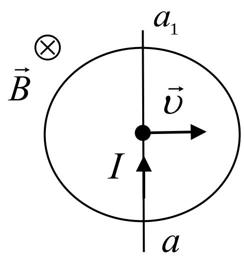


Рисунок. 1

Зобразимо еквівалентну схему для випадку, коли перетинка перетинає центр кільця (Рис.2) .

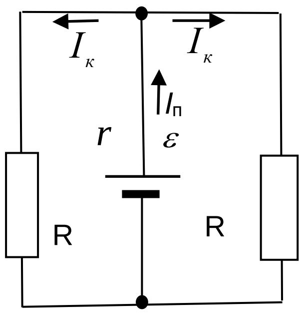


Рисунок 2

Силу струму в перетинці знайдемо виходячи із закону Ома для повного кола: $I = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{2}}$. Опір перетинки $r = \rho\frac{2a}{S}$, опір половини кільця: $R = \rho\frac{\pi a}{S}$.

Тоді $I = \frac{2Ba\upsilon}{\rho\frac{2a}{S} + \frac{1}{2}\rho\frac{\pi a}{S}} = \frac{4B\upsilon S}{4\rho + \pi\rho} = \frac{4B\upsilon S}{(4+\pi)\rho}$. Звідси знаходимо $B = \frac{(4+\pi)\rho I}{4\upsilon S}$.

2.6. 2020 р.

8 клас

Задача 1. Позначимо через $V_в$ максимально можливий об’єм води з температурою $t_в = 18\ ^\circ C$, який можна додати в посудину, $V_{в2}$ – об’єм води, яка утвориться після плавлення льоду, $V_{л2}$ – кінцевий об’єм льоду, який залишився в посудині.

$V_в = V - V_{л2} - V_{в2}$. (1)

Маса води, яка утворилася після танення льоду: $m_{в2} = \Delta m_л$. (2)

$V_{в2} = \frac{\Delta m_л}{\rho_в}$. (3)

$V_{л2} = \frac{1}{4}V - \frac{\Delta m_л}{\rho_л}$. (4)

$V_в = V - \frac{1}{4}V + \frac{\Delta m_л}{\rho_в} - \frac{\Delta m_л}{\rho_л}$. (5)

$V_в = \frac{3}{4}V + \frac{\Delta m_л(\rho_в - \rho_л)}{\rho_в \cdot \rho_л}$. (6)

Підставивши числові значення, отримаємо:

$\Delta m_л = 9(V_в - 60)$. (7)

Запишемо рівняння теплового балансу для кінцевого стану в посудині:

$c_{\text{в}} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{в}} \cdot \Delta t = c_{\text{л}} \cdot \rho_{\text{л}} \cdot \frac{1}{4} V \cdot \Delta t + \lambda \cdot \Delta m_{\text{л}}$. (8)

Підставивши (7) у (8):

$c_{\text{в}} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{в}} \cdot \Delta t = c_{\text{л}} \cdot \rho_{\text{л}} \cdot \frac{1}{4} V \cdot \Delta t + \lambda \cdot 9(V_{\text{в}} - 60)$. (9)

З останньої формули:

$$V_{\text{в}} = \frac{\frac{1}{4} c_{\text{л}} \cdot \rho_{\text{л}} V \Delta t - 540\lambda}{c_{\text{в}} \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{в}} \cdot \Delta t - 9\lambda},$$

$$V_{\text{в}} = \frac{\frac{1}{4} 2{,}1 \cdot 0{,}9 \cdot 80 \cdot 18 - 540 \cdot 334}{4{,}2 \cdot 1 \cdot 18 - 9 \cdot 334} \approx 61{,}3 \ (\text{см}^3).$$

Задача 2. Запишемо умову рівноваги блока:

$\vec{T} + m_x \vec{g} = 0$. (1)

$T = m_x g$. (2)

$\vec{T} + \vec{F}_A + 2m\vec{g} = 0$. (3)

$T + F_A = 2mg$. (4)

$m_x g + F_A = 2mg$. (5)

Запишемо умову рівноваги важеля:

$3mgx_0 = (mg + F_A) \cdot 2 \cdot x_0$. (6)

$3mg = 2 \cdot mg + 2 \cdot F_A$. (7)

$mg = 2 \cdot F_A$. (8)

$F_A = \frac{mg}{2}$. (9)

Підставивши (9) у (5), отримаємо:

$$m_x g + \frac{mg}{2} = 2mg,$$

$$m_x = 2m - \frac{m}{2} = \frac{3m}{2}.$$

Задача 3. Нехай S_1 – довжина ділянки з більшою максимально дозволеною швидкістю, S_2 – з меншою. S – відстань між містами. Отже:

$S = S_1 + S_2$. (1)

Позначимо через S_A шлях, який проїде автомобіль, що виїхав з міста A, S_B – шлях, який проїде автомобіль, що виїхав з міста B. Загальний шлях: $S = S_A + S_B$. (2)

Перший випадок

Зустріч відбулася на ділянці з більшою максимально дозволеною швидкістю:

$$S_A = 120\ \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 2\ \text{год} = 240\ \text{км}.$$

За умовою задачі: $S_A = 1{,}5 \cdot S_B$. (3)

Звідси знайдемо S_B: $S_B = \frac{2}{3} S_A = \frac{2}{3} 240\ \text{км} = 160\ \text{км}$.

У цьому випадку відстань між містами:

$$S = 240\ \text{км} + 160\ \text{км} = 400\ \text{км}.$$

Врахувавши (2) і позначивши через t_2 час руху автомобіля по ділянці з меншою максимально дозволеною швидкістю, отримаємо:

$$400\ \text{км} = 2\ \text{год} \cdot 120 \frac{\text{км}}{\text{год}} + t_2 \cdot 60\ \frac{\text{км}}{\text{год}} + 120\ \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot (2\ \text{год} - t_2).$$

Звідси: $3 \cdot t_2 = 4\,\text{год}$.

$$t_2 = \frac{4}{3}\ \text{год}.$$

Знайдемо довжину ділянки S_2: $S_2 = t_2 \cdot 60\ \frac{\text{км}}{\text{год}} = 80\ \text{км}$. Тоді:

$$S_1 = 400\ \text{км} - 80\ \text{км} = 320\ \text{км}.$$

Другий випадок

Автомобілі зустрілися на ділянці з максимальною швидкістю $\upsilon_2 = 60$ км/год.

$$S_B = 2\ \text{год} \cdot 60\ \frac{\text{км}}{\text{год}} = 120\ \text{км}.$$

$$S_A = 1{,}5 \cdot 120\ \text{км} = 180\ \text{км}.$$

$$S = 180\ \text{км} + 120\ \text{км} = 300\ \text{км}.$$

Врахувавши (2) і позначивши через t_1 час руху автомобіля по ділянці з більшою максимально дозволеною швидкістю, отримаємо:

$$300\ \text{км} = t_1 \cdot 120\ \frac{\text{км}}{\text{год}} + 60\ \frac{\text{км}}{\text{год}}(2\ \text{год} - t_1) + 60 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 2\ \text{год}.$$

$$6 \cdot t_1 = 6\ \text{год}.$$

$$t_1 = 1\ \text{год}.$$

$$S_1 = t_1 \cdot 120 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 120\ \text{км}.$$

$$S_2 = 300\ \text{км} - 120\ \text{км} = 180\ \text{км}.$$

Задача 4.

$\varphi = \omega \cdot t$. (1)

Відносно годинної стрілки до другої зустрічі хвилинна обернеться на кут:

$$\varphi = \frac{2\pi}{3} + 2\pi = \frac{8\pi}{3}. \ (2)$$

Врахувавши (2), отримаємо:

$$(\omega_{\text{хв}} - \omega_{\text{год}}) \cdot t = \frac{8\pi}{3}. \ (3)$$

$$\omega_{\text{хв}} = \frac{2\pi}{T_{\text{хв}}}. \ (4)$$

$$\omega_{\text{год}} = \frac{2\pi}{T_{\text{год}}}. \ (5)$$

Підставивши (4) та (5) у (3), отримаємо:

$$\left(\frac{2\pi}{T_{\text{хв}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{год}}}\right)t = \frac{8\pi}{3}; \ \left(\frac{1}{T_{\text{хв}}} - \frac{1}{T_{\text{год}}}\right)t = \frac{4}{3}.$$

З останньої формули:

$$t = \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{11} = \frac{16}{11} \text{год} = 87{,}3 \ \text{хв}.$$

Задача 5. За умовою задачі: $V_2 = \frac{2}{3}V$ (1); $V_1 = \frac{1}{3}V$ (2); $m_1 = \frac{1}{4}m$ (3); $m_2 = \frac{3}{4}m$. (4)

Для кубика, який складається з двох частин, можна записати:

$m = m_1 + m_2$ (5) та $V = V_1 + V_2$. (6)

Запишемо формулу для визначення густини першої частини, врахувавши (2) та (3):

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m \cdot 3}{4 \cdot V} = \frac{3 \cdot m}{4 \cdot V} = \frac{3 \cdot \rho}{4}. \ (7)$$

Аналогічно запишемо формулу для визначення густини другої частини, врахувавши (1) та (4):

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{m \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 2 \cdot V} = \frac{9 \cdot m}{8 \cdot V} = \frac{9 \cdot \rho}{8}. \ (8)$$

Поділивши (8) на (7), отримаємо:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{9 \cdot \rho}{8}}{\frac{3 \cdot \rho}{4}} = \frac{3}{2}.$$

З останньої формули знайдемо густину другої частини кубика: $\rho_2 = \frac{3}{2}\rho_1$.

9 клас

Задача 1. Див. розв'язування задачі 1 для 8 класу.

Задача 2. Див. розв'язування задачі 2 для 8 класу.

Задача 3. Див. розв'язування задачі 3 для 8 класу.

Задача 4. Визначимо внутрішній опір гальванометра: $r_г = \frac{R_Д}{n-1}$;

$r_г = \frac{300}{4-1} = 100\ (\text{Ом})$.

Оскільки опір шунта дорівнює внутрішньому опору гальванометра, то при силі струму в зовнішньому колі 3 А гальванометр буде показувати силу струму 1,5 А (стрілка відхилилася на всю шкалу).

При силі струму в зовнішньому колі 7,5 А межі гальванометра розширюються в $n_2 = \frac{7{,}5\ \text{А}}{1{,}5\ \text{А}} = 5$.

Опір другого шунта визначимо так: $R_{ш2} = \frac{r_г}{n-1}$.

$R_{ш2} = \frac{100\ \text{Ом}}{5-1} = 25\ \text{Ом}$.

Задача 5. Див. розв'язування задачі 5 для 10 класу.

10 клас

Задача 1. Горизонтальна дальність польоту снаряда: $l = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Максимальна дальність: $l_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{g} = 2l$ (рис. 3). Звідси $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$; $2\alpha = \arcsin 0{,}5 \approx 30^\circ$; $\alpha_1 = 15^\circ$. Потрібно взяти до уваги і друге значення кута: $2\alpha_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$. Тоді $\alpha_2 = 75^\circ$. Максимальна висота підйому снаряда $H_{\max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$. Тоді шукане відношення висот: $\frac{H_{\max 2}}{H_{\max 1}} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha_2}{2g}\frac{2g}{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha_1} = \left(\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}\right)^2$.

Дано:

$l = \frac{l_{\max}}{2}$

$\frac{H_{\max 2}}{H_{\max 1}} - ?$

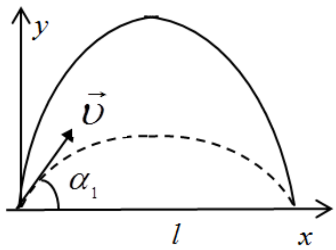


Рисунок 3

Виконаємо обчислення в СІ:

$$\frac{H_{\max 2}}{H_{\max 1}} = \left(\frac{\sin 75^\circ}{\sin 15^\circ}\right)^2 = \left(\frac{\sin(90^\circ - 15^\circ)}{\sin 15^\circ}\right)^2 = \left(\frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}\right)^2 = \frac{1}{\mathrm{tg}^2 15^\circ} = 13{,}93 \cdot$$

Дано:
$\alpha = 45°$
$l = 20$ см
$g = 9{,}8$ м/с²
$\upsilon_{\min} - ?$

Задача 2. Кулька рухається по колу з доцентровим прискоренням. Запишемо рівняння руху кульки в момент, коли вона проходитиме найвищу точку траєкторії B: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_н = m\vec{a}$. (1) (рис. 4).

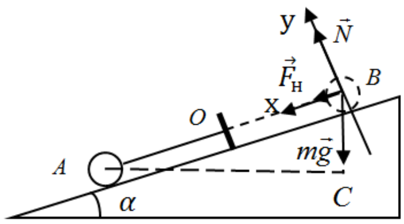


Рисунок 4

При мінімальній початковій швидкості кульки $\vec{\upsilon}_A$ сила натягу нитки, при проходженні кулькою точки B дорівнює нулю. Тоді рівняння руху кульки у проєкції на вісь ox має вигляд: $mg\sin\alpha = m\frac{\upsilon_B^2}{l}$ (2).

Запишемо закон збереження механічної енергії для діаметрально протилежних положень кульки A та B: $\frac{m\upsilon_A^2}{2} = \frac{m\upsilon_B^2}{2} + mg2l\sin\alpha$ (3). Із рівняння (2) знаходимо υ_B^2 і підставимо його у (3). $\upsilon_B^2 = gl\sin\alpha$. Тоді $\upsilon_A^2 = gl\sin\alpha + 4gl\sin\alpha = 5gl\sin\alpha$.

Остаточно $\upsilon_B = \sqrt{gl\sin\alpha}$, $\upsilon_A = \sqrt{5gl\sin\alpha}$.

Виконаємо обчислення в СІ: $\upsilon_B = \sqrt{\cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot \sin 45°} = \sqrt{9{,}8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 1{,}18\left(\frac{м}{с}\right)$,

$\upsilon_A = \sqrt{5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot \sin 45°} = \sqrt{9{,}8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 2{,}63\left(\frac{м}{с}\right)$.

Задача 3. Рівняння коливань тіла масою m на пружині: $-kx = ma$, $a = -\frac{kx}{m} = -\omega^2 x$ (1), $\frac{k}{m} = \omega^2$. $a = -\omega^2 x$. Із цього рівняння знаходимо циклічну частоту: $\omega^2 = -\frac{a}{x}$, $\omega = \sqrt{-\frac{a}{x}}$.

$\omega = \sqrt{-\frac{-80}{5}} = \sqrt{16} = 4(\text{с}^{-1})$.

Дано:
$m = 0{,}002$ кг
$x = 5$ см
$\upsilon = 0{,}2$ м/с
$a = 80$ см/с²
$\omega - ?$ $T - ?$ $A - ?$
$\varphi - ?$ $E - ?$

Період коливань $T = \frac{2\pi}{\omega}$. $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}(\text{с}) = 1{,}57$ с.

Під час коливань тіла на пружині виконується закон збереження механічної енергії. Вона дорівнює сумі потенціальної $E_п$ та кінетичної енергій $E_к$: $\frac{kx^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{kA^2}{2} + 0$, $x^2 + \frac{m}{k}\upsilon^2 = A^2$. Або: $x^2 + \frac{\upsilon^2}{\omega^2} = A^2$. Тоді

$A=\sqrt{x^2+\dfrac{\upsilon^2}{\omega^2}}$. Виконаємо обчислення:

$$A=\sqrt{0{,}05^2+\frac{0{,}2^2}{16}}=\sqrt{0{,}05^2+0{,}05^2}=0{,}05\cdot\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{20}\,(\text{м})=0{,}0707\ \text{м}.$$

Рівняння гармонічних коливань $x=A\sin\omega t$

Фазу коливань φ у заданий момент часу знаходимо із рівняння коливань: $\sin\omega t=\dfrac{x}{A}$, $\varphi=\omega t=\arcsin\left(\dfrac{x}{A}\right)$. $\varphi=\arcsin\dfrac{0{,}05\cdot 20}{\sqrt{2}}=\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\pi}{4}\,(\text{рад})$.

Знайдемо повну енергію E гармонічних коливань. $E=E_{\text{к}\max}=\dfrac{m\upsilon_{\max}^2}{2}=\dfrac{mA^2\omega^2}{2}$.

Виконаємо обчислення: $E=\dfrac{2\cdot 10^{-3}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{20}\cdot 4\right)^2}{2}=\dfrac{2\cdot 10^{-3}}{25}=8\cdot 10^{-5}\,(\text{Дж})=80\ \text{мкДж}$.

Дано:
m
n
I
a
$B-?$

Задача 4. Витки котушки мають форму квадрата. Нехай струм через витки, у які входить магнітне поле (права сторона), іде до нас (рис. 5). Згідно з правилом лівої руки, на цю сторону котушки буде діяти сила Ампера, напрямлена вниз, і притискатиме її до горизонтальної площини. На грань котушки, з якої виходить магнітне поле (струм у витках іде від нас), сила Ампера буде діяти вгору і підніматиме її. На інші дві грані (паралельні до площини рисунка) сила Ампера не діє. При певному значенні B котушка почне обертатися навколо нижнього ребра котушки, через яке проведемо вісь OO_1. Сила Ампера діє на кожен провідник, тому $F_A=nBIa$ (1).

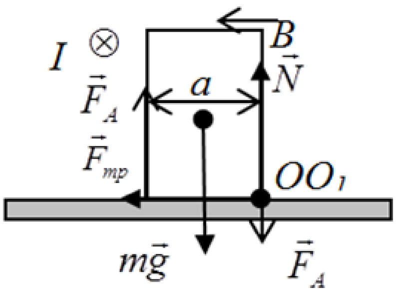


Рисунок 5

Запишемо умову рівноваги котушки відносно осі OO_1: $F_A a=mg\dfrac{a}{2}$, $2F_A=mg$. Враховуючи (1), маємо: $2nBIa=mg$. Звідси знаходимо: $B=\dfrac{mg}{2nIa}$.

Задача 5. Для побудови зображення точкового джерела використовуємо побічну оптичну вісь. Вибираємо промінь, який падає на крайню точку лінзи. Після заломлення у

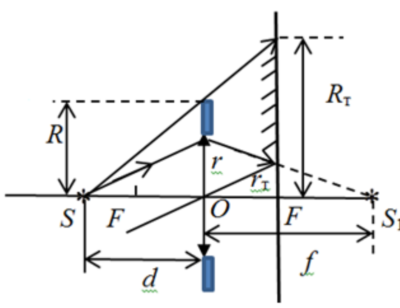


Рисунок 6

лінзі він проходить через побічний фокус і перетинає головну оптичну вісь. Ця точка і дає зображення джерела (рис. 6).

Тінь має форму кільця зі світлою серединою. Радіус світлого кільця і є внутрішнім радіусом кільця тіні. Запишемо формулу тонкої лінзи і знайдемо відстань від лінзи до зображення. $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$. Звідси знаходимо: $f=\frac{dF}{d-F}$ (1). Із подібних трикутників маємо: $\frac{r}{f}=\frac{r_т}{f-F}$ (2). Звідси: $r_т=\frac{f-F}{f}r=\left(1-\frac{F}{f}\right)r$. В останню формулу підставляємо (1). $r_т=\left(1-\frac{d-F}{d}\right)r=\frac{F}{d}r$.

Зовнішній радіус тіні знаходимо також із подібності трикутників: $\frac{R_т}{d+F}=\frac{R}{d}$. $R_т=\frac{(d+F)R}{d}$. Площа тіні

$$S_т=\pi R_т^2-\pi r_т^2=\pi\left(\frac{(d+F)^2R^2}{d^2}-\frac{F^2}{d^2}r^2\right)=\frac{\pi}{d^2}\left((d+F)^2R^2-F^2r^2\right).$$

1) Максимальна площа тіні отримується, коли точкове джерело перебуває у фокусі лінзи: Тоді $S_{т\max}=\frac{\pi}{F^2}\left((F+F)^2R^2-F^2r^2\right)=\pi\left(4R^2-r^2\right)$.

2) Мінімальна площа тіні отримується, коли точкове джерело перебуває на нескінченній відстані від лінзи. У цьому випадку на лінзу падає паралельний пучок променів, які збираються у фокусі на екрані. Радіус світлого круга дорівнює нулю. Зовнішній радіус тіні $R_т=R$. Тоді $S_{т\min}=\pi R^2$.

11 клас

Задача 1. Запишемо рівняння прискореного руху шайби вниз: $\vec{N}+m\vec{g}+\vec{F}_{тр}=m\vec{a}$.

Дано:
α
$\mu=bx$
$\upsilon_{\max}-?$
$S-?$

Спроєктуємо рівняння на координатні осі: $0y$: $N-mg\cos\alpha=0$ та $0x$: $mg\sin\alpha-F_{тр}=ma$ (рис. 7). Враховуючи, що $F_{тр}=\mu N=bx\,mg\cos\alpha,$ маємо: $mg\sin\alpha-bx\,mg\cos\alpha=ma$ (1). Звідси: $a=g(\sin\alpha-bx\cos\alpha)$. Шайба набуває максимальної швидкості при $a=0$. $0=g(\sin\alpha-bx\cos\alpha)$, $\sin\alpha-bx\cos\alpha=0$. Звідси: $x_1=\frac{\sin\alpha}{b\cos\alpha}=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{b}$. Оскільки прискорення шайби залежить від x за лінійним законом і зменшується від $a_0=g\sin\alpha$ до $a_1=0$, то $a_{ср}=\frac{g\sin\alpha}{2}$. Тоді $\upsilon_1^2=\upsilon_{\max}^2=2a_{ср}x_1=\frac{g\sin\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha}{b}$. Звідси: $\upsilon_{\max}=\sqrt{\frac{g\sin\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha}{b}}$. На другій

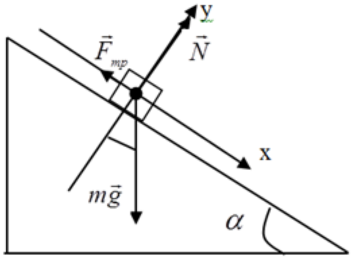


Рисунок 7

половині шляху шайба рухається сповільнено. Кінцеве прискорення $a_2 = -g\sin\alpha$. Весь пройдений тілом шлях: $S_m = = 2x_1 = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{b}$.

Задача 2. Рівняння гармонічних коливань: $x = A\sin\omega t$ (1). Закон зміни швидкості: $\upsilon = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t\,(2)$. Прискорення $a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x$ (3). Із рівняння (3) знаходимо циклічну частоту $\omega^2 = -\frac{a}{x}$, $\omega = \sqrt{-\frac{a}{x}}$. $\omega = \sqrt{-\frac{-80}{5}} = \sqrt{16} = 4\ \text{с}^{-1}$.

Дано:
m = 0,002 кг
x = 5 см
$\upsilon = 0{,}2$ м/с
$a = 80$ см/с^2

ω – ? T – ? A – ?
φ – ? E – ?

Період коливань $T = \frac{2\pi}{\omega}$. $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,(\text{с}) = 1{,}57\ \text{с}$.

Із рівняння (2) знаходимо: $\frac{\upsilon}{\omega} = A\cos\omega t\,(4)$. Підносимо рівняння (1) та (4) до квадрату і додаємо їх. Маємо: $x^2 + \frac{\upsilon^2}{\omega^2} = A^2$. Звідси: $A = \sqrt{x^2 + \frac{\upsilon^2}{\omega^2}}$. Виконаємо обчислення:

$$A = \sqrt{0{,}05^2 + \frac{0{,}2^2}{16}} = \sqrt{0{,}05^2 + 0{,}05^2} = 0{,}05\cdot\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{20}\,(\text{м}) = 0{,}0707\ \text{м}.$$

Фазу коливань φ у заданий момент часу знаходимо із рівняння коливань (1): $\sin\omega t = \frac{x}{A}$, $\varphi = \omega t = \arcsin\left(\frac{x}{A}\right)$. $\varphi = \arcsin\frac{0{,}05\cdot 20}{\sqrt{2}} = \arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}\,(\text{рад})$.

Знайдемо повну енергію E гармонічних коливань. Вона дорівнюватиме сумі кінетичної $E_к$ та потенціальної $E_п$: $E = E_{к\max} = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$.

Виконаємо обчислення: $E = \frac{2\cdot 10^{-3}\left(\frac{\sqrt{2}}{20}\cdot 4\right)^2}{2} = \frac{2\cdot 10^{-3}}{25} = 8\cdot 10^{-5}\,(\text{Дж}) = 80\ \text{мкДж}$.

Дано:
$h = 4$ см
$\varphi_1 = 70\ \%$
$P_a = 760$ мм рт. ст.

φ_2 – ?

Задача 3. Відносна вологість у першому та другому станах: $\varphi_1 = \frac{\rho_1}{\rho_н} = \frac{m}{V_1\rho_н}$, $\varphi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_н} = \frac{m}{V_2\rho_н}$. Тоді $\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{V_1}{V_2}$ (1).

За законом Бойля–Маріотта $p_1V_1 = p_2V_2$. Звідси: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$. Врахувавши формулу (1), отримаємо:

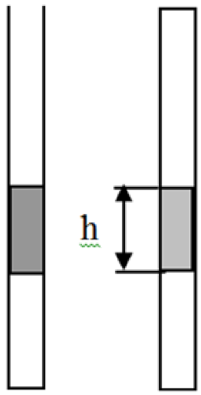


Рисунок 8

$\frac{\varphi_2}{\varphi_1}=\frac{p_2}{p_1}$ (2). У першому випадку тиск повітря в закритій частині трубки урівноважується тиском стовпчика ртуті та атмосферним тиском: $p_1 = p_a + \rho gh$.

У другому випадку атмосферний тиск $p_2 = p_a - \rho gh$ урівноважується тисками стовпчиків ртуті та повітря (рис. 8), тому: $p_a = p_2 + \rho gh$. Підставивши вирази для тисків у формулу (2), маємо: $\frac{\varphi_2}{\varphi_1}=\frac{p_a-\rho gh}{p_a+\rho gh}$. Звідси: $\varphi_2=\varphi_1\frac{p_a-\rho gh}{p_a+\rho gh}$. Тиски можемо підставляти у сантиметрах ртутного стовпа.

$$\varphi_2 = 70\frac{76-4}{76+4}=\frac{70\cdot 72}{80}=63\,(\%).$$

Дано:
$d = 5$ м
$t_0 = 0\ ^\circ\text{C}$
$p_0 = 760$ мм рт. ст.
$k = 0{,}0104\ \frac{\text{мг}}{\text{Кл}}$
$M = 2\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
$R = 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$

$q - ?$

Задача 4.

При проходженні струму через підкислену воду виділяється водень. Його масу знайдемо за першим законом для електролізу: $m = kq$ (1), де k – електрохімічний еквівалент, q – заряд, який пройшов через електроліт. Стан водню в кулі описується рівнянням Менделєєва–Клапейрона: $p_0V=\frac{m}{M}RT_0$, де M – молярна маса водню H_2, $T_0 = t_0 + 273$ – абсолютна температура. Враховуючи (3), маємо: $p_0V=\frac{kq}{M}RT_0$. Звідси: $q=\frac{Mp_0V}{kRT_0}$. Об'єм кулі $V=\frac{\pi d^3}{6}$. Тоді $q=\frac{Mp_0\pi d^3}{6kRT_0}$.

Виконаємо обчислення в СІ:

$$q=\frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 101325\cdot 3{,}14\cdot 5^3}{6\cdot 0{,}0104\cdot 10^{-6}\cdot 8{,}31\cdot 273}=561{,}9\cdot 10^6\ (\text{Кл}) = 561{,}9\ \text{МКл}.$$

Задача 5.

Дано:
$U_з = 156$ В
$U = 220$ В
$U_г = 65$ В
$t = 1$ хв
$\nu = 50$ Гц

$n - ?$
$\Delta t - ?$

Частота спалахів лампи $n = 2\nu = 100\ c^{-1}$. Виберемо початок відліку часу так, щоб напруга в мережі змінювалася за законом $u = U_{\max}\sin\omega t$, де $U_{\max}=\sqrt{2}\cdot 220 = 311$ В. Неонова

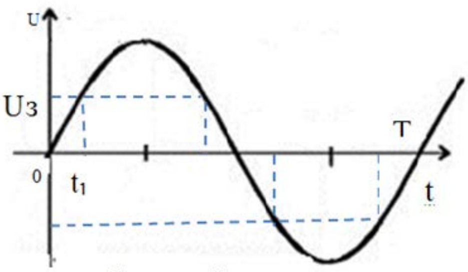


Рисунок 9

лампа горить, коли $u > U_з$. Лампа загоряється у момент часу t_1, для якого $U_з = U_{max}\sin\omega t_1$ (рис. 9). Звідси знаходимо: $t_1 = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{U_з}{U_{max}} = \frac{1}{2\pi\nu}\arcsin\frac{U_з}{U_{max}}$ (1). Як видно із графіка, час горіння лампи протягом періоду $\tau = T - 4t_1$. Знайдемо число періодів протягом часу $t = 1$ хв. $N = \frac{t}{T} = t\cdot\nu$. Тоді час горіння лампи $\Delta t = N\tau = t\nu(T - 4t_1)$. Підставляючи в останнє рівняння (1), знаходимо шуканий час: $\Delta t = N\tau = t\nu\left(T - 4\frac{1}{2\pi\nu}\arcsin\frac{U_з}{U_{max}}\right)$. $\Delta t = t\nu\left(T - \frac{2}{\pi\nu}\arcsin\frac{U_з}{U_{max}}\right) = t\left(1 - \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{U_з}{U_{max}}\right)$.

Виконаємо обчислення в СІ: $\Delta t = 60\left(1 - \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{156}{311}\right) = 60\left(1 - \frac{2}{\pi}\frac{\pi}{6}\right) = 60\cdot\frac{2}{3} = 40\ (\text{с})$.

2.7. ІІ тур Волинської учнівської Інтернет-олімпіади з фізики 2021 р.

7 клас

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3. Нехай *M* – маса снігу в повністю заповненому бункері, *t* – час заповнення бункера, *l*– шлях, який проходить комбайн. За час *t*:$m_д$ – маса снігу, яку збирає комбайн із дороги до того як по ній проїхав самоскид, а m_c – маса снігу, який висипається із самоскида. Тоді $M = m_д + m_c$ (1); $m_д = l\lambda$ (2); $m_c = \mu t$ (3); $t = \frac{l}{\upsilon_1}$ (4); $m_c = \mu\frac{l}{\upsilon_1}$ (5). Врахувавши (2) і (5), формула (1) набере вигляду: $M = l\lambda + \mu\frac{l}{\upsilon_1} = l(\lambda + \frac{\mu}{\upsilon_1})$ (6). Час заповнення бункера збільшився у два рази, то й відповідно *l* збільшується вдвічі: $l_2 = 2l$ (7), а швидкість самоскида зросла у 3 рази, тому формулу (6) можна записати у вигляді: $M = 2l(\lambda + \frac{\mu}{3\upsilon_1})$ (8). Прирівнявши (6) та (8), отримаємо: $l(\lambda + \frac{\mu}{\upsilon_1}) = 2l(\lambda + \frac{\mu}{3\upsilon_1})$. Звідси: $\lambda = \frac{\mu}{3\upsilon_1}$.

Задача 4.

Експериментальне завдання: На гвіздку біля головки робимо коректором білу мітку. Кладемо гвіздок міткою вгору на смужку паперу так, щоб риска співпадала із віссю гвіздка. Прокочуємо гвіздок по смужці доти, поки при певному цілому числі обертів n_1 вісь гвіздка не співпаде із рискою на смужці. Фіксуємо відстань, яку прокотився гвіздок - $k_1 a$, *a*- відстань між сусідніми рисками. Аналогічні дії виконуємо із другим гвіздком і знаходимо n_2 та $k_2 a$.

Записуємо дві рівності: $n_1 l_1 = k_1 a$ (1). Оскільки довжина кола пропорційна діаметру $l_1 = \pi d_1$, то співвідношення (1) набуває вигляду: $n_1 \pi d_1 = k_1 a$ (2). Аналогічно запишемо для другого гвіздка: $n_2 \pi d_2 = k_2 a$ (3). Поділимо отримані рівняння $\frac{n_2 d_2}{n_1 d_1} = \frac{k_2}{k_1}$. Звідки знаходимо: $\frac{d_2}{d_1} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}$.

Наводимо варіант виконання вимірювань та обчислень.

8 клас

Задача 1. Див. розв'язування задачі 1 для 7 класу.

Задача 2. Через певний час перестають змінюватися об'єм води у раковині та її температура. Вода у раковині отримує від гарячої води кількість теплоти: $Q_1 = cm(t_1 - t) = c\mu\tau(t_1 - t)$, де τ - проміжок часу.

За цей час τ вода передає навколишньому повітрю кількість теплоти: $Q_2 = q\tau = kS(t - t_0)\tau =$
$= 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)(t - t_0)\tau$.

Дано:
$t_0 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$
$\mu = 0{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{с}}$
$a \times b = 30\ \text{см} \times 30\ \text{см}$
$t_1 = 54\ ^\circ\mathrm{C}$
H= 10 см
$k = 0{,}3\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ\mathrm{C}}$
$c_в = 4200\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\mathrm{C})$
t -?

Прирівнюючи $Q_1 = Q_2$, знайдемо температуру *t*.

$c\mu\tau(t_1 - t) = 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)(t - t_0)\tau$.

$c\mu t_1 - c\mu t = 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)t - 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)t_0$

$c\mu t_1 + 2k(a \cdot b + (a+b)H)t_0 = 2k(a \cdot b + (a+b)H)t + c\mu t$;

$$t = \frac{c\mu t_1 + 2k(a \cdot b + (a+b)H)t_0}{c\mu + 2k(a \cdot b + (a+b)H)}.$$

$$t = \frac{4200 \cdot 10^{-4} \cdot 54 + 2 \cdot 0{,}3(0{,}3 \cdot 0{,}3 + (0{,}3 + 0{,}3) \cdot 0{,}1)20}{4200 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 0{,}3(0{,}3 \cdot 0{,}3 + (0{,}3 + 0{,}3) \cdot 0{,}1)} =$$

$$= \frac{22{,}68 + 1{,}8}{0{,}42 + 0{,}09} = \frac{24{,}48}{0{,}51} = 48\ ({}^\circ\mathrm{C})$$

Задача 3. Див. розв'язування задачі 3 для 7 класу.

Задача 4. З графіка можна визначити *F₀*=10 Н, *h₀*=0,1 м. Врахуємо, що сила F складається з двох протилежних за напрямом сил: сили тяжіння mg сили Архімеда $\rho_0 gSh$, тобто $F = mg - \rho_0 gSh$. Звідси отримуємо:

$$F = mg - \rho_0 gSh = F_0 - \frac{F_0 h}{h_0}.$$

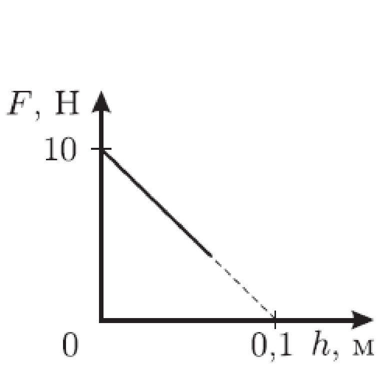


Рис. 2

При h=0, $mg = F_0$, $m = \frac{F_0}{g} = \frac{10\ \text{Н}}{10\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}} = 1\ \text{кг}$.

Після цього, при h≠0 з написаного рівняння слідує, що $\rho_0 g S = \frac{F_0}{h_0}$.

Визначаємо звідси площу основи циліндра $S = \frac{F_0}{\rho_0 g h_0} = 0{,}01 \quad (\text{м}^2)$.

9 клас

Задача 1. Див. розв'язування задачі 1 для 7 класу.

Задача 2. Див. розв'язування задачі 2 для 8 класу.

Задача 3. Див. розв'язування задачі 3 для 7 класу.

Дано:
$U_1 = 55\ B$
$t_1 = 55\ ^\circ C$
$U_2 = 110\ B$
$t_2 = 110\ ^\circ C$
$U_3 = 220\ B$

$t_3 - ?$

Задача 4. Так як плитка нагрівається до певної максимальної температури, то потужність плитки рівна кількості теплоти, що вона віддає в навколишнє середовище за одиницю часу при найвищій температурі. Одержимо:

$\frac{U_1^2}{R} = A(t_1 - t_0)$; $\frac{U_2^2}{R} = A(t_2 - t_0)$; $\frac{U_3^2}{R} = A(t_3 - t_0)$;

$$\begin{cases} \dfrac{U_2^2}{U_1^2} = \dfrac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0}, \\ \dfrac{U_3^2}{U_1^2} = \dfrac{t_3 - t_0}{t_1 - t_0}; \end{cases}$$

З першого рівняння знаходимо температуру навколишнього середовища $t_0 : U_2^2 t_1 - U_2^2 t_0 = U_1^2 t_2 - U_1^2 t_0$;

$t_0 = \frac{U_2^2 t_1 - U_1^2 t_2}{U_2^2 - U_1^2} = 36{,}7^0 C$; Тоді з другого рівняння знайдемо шукану температуру t_3:

$$t_3 = t_0 + \frac{U_3^2}{U_1^2}(t_1 - t_0) = 329{,}5^0 C \approx 330^0 C;$$

Відповідь: 330^0C.

10 клас

Дано:
L=6,75 м
h= 1,9 м
H=3,048 м
$\alpha = 45^\circ$

$\upsilon_0 - ?$

Задача 1. М'яч починає рух під кутом α до горизонту з початковою швидкістю υ_0 з висоти h.

Запишемо закон руху м'яча

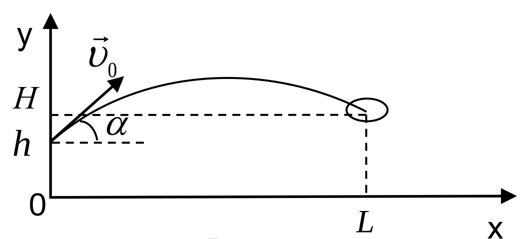


Рисунок 1

відповідно до вибраної системи координат.

$$x=\upsilon_0\cos\alpha\cdot t\,;\; y=h+\upsilon_0\sin\alpha\cdot t-\frac{gt^2}{2}.$$

Виключаючи із системи час t і підставляючи координати м'яча у центрі кільця: $x=L$ та $y=H$, отримуємо рівняння, до якого входить шукана початкова швидкість υ_0. $H=h+Ltg\alpha-\dfrac{gL^2}{2\upsilon_0^2\cos^2\alpha}$

Звідси знаходимо початкову швидкість:

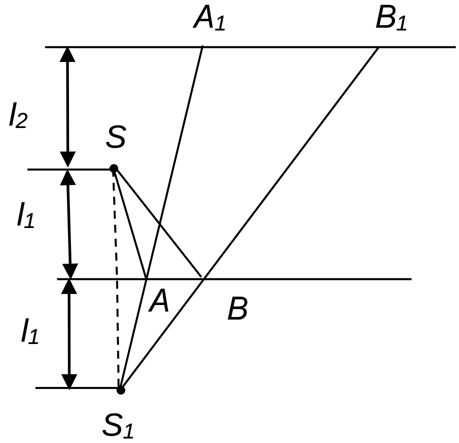
$$\upsilon_0^2=\frac{gL^2}{2\cos^2\alpha\left(Ltg\alpha+h-H\right)}.\;\upsilon_0=\frac{L}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2\left(Ltg\alpha+h-H\right)}}$$

Виконаємо обчислення в СІ:

$$\upsilon_0=\frac{6{,}75}{\cos45^\circ}\sqrt{\frac{9{,}8}{2\left(6{,}75\cdot tg45^\circ+1{,}9-3{,}048\right)}}=8{,}93\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 2. Див. розв'язування задачі 4 для 9 класу.

Задача 3. Як видно з рисунка зображення нитки розжарювання лампочки знаходиться на відстані $L=2l_1+l_2$. $L=2\cdot0{,}6+1{,}8=3\,(м)$. Як видно з рисунка зайчик має форму трикутника, розміри якого у 5 разів більші: 25 см, 30 см, 35 см.



Дано:
A=1 см
t = 4 с
$\nu_{\max}-?$, $S-?$

Задача 4. Брусок не відриватиметься від дошки, коли прискорення його руху рівне прискоренню дошки. У граничному випадку у найвищій точці брусок не тисне на дошку: $mg=ma_{\max}$. $a_{\max}=A\omega^2=A\cdot4\pi^2\nu_{\max}^2$.

$$\nu_{\max}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{A}}.\;\nu_{\max}=\frac{1}{2\cdot3{,}14}\sqrt{\frac{9{,}8}{1\cdot10^{-2}}}=4{,}98\,(\text{Гц}).$$

За одне коливання брусок проходить шлях у $S_1=4A$. Тоді шлях, який пройде брусок за час *t:* $S=NS_1=4AN=4A\nu_{\max}t$. Виконаємо обчислення: $S=4\cdot1\cdot4{,}98\cdot4=79{,}68\,(\text{см})\approx79{,}7\,см.$

Експериментальне завдання. 1) Неоднакові маси чашок терезів, а довжини пліч коромисла однакові.

Виконаємо зважування тіла два рази: один раз помістимо його на ліву чашку терезів, а другий раз − на праву. Так як терези зрівноважені, то ми можемо записати умову рівноваги для першого зважування: $Mg+m_{1ч}g=m_1g+m_{2ч}g$, (1) де M − маса тіла, $m_{1ч}$, $m_{2ч}$ − маси першої і другої чашок відповідно. При цьому було враховано, плечі коромисла терезів однакові и тому рівність моментів звелося до рівності сил. Тоді із (1) отримаємо

$M + m_{1ч} = m_1 + m_{2ч}$, (2)

Аналогічно при другому зважуванні отримаємо умову рівноваги:

$M + m_{2ч} = m_2 + m_{1ч}$, (3)

додаючи рівняння (2) і (3), знаходимо масу тіла:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{2} \quad (4).$$

2) Неоднакові довжини пліч коромисла терезів, а маси чашок однакові. Масою коромисла нехтуємо.

Виконаємо зважування тіла два рази: один раз помістимо його на ліву чашку терезів, а другий раз − на праву. Запишемо умову рівноваги терезів для першого зважування:

$(M + m_ч)l_1 = (m_1 + m_ч)l_2$ (5),

де l_1, l_2 − довжини лівого та правого пліч відповідно.

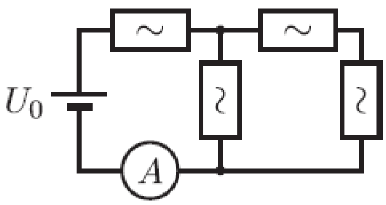
Запишемо умову рівноваги терезів для другого зважування:

$(M + m_ч)l_2 = (m_1 + m_ч)l_1$ (6)

Додаємо рівняння (5) та (6) і знаходимо масу тіла: $M = \dfrac{m_1 l_2 + m_2 l_1}{l_1 + l_2}$ (7)

11 клас

Задача 1. Див. розв'язування задачі 1 для 10 класу.



*Р*ис.2.

Задача 2. Пронумеруємо нелінійні елементи так, як показано на малюнку. Нехай U_2 - напруга на нелінійному елементі 2, тоді на кожному з послідовно з'єднаних елементів 3 і 4 падає напруга $U_3 = U_4 = \frac{U_2}{2}$. Відповідно, сила струму, що проходить через елемент 2, рівна $I_2 = \alpha U_2^2$, а сила струму, який проходить через елементи 3 і 4, рівна $I_3 = \frac{\alpha U_2^2}{4}$. Тому сила струму, який проходить через амперметр, батарейку і елемент 1, рівна $I_1 = I_2 + I_3 = \frac{5\alpha U_2^2}{4}$.

Напруга на елементі 1 визначається із співвідношення $I_1 = \alpha U_1^2$, звідки $U_1 = \sqrt{\frac{I_1}{\alpha}} = \frac{\sqrt{5}}{2} U_2$

Таким чином, напруга на батарейці рівна $U_0 = U_1 + U_2 = \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{2}\right) U_2$,

Звідки $U_2 = \dfrac{U_0}{1 + \frac{\sqrt{5}}{2}}$, . $I_1 = \alpha U_0^2 \dfrac{5}{4\left(1 + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \dfrac{5\alpha U_0^2}{9 + 4\sqrt{5}} = 5\left(9 - 4\sqrt{5}\right)\alpha U_0^2$.

I_{max}=?
B_{max}=10 мТл=0,01 Тл
ω=100 с$^{-1}$
a=20 см=0,2 м
b=10 см=0,1 м
ρ=50 мОм/м=0,05 Ом/м

Задача 3. ЕРС індукції, яка виникає в частинах контуру $\varepsilon_i = -\Phi' = -(BS)'$; $\varepsilon_a = -\omega B_{\max} a^2 \cos\omega t$; $\varepsilon_b = -\omega B_{\max} b^2 \cos\omega t$

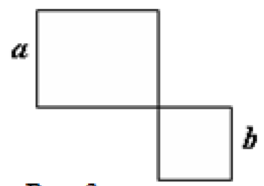


Рис.3.

Вони протидіють одна одній і сумарна ЕРС: $\varepsilon_i = -\omega B_{\max}(a^2 - b^2)\cos\omega t$

Максимальне значення сили струму в контурі:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{R} = \frac{\omega B_{\max}(a^2 - b^2)}{4\rho(a + b)} = \frac{\omega B_{\max}(a - b)}{4\rho} = 0{,}5(A)$$

Дано:
L=0,3 мГн
C= 2 мкФ
q_{max}=44 мкКл
$We = W_м$

$q = f(t) - ?$ $I = f(t) - ?$
$t_{\min} - ?$ $I_t - ?$ $U_t - ?$

Задача 4. У початковий момент часу конденсатор заряджений, тому гармонічні коливання заряду: $q = q_{\max}\cos\omega t$ (1). Сила струму в котушці: $I = \dfrac{dq}{dt} = -q_{\max}\omega\sin\omega t$ (2).

Циклічна частота $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$. Прирівняємо миттєві значення енергій електричного поля конденсатора та магнітного поля котушки: $\dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{LI^2}{2}$, або $q^2 = LC \cdot I^2$. Враховуючи (1) та (2) маємо: $q_{\max}^2 \cos^2\omega t = LC \cdot q_{\max}^2 \omega^2 \sin^2\omega t$. $\omega^2 = \dfrac{1}{LC}$. Отже, $tg^2\omega t = 1$, $\omega t = \dfrac{\pi}{4}$.

Шуканий момент часу $t = \dfrac{\pi}{4\omega} = \dfrac{\pi\sqrt{LC}}{4}$. Виконаємо обчислення $t = \dfrac{\pi\sqrt{4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}}{4} = \dfrac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-5}\,(c)$. Сила струму у цей момент:

$$I_t = -\frac{q_{\max}}{\sqrt{LC}}\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{44 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{22 \cdot 10^{-6}\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \cdot 10^{-5}} = -1{,}1\,(A).$$

Напруга на пластинах конденсатора: $U_t = \dfrac{q}{C} = \dfrac{q_{\max}}{C}\cos\omega t = \dfrac{q_{\max}}{C}\cos\dfrac{\pi}{4}$.

$$U_t = \frac{44 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 11\sqrt{2}\,(B) \approx 15{,}6\ B.$$

Експериментальне завдання. Необхідно помістити мензурку у воду отвором донизу. За нормального атмосферного тиску p_0 повітря в посудині займає об'єм $V_1 = Sl$, де l її довжина, S – площа поперечного перерізу. Занурившись до дна водоймища аквалангісту необхідно відзначити положення рівня води у мензурці і визначити об'єм повітря в ній: $V_2 = Sl_2$. Тиск повітря біля дна буде становити: $p_0 + \rho gh$, де h- глибина озера, ρ- густина води, g- прискорення вільного падіння. Застосувавши закон Бойля-Маріотта до повітря у мензурці отримаємо:

$p_0 Sl = (p_0 + \rho gh) l_2 S$. Звідси $h = \dfrac{p_0 (l - l_2)}{\rho g l_2}$.

Для обчислення відносної похибки скористаємося співвідношенням:

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta p_0}{p_0} + \frac{\Delta l + \Delta l_2}{l - l_2} + \frac{\Delta l_2}{l_2}$$

Похибка вимірювань буде мінімальною, коли температура повітря буде найменше відрізнятись від температури води і буде однаковою по всій глибині озера. Це має місце при температурі $t = 4\ ^\circ C$.

2022 р.

Розв'язування задач 7 класу

Задача 1. Нехай l_1 та l_2 шлях, який пропливе хлопчик та дівчинка відносно берега від місця старту до розвороту. Враховуючи вимоги умови задачі запишемо:

$l_1 = (\upsilon_1 - \upsilon)t$ (1)

$l_2 = (\upsilon_2 + \upsilon)t$ (2)

Для руху хлопчика й дівчинки після розвороту:

$l_1 = (\upsilon_1 + \upsilon)\dfrac{t}{2}$ (3)

$l_2 = (\upsilon_2 - \upsilon)2t$ (4)

Прирівнявши (1) і (3) отримаємо:

$(\upsilon_1 + \upsilon)\dfrac{t}{2} = (\upsilon_1 - \upsilon)t$ (5)

З рівняння (5) отримаємо: $\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon} = 3$ (6)

Прирівнявши (2) і (4) отримаємо:

$(\upsilon_2 + \upsilon)t = (\upsilon_2 - \upsilon)2t$ (7)

З рівняння (7) отримаємо: $\frac{\upsilon_2}{\upsilon} = 3$ (8)

Поділивши (6) на (8) отримаємо: $\upsilon_2 = \upsilon_1$

Задача 2. Нехай N – загальна кількість вболівальників, які через прохідну:

$N = \frac{8}{1\,\text{хв}} \cdot 40\,\text{хв} = 320$ осіб.

Нехай N_2Кількість нових вболівальників, які стали в чергу за 40 хвилин: $N_2 = \frac{4}{1\,\text{хв}} \cdot 40\,\text{хв} = 160$ осіб.

Отже, N_1 кількість вболівальників, які були в черзі: $N_1 = N - N_2 = 160$ осіб. Якщо, відстань, яку займає один вболівальник у черзі становитиме $\frac{l}{N_1}$, то швидкість руху вболівальників у черзі визначимо, як: $\upsilon = \frac{8}{1\,\text{хв}}\frac{l}{N_1} = \frac{8}{1\,\text{хв}}\frac{80\,\text{м}}{160} = 4\frac{\text{м}}{\text{хв}}$

Задача 3. Об’ємна витрата води під час витікання з першого та другого кранів становить $\frac{V_1}{t_1}$та $\frac{V_2}{t_2}$ відповідно. Якщо відкрити два крани одночасно, то об’ємна витрата води становитиме $\frac{V_3}{t_3}$

Очевидно, що $\frac{V_3}{t_3} = \frac{V_1}{t_1} + \frac{V_2}{t_2}$. З останнього рівняння знайдемо невідомий час: $t_3 = \frac{t_1 t_2}{V_1 t_2 + V_2 t_1} V_3$; $t_3 = \frac{100\,\text{с} \cdot 24\,\text{с}}{10\,\text{л} \cdot 24\,\text{с} + 3\,\text{л} \cdot 40\,\text{с}} 4{,}5\,\text{л} = 20\,\text{с}$

Задача 4. З графіка видно, що весь шлях становить $l = 50\,\text{км}$. Перша половина буде складатися з трьох ділянок: $l_1 = 10\,\text{км}, l_2 = 10\,\text{км}, l_3 = 5\,\text{км}$, друга з двох ділянок: $l_3 = 15\,\text{км}, l_4 = 10\,\text{км}$. Швидкості руху на цих ділянках будуть становити $\upsilon_1 = 10\,\frac{\text{км}}{\text{год}}, \upsilon_2 = 40\,\frac{\text{км}}{\text{год}}, \upsilon_3 = 20\,\frac{\text{км}}{\text{год}}, \upsilon_4 = 20\,\frac{\text{км}}{\text{год}}, \upsilon_5 = 50\,\frac{\text{км}}{\text{год}}$відповідно. Час руху на цих ділянках t_1, t_2, t_3, t_4, t_5відповідно. Очевидно, що:

$t_I = t_1 + t_2 + t_3$ (1) а $t_{II} = t_4 + t_5$ (2), де t_I та t_{II} час руху на першій та другій половинах всього шляху. Визначимо t_I та t_{II}:

$$t_I = \frac{10\,\text{км}}{10\,\frac{\text{км}}{\text{год}}} + \frac{10\,\text{км}}{40\,\frac{\text{км}}{\text{год}}} + \frac{5\,\text{км}}{20\,\frac{\text{км}}{\text{год}}} = 1{,}5\,\text{год}$$

$$t_{II} = \frac{15\,\text{км}}{20\,\frac{\text{км}}{\text{год}}} + \frac{10\,\text{км}}{50\,\frac{\text{км}}{\text{год}}} = 0{,}95\,\text{год}$$

$$\frac{t_I}{t_{II}} = \frac{1{,}5\,\text{год}}{0{,}95\,\text{год}} \approx 1{,}58$$

Задача 5. Нехай υ_1 та υ_2 швидкості руху Славка відносно землі у першому та другому випадках а R - радіус каруселі.

$$\upsilon_1 = \frac{2\pi \cdot R}{t_1} \quad (1)$$

$$\upsilon_1 = \frac{2\pi \cdot R}{t_2} \quad (2)$$

Оскільки Славко рухається в напрямку руху каруселі, то відносно землі його швидкість становитиме $\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2$ (3). З іншого боку $\upsilon = \frac{2\pi \cdot R}{t}$ (4), де t - час одного повного оберта у третьому випадку.

Підставивши (1), (2), (4) в (3) отримаємо:

$$\frac{2\pi \cdot R}{t} = \frac{2\pi \cdot R}{t_1} + \frac{2\pi \cdot R}{t_2};$$

$\frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$. З останнього рівняння: $t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$; $t = \frac{8\,\text{с} \cdot 12\,\text{с}}{8\,\text{с} \cdot 12\,\text{с}} = 4{,}8\,\text{с}$

Розв'язування задач 8 класу

Задача 1. Див. розв. Задачі 1 для 7 кл.

Задача 2. Очевидно, що об'єм води, яку наливають у посудину становить $V_2 = 300\ \text{см}^3$

Визначимо кількість теплоти, яку віддасть вода при охолодженні до $0\,°\text{C}$:

$Q_1 = c \cdot m(t_в - t)$ (1)

$Q_1 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\ ^{o}\text{C}} \cdot 0{,}3\,\text{кг} \cdot 80\ ^{o}\text{C} = 10800\,\text{Дж}$

Визначимо масу льоду, яку можна розплавити за рахунок цієї кількості теплоти:

$m_1 = \frac{Q_1}{\lambda}$ (2)

$m_1 = \frac{10800\,\text{Дж}}{336000\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \approx 0{,}0321\,\text{кг}$. Об'єм води, яка утвориться з цієї частини льоду становитиме:

$V_1 = \frac{m_1}{\rho_o}$ (2) ;

$V_1 = \frac{32{,}1\,\text{г}}{1\frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 32{,}1\,\text{см}^3$.

Оскільки об'єм посудини 1 л, то це означає, що не весь лід розтане, тому після настання теплової рівноваги в посудині буде лід та вода при $0\,^{\circ}\text{C}$.

Отже, об'єм льоду, який буде міститися у посудині становитиме:

$V_л = 1000\,\text{см}^3 - 300\,\text{см}^3 - 32{,}1\,\text{см}^3 \approx 668\,\text{см}^3$

Задача 3. Нехай k - жорсткість лівої пружини, F_1 та F_2 сили пружності у лівій та правій пружинах відповідно.

Запишемо умови рівноваги стрижня:

$F_1 L = Mg\frac{L}{2} + mgd$ (1)

$F_1 + F_2 = Mg + mg$ (2)

Очевидно, що $F_1 = kx$ (3) $F_2 = 3kx$ (4)

Врахувавши (3) та (4), рівняння (1) та (2) наберуть вигляду:

$kxL = Mg\frac{L}{2} + mgd$ (5)

$kx + 3kx = Mg + mg$ (6)

$4kx = Mg + mg$ (7)

З рівняння (5): $kx = \frac{1}{2}Mg + \frac{mgd}{L}$ (8)

Підставивши (8) у (7) отримаємо: $\frac{4}{2}Mg + 4\frac{mgd}{L} = Mg + mg$ (9)

З останнього рівняння знайдемо масу вантажу: $m = \frac{ML}{L - 4d}$ (10)

$$m = \frac{2\,\text{кг} \cdot 0{,}4\,\text{м}}{0{,}4\,\text{м} - 4 \cdot 0{,}05\,\text{м}} = 4\,\text{кг}$$

Задача 4. Нехай m – маса ведмежатка, S_1– площа крижини, ρ– густина води. Після того, як ведмежатко стало на крижину, глибина її занурення збільшилася й цей випадок можна описати рівнянням: $mg = \rho \cdot g \cdot S_1 h_1$ (1).

Після того, як від крижини відламалася її частина: $mg = \rho \cdot g(S_1 - S) \cdot (h_1 + h_2)$ (2)

З формули (1) визначимо площу крижини й підставимо в (2):

$$m = \rho \cdot (\frac{m}{\rho \cdot h_1} - S) \cdot (h_1 + h_2) \quad (3)$$

$$m = \rho \frac{m}{\rho \cdot h_1} h_1 + \rho \frac{m}{\rho \cdot h_1} h_2 - \rho S h_1 - \rho S h_2;$$

$$m = \rho \cdot S \cdot (h_1 + h_2) \frac{h_1}{h_2};$$

$$m = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} 0{,}9\,\text{м}^2 \cdot 0{,}136\,\text{м} \cdot \frac{0{,}08\,\text{м}}{0{,}056\,\text{м}} \approx 175\,\text{кг}$$

Задача 5. Див. розв. Задачі 2 для 7 кл.

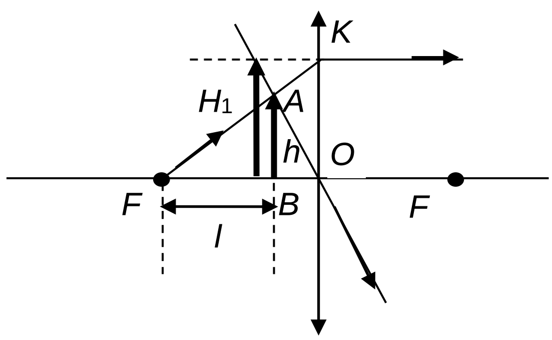
Розв'язування задач 9 класу

Задача 1. Див. розв. Задачі 1 для 7 кл.

Задача 2. Див. розв. Задачі 2 для 8 кл.

Задача 3. Див. розв. Задачі 3 для 8 кл.

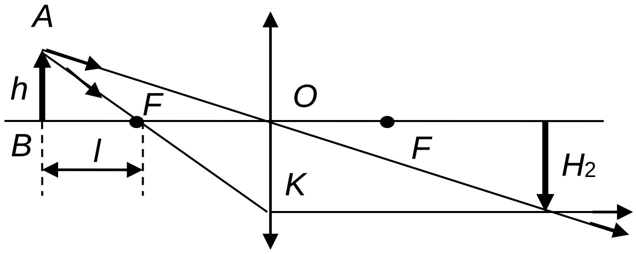
Задача 4. Оскільки одне зображення є перекинутим, то лінзи збиральні. Пряме зображення є уявним і отримується у випадку, коли предмет знаходиться між лінзою та фокусом. Виконаємо побудову зображення для першого випадку (рис.). З рисунка видно, що висота зображення $H_1 = KO$. З



подібності трикутників *KOF* і *ABF* знаходимо: $\frac{KO}{OF}=\frac{AB}{BF}$ або $\frac{H_1}{F}=\frac{h}{l}$. Звідси $H_1=\frac{F}{l}h$.

Виконаємо побудову зображення для дійсного перевернутого зображення (рис.). У цьому випадку свічка знаходиться обов'язково між фокусом та подвійним фокусом, бо $l<F$.

З рисунка видно, що висота зображення $H_2=KO$. З подібності трикутників *KOF* і *ABF* знаходимо: $\frac{KO}{OF}=\frac{AB}{BF}$ або $\frac{H_2}{F}=\frac{h}{l}$. Звідси $H_2=\frac{F}{l}h$. Отже, $H_2=H_1$ або $\frac{H_1}{H_2}=1$.



Задачу можна розв'язати і з використанням формули тонкої лінзи.

1) Для прямого уявного зображення: $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$, $d=F-l$, $\frac{1}{f}=\frac{1}{F-l}-\frac{1}{F}$,

$f=\frac{(F-l)F}{l}$. Збільшення $\frac{H_1}{h}=\frac{f}{d}=\frac{F}{l}$.

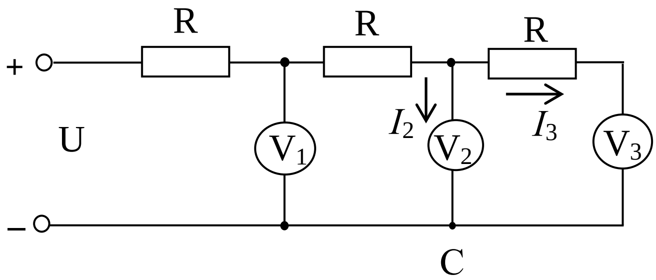
2) Для перевернутого дійсного зображення: $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$, $d=F+l$,

$\frac{1}{f}=\frac{1}{F}-\frac{1}{F+l}$, $f=\frac{(F+l)F}{l}$. Збільшення $\frac{H_2}{h}=\frac{f}{d}=\frac{F}{l}$. Отже, $H_2=H_1$

Задача 5.

Дано:
$U_1=10\,B$
$U_3=8\,B$
U_2-?

Вольтметр показує спад напруги на ділянці кола, до якої він під'єднаний паралельно:



$U_2=I_3(R+R_V)$ (1), $U_1=U_2+(I_2+I_3)R$ (2).

Він також показує спад напруги на самому собі:

$U_3=I_3R_V$ (3), $U_2=I_2R_V$ (4).

Рівняння (1-4) містять 5 невідомих. Знайдемо сили струмів I_2, I_3 з рівнянь (3) та (4) і підставимо в рівняння (1) та (2).

$$U_2 = \frac{U_3}{R_V}\left(R + R_V\right), \qquad U_1 = U_2 + \left(\frac{U_2}{R_V} + \frac{U_3}{R_V}\right)R. \quad \text{Або} \quad U_2 = U_3\left(\frac{R}{R_V} + 1\right) \quad (5),$$

$U_1 = U_2 + \left(U_2 + U_3\right)\frac{R}{R_V}$ (6). Розв’язуємо рівняння (5) і (6) як систему:

$$\frac{R}{R_V} = \frac{U_1 - U_2}{U_2 + U_3}, \qquad U_2 = U_3\left(\frac{U_1 - U_2}{U_2 + U_3} + 1\right), \qquad U_2 = U_3 \cdot \frac{U_1 + U_3}{U_2 + U_3}, \qquad U_2\left(U_2 + U_3\right) = U_3\left(U_1 + U_3\right).$$

Отримуємо квадратне рівняння відносно U_2:

$$U_2^2 + U_3 U_2 - U_3\left(U_1 + U_3\right) = 0$$

Перейдемо до рівняння з числовими коефіцієнтами:

$$U_2^2 + 8U_2 - 144 = 0$$

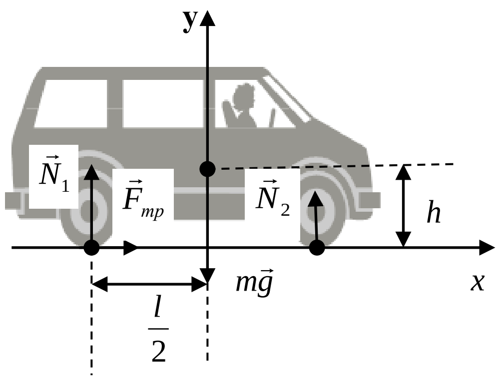
$$U_2 = -4 + \sqrt{16 + 144} = -4 + \sqrt{160} = -4 + 12{,}65 = 8{,}65(B)$$

Розв’язування задач 10 класу

Дано:
$h = 50\ см$
$l = 343 см$
$\mu_к = 0{,}6$
$\mu_c = 0{,}7$
$t = 4{,}5\ c$
$\tau = 0{,}75\ c$
$g = 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$a, \upsilon, S - ?$

Задача 1. Позначимо усі сили, які діють на автомобіль під час розгону. Хоча сила тяжіння прикладена у точці, яка ділить відстань між осями навпіл, вага автомобіля розподіляється між колесами нерівномірно. Реакція опори на задню вісь більша ніж на передню. Запишемо закон руху автомобіля:



$\vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$ (1). Проектуємо рівняння на осі ox: $F_{тр} = ma$ (2); oy: $N_1 - mg + N_2 = 0$ (3). $F_{тр} = \mu_c N_1$. Для визначення N_1 потрібно використати правило моментів відносно центра мас автомобіля $F_{тр}h - N_1\frac{l}{2} + N_2\frac{l}{2} = 0$. $N_1 - N_2 = F_{тр}\frac{2h}{l}$. Додамо останнє рівняння з рівнянням (3): $2N_1 - mg = F_{тр}\frac{2h}{l}$. Звідси $N_1 = \frac{1}{2}\left(mg + F_{тр}\frac{2h}{l}\right)$, $F_{тр} = \frac{\mu_c mg}{2} + F_{тр}\frac{2\mu_c h}{l}$. Звідси $F_{тр} = \frac{\mu_c mg}{2\left(1 - \frac{\mu_c h}{l}\right)}$. Прискорення розгону автомобіля

$a=\dfrac{F_{mp}}{m}=\dfrac{\mu_c g}{2\left(1-\dfrac{\mu_c h}{l}\right)}=\dfrac{\mu_c gl}{2(l-\mu_c h)}$. Обчислимо прискорення: $a=\dfrac{0{,}7\cdot 9{,}8\cdot 3{,}43}{2(3{,}43-0{,}7\cdot 0{,}5)}=3{,}82\left(\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$. Швидкість через 4,5 с розгону $\upsilon=at$. $\upsilon=3{,}82\cdot 4{,}5=17{,}19\left(\dfrac{\text{м}}{\text{с}}\right)\approx 62\,\dfrac{\text{км}}{\text{год}}$. Зупиночний шлях рівний сумі шляху, який проїде автомобіль за час реакції та гальмівного шляху. Автомобіль гальмує із прискоренням $a_г=\mu_к g$. $S_г=\dfrac{\upsilon^2}{2\mu_к g}$.

$S_г=\dfrac{17{,}19^2}{2\cdot 0{,}6\cdot 9{,}8}=25{,}13\,(\text{м})$. $S_з=\upsilon\tau+S_г$.

$S_з=17{,}19\cdot 0{,}75+25{,}13=12{,}89+25{,}13=38{,}02\,(\text{м})$.

Задача 2. а) У першому випадку яхта рухається рівносповільнено. Запишемо залежність між швидкостями, шляхом і прискоренням для двох випадків. $\upsilon_0^2-\upsilon_1^2=2aS_1$ (1); $\upsilon_0^2=2aS_2$ (2). Поділимо рівняння (2) на (1). $\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{\upsilon_0^2}{\upsilon_0^2-\upsilon_1^2}$. Звідки знаходимо:

Дано:
$\upsilon_0=30\,\dfrac{км}{год}$
$\upsilon_1=10\,\dfrac{км}{год}$
$S_1=100\,м$
а) $F_{оп}-const$
б) $F_{оп}=k\upsilon$

S_2-?

$$S_2=\frac{\upsilon_0^2}{\upsilon_0^2-\upsilon_1^2}\cdot S_1.$$

$$S_2=\frac{30^2}{30^2-10^2}\cdot 100=\frac{900}{8}=112{,}5\,(м).$$

б) У цьому випадку закон руху має вигляд: $k\upsilon=ma$ або $k\dfrac{\Delta S}{\Delta t}=m\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$. $k\Delta S=m\Delta\upsilon$. Запишемо останнє рівняння для двох випадків: $kS_1=m(\upsilon_0-\upsilon_1)$(1), $kS_2=m\upsilon_0$ (2). Поділимо рівняння (2) на (1). $\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_0-\upsilon_1}$.

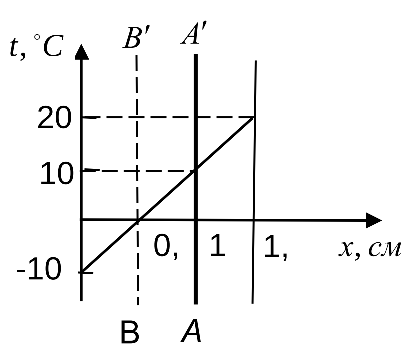
Звідки знаходимо: $S_2=\dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_0-\upsilon_1}\cdot S_1$. $S_2=\dfrac{30}{30-10}\cdot 100=\dfrac{3\cdot 100}{2}=150\,(м)$.

Задача 3. Оскільки тепловтрата пропорційна Δt, то температура у склі змінюється лінійно із товщиною.

Температура повітря між стеклами завдяки конвекції

Дано:
L = 1 см
$l=0{,}5$ см
$b=2$ см
$t_1=-10\,^\circ C$
$t_2=20\,^\circ C$

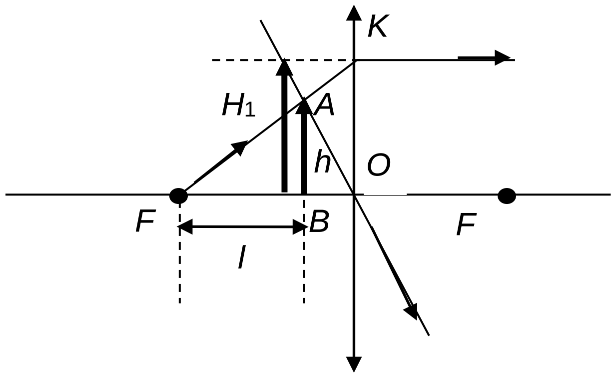
$t_{п1}; t_{п2}$ –?-?



скрізь однакова, а тому не залежить від ширини повітряного проміжку. Можемо уявно скласти стекла.

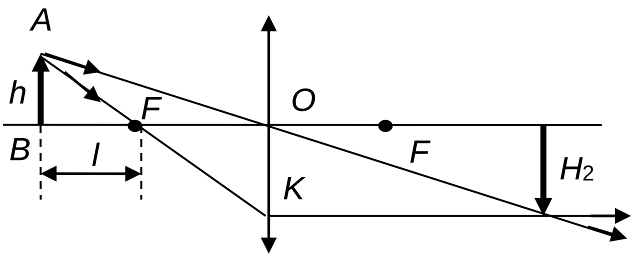
Якщо зовні поставити товстіше скло AA', то між ними температура становить $t_{n1} = +10\ {}^\circ C$. Якщо ж зовні поставити тонше скло BB', то між ними встановиться температура $t_{n2} = 0\ {}^\circ C$. У цьому випадку на поверхні тонкого скла може кристалізуватися водяна пара, яка є у повітрі між стеклами. Таке встановлення склопакетів є незручним.

Задача 4. Оскільки одне зображення є перекинутим, то лінзи збиральні. Пряме зображення є уявним і отримується у випадку, коли предмет знаходиться між лінзою та фокусом. Виконаємо побудову зображення для першого випадку (рис.). З рисунка видно, що висота зображення $H_1 = KO$. З подібності трикутників *KOF* і *ABF* знаходимо: $\frac{KO}{OF} = \frac{AB}{BF}$ або $\frac{H_1}{F} = \frac{h}{l}$. Звідси $H_1 = \frac{F}{l}h$.



Виконаємо побудову зображення для дійсного перевернутого зображення (рис.). У цьому випадку свічка знаходиться обов'язково між фокусом та подвійним фокусом, бо $l < F$.

З рисунка видно, що висота зображення $H_2 = KO$. З подібності трикутників *KOF* і *ABF* знаходимо: $\frac{KO}{OF} = \frac{AB}{BF}$ або $\frac{H_2}{F} = \frac{h}{l}$. Звідси $H_2 = \frac{F}{l}h$.



Отже, $H_2 = H_1$ або $\frac{H_1}{H_2} = 1$.

Задачу можна розв'язати і з використанням формули тонкої лінзи.

3) Для прямого уявного зображення: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$, $d = F - l$, $\frac{1}{f} = \frac{1}{F-l} - \frac{1}{F}$,

$f = \frac{(F-l)F}{l}$. Збільшення $\frac{H_1}{h} = \frac{f}{d} = \frac{F}{l}$.

4) Для перевернутого дійсного зображення: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, $d = F + l$,

$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{F+l}$, $f = \frac{(F+l)F}{l}$. Збільшення $\frac{H_2}{h} = \frac{f}{d} = \frac{F}{l}$. Отже, $H_2 = H_1$

Задача 5. За чверть періоду тіло проходить шлях, який рівний амплітуді, тому $\upsilon_c = \frac{A}{t} = \frac{4A}{T}$. $\upsilon_c = \frac{4 \cdot 0{,}1}{1{,}5} = 0{,}27\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Дано:
$A = 10$ см
$T = 1{,}5$ с
$t = \frac{T}{4}$
$S_1 = S_2 = \frac{A}{2}$
$\upsilon_c - ?$
$\upsilon_{c1}, \upsilon_{c2} - ?$

Знайдемо час t_1, за який тіло проходить першу половину амплітуди. Рівняння коливань: $x = A\cos\omega t$, $\frac{A}{2} = A\cos\omega t_1$, $\frac{1}{2} = \cos\omega t_1$, $\frac{1}{2} = \cos\omega t_1$, $\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{3}$, $t_1 = \frac{T}{6}$. Середня швидкість руху тіла на першій половині амплітуди: $\upsilon_{c1} = \frac{A}{2t_1} = \frac{3A}{T}$.

$\upsilon_{c1} = \frac{3 \cdot 0{,}1}{1{,}5} = \frac{1}{5} = 0{,}2\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Час t_2, за який тіло проходить другу половину амплітуди $t_2 = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12}$.

Середня швидкість руху тіла на другій половині амплітуди:
$\upsilon_{c2} = \frac{A}{2t_1} = \frac{6A}{T}$. $\upsilon_{c1} = \frac{6 \cdot 0{,}1}{1{,}5} = 0{,}4\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Розв'язування задач 11 класу

Задача 1. Див. розв. задачі 1. 10 клас

Задача 2. Див. розв. задачі 4. 10 клас

Задача 3. З умови задачі отримуємо, що $T_2 = 1{,}2T_1$, $V_2 = 1{,}02V_1$. Маса газу стала, то використаємо рівняння Клапейрона: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$. Звідси

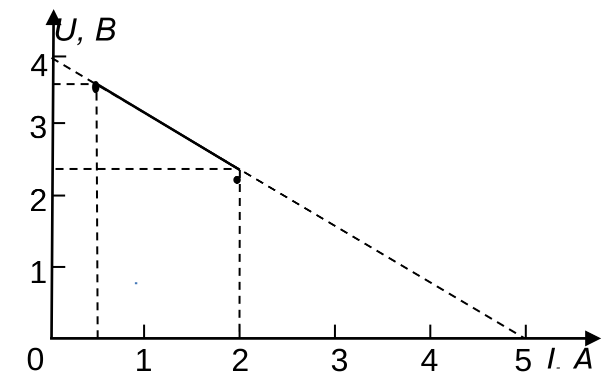
Дано:
$\frac{T_2 - T_1}{T_1} = 0{,}2$
$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = 0{,}02$
$\frac{T_2' - T_1}{T_1} = 0{,}02$
$\frac{V_2' - V_1}{V_1} = 0{,}2$
$\frac{P_2 - P_1}{P_1} - ?$,
$\frac{P_2' - P_1}{P_1} - ?$

знаходимо: $P_2 = \frac{V_1}{V_2}\frac{T_2}{T_1}P_1$, $P_2 = \frac{V_1}{1{,}02V_1}\frac{1{,}2T_1}{T_1}P_1 = 1{,}18P_1$.

$\frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot 100\% = 18\%$. У першому випадку тиск газу збільшився на 18 %.

1) З умови задачі $T_2' = 1{,}02T_1$, $V_2' = 1{,}2V_1$. Використаємо знову рівняння Клапейрона: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2'V_2'}{T_2'}$. Звідси знаходимо: $P_2' = \frac{V_1}{V_2'}\frac{T_2'}{T_1}P_1$, $P_2 = \frac{V_1}{1{,}2V_1}\frac{1{,}02T_1}{T_1}P_1 = 0{,}85P_1$.

$\frac{P_2 - P_1}{P_1} \cdot 100\% = -15\%$. У другому випадку тиск газу зменшився на 15 %.



Задача 4. Залежність U від I лінійна: $U = \varepsilon - Ir$. Будуємо графік прямої за двома заданими точками.

Продовжуємо графік до перетину з

осями координат. При $I=0$, $U=\varepsilon=4$ В. Перетин прямої з віссю абсцис $I=I_{к.з.}=5$ А. Сила струму короткого замикання $I_{к.з.}=\frac{\varepsilon}{r}$. Звідси знаходимо $r=\frac{\varepsilon}{I_{к.з.}}$. $r=\frac{4}{5}=0{,}8\,(\text{Ом})$. Задачу можна розв'язати і аналітично. Для цього потрібно розв'язати систему двох рівнянь: $3{,}6=\varepsilon-0{,}5r$ (1) $2{,}4=\varepsilon-2r$ (2). Віднімемо рівняння: $1{,}2=1{,}5r$, $r=\frac{1{,}2}{1{,}5}=0{,}8\,(\text{Ом})$. $\varepsilon=3{,}6+0{,}5r=4\,(\text{В})$. Тоді сила струму короткого замикання: $I_{к.з.}=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{4}{0{,}8}=5\,(A)$

Задача 5. Коли сила струму в колі (рис. у умові задачі)досягає екстремуму (max), то $\frac{dI}{dt}=0$, а отже е.р.с. самоіндукції $\varepsilon_{c.i.}=0$. $U_L=0$, тому напруга на резисторі рівна напрузі на конденсаторі $U_C=U_R$; $\frac{q_0}{C}=I_0R$. Звідки $q_0=I_0RC$. Загальна енергія контуру складається з енергії електричного поля конденсатора і енергії магнітного поля котушки $E=\frac{q_0^2}{2C}+\frac{LI_0^2}{2}$. Після замикання ключа К2, в колі відбуваються незатухаючі коливання. Максимальне значення сили струму знайдемо із закону збереження енергії.

$$\frac{q_0^2}{2C}+\frac{LI_0^2}{2}=\frac{LI_{\max}^2}{2};\qquad \frac{q_0^2}{CL}+I_0^2=I_{\max}^2;\qquad I_{\max}^2=\frac{I_0^2R^2C^2}{LC}+I_0^2=I_0^2\left(\frac{R^2C}{L}+1\right).$$

Остаточно

$$I_{\max}=I_0\sqrt{\frac{R^2C}{L}+1}\,.$$

Список використаних джерел

1. Алексейчук В., Гальчинський О., Шопа Г.Обласні олімпіади з фізики. Задачі та розв'язки.[Текст]. Львів: Євросвіт, 2004. 184 с.: іл.

2. Гончаренко С.У. Олімпіади з фізики. Завдання. Відповіді. Х.: Вид. група «Основа»: «Тріада +», 2008. 400 с.

3. Готуємось до олімпіад з фізики. Х.: Вид. група. «Основа», 2005. 208 с. (Б-ка журн. «Фізика в школах України». Вип. 9 (21)).

4. Іваненко О.Ф., Махлай В.П., Богатирьов О.І. Експериментальні та якісні задачі з фізики: Посібник для вчителя. К.: Рад. шк., 1987. 144 с.

5. Кобель Г.П., Савош В.О. Олімпіадні задачі з фізики (Районна та обласна учнівська олімпіада з фізики: Волинська область, 2013-2014 навч. рік) – Луцьк: «LUCKY», 2016.– 60 с.

6. Кобель Г.П., Савош В.О. Олімпіадні задачі з фізики (обласна учнівська олімпіада з фізики: Волинська область, 2015-2019 навч. рік). Луцьк: Вежа-Друк, 2020. 96 с.

7. Орлянський О.Ю. Готуємося до районних олімпіад з фізики. Х.: Вид. група «Основа», 2015. 272 с.

8. Савченко М.О. Розв'язування задач з фізики: Навчальний посібник/Пер. з рос. П.Ф. Пістуна. Тернопіль: Навчальна книга Богдан, 2004. 504 с.

9. Трофімчук А.Б., Левшенюк Я.Ф.Задачі фізичних олімпіад та їх розв'язки. Рівне: ППФ „Прінт-Експрес" Фізика для фізиків. Навч. метод. вид. Спецвипуск №2, 2007. 164 с.

Навчальне видання

Кобель Григорій Петрович
Савош Валентин Олексійович

Практикум розв’язування олімпіадних задач з фізики

Навчальний посібник
Практикум

Видання друкується в авторській редакції

Підп. до друку 04.12.2020. Формат 60х84 $^1/_{16}$. Папір офс. Гарн. Таймс. Друк цифровий. Обсяг 4,4 ум. друк. арк., 4,3 обл.-вид. арк. Наклад 100 пр. Зам. .
Видавець і виготовлювач – Вежа-Друк (м. Луцьк, вул. Бойка,1, тел.. 29-90-65).
Свідоцтво Держ. комітету телебачення та радіомовлення України.
ДК № 4039 від 08.04.2011 р.