

DOI: 10.36910/6775-2524-0560-2020-38-13

УДК 013.77:004.42; 37.013.03:004.588(073)

Головін Микола Борисович, канд. фіз.-мат. наук., доцент кафедри вищої математики та інформатики
<https://orcid.org/0000-0003-4516-4677>

Головіна Неля Миколаївна, здобувач

Гузачов Дмитро Михайлович, здобувач

Головіна Ніна Анатоліївна, канд. фіз.-мат. наук., доцент кафедри експериментальної фізики та інформаційно-вимірювальних технологій

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

МЕТОД МОМЕНТІВ ЯК ІНСТРУМЕНТ КОМП'ЮТЕРНОЇ ДІАГНОСТИКИ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Головін М.Б., Головіна Н.М., Гузачов Д.М., Головіна Н.А. Метод моментів як інструмент комп'ютерної діагностики навчальної діяльності (на прикладі вивчення програмування). Проведений модельний розгляд динаміки трансформацій статистичних розподілів швидкостей навчальних дій великих груп учнів. Для дослідження змін був застосований математичний апарат методу моментів. Аналіз динаміки змін моментів розподілів першого – четвертого порядків, що відбуваються в процесі навчання, дає базис для об'єктивних інтегральних оцінок проходження процесу навчання.

Ключові слова: статистичні розподіли, метод моментів, компетенції, модель, навчання, знання, уміння та навички

Головин Н.Б., Головина Н.М., Гузачов Д.М., Головина Н.А. Метод моментов как инструмент компьютерной диагностики учебной деятельности (на примере изучения программирования). Проведено модельное рассмотрение динамики трансформаций статистических распределений скоростей учебных действий больших групп учащихся. Для исследования изменений был применен математический аппарат метода моментов. Анализ динамики изменений моментов распределений первого - четвертого порядков, происходящих в процессе обучения, дает базис для объективных интегральных оценок прохождения процесса обучения.

Ключевые слова: статистические распределения, метод моментов, компетенции, модель, обучение, знания, умения и навыки

Holovin N.B., Holovina N.M., Huzachov D.M., Holovina N.A. Method of moments as instrument of computer diagnostics of educational process (on the example of learning of programming). The author has carried out the model analysis of the dynamics of transformations of statistical distributions of the speed of academic activities of big group of students. For the research of changes, the author has used the mathematical apparatus of the method of moments. The analysis of dynamics of changes of the moments of distribution of the first – fourth order that take place in the course of education provides the basis for the objective integral evaluations of the process of education.

Key words: statistical distributions, method of moments, competencies, model, education, knowledge, skills.

Постановка наукової проблеми. Сучасні середні школи і вищі навчальні заклади поступово насичуються комп'ютерною технікою. У багатьох місцях її стає цілком достатньо для впровадження комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання в широкому колі дисциплін. Дистанційні курси, наприклад, в середовищі Moodle, можуть бути в значній мірі автоматизовані [1, 2]. У таких технологіях уособлюються сучасні заочні форми освіти. Існують також численні тренінги підвищення кваліфікації, які вимагають швидких та максимально ефективних сучасних комп'ютеризованих технологічних підходів у навчанні. Комп'ютерна діагностика, що реалізується в процесі автоматизованого навчання великих груп учнів, слухачів курсів та студентів, є потужним джерелом інформації стосовно процесів формування відповідних професійних компетентностей, знань, умінь та навичок [3].

Актуальним питанням оцінки комп'ютерно-орієнтованих методик навчання є коректна математична обробка їх результатів. Така обробка дозволяє оптимізувати процес автоматизованого навчання, пришвидшити його та підвищити ефективність. У цьому сенсі потрібні не оцінки окремих учнів, а узагальнені характеристики всього процесу навчання – статистичні розподіли оцінок, розподіли швидкостей виконання завдань, аналіз особливостей цих розподілів на різних етапах навчання.

Метою цієї роботи є модифікація математичного апарату методу моментів [4] для розгляду динаміки змін статистичних розподілів результатів навчання, модельний розгляд цих трансформацій.

Аналіз попередніх експериментальних досліджень та питання апроксимації результатів.

Комп'ютерна діагностика процесів навчання є джерелом різноманітних статистичних розподілів. Розподіли швидкостей виконання завдань великими групами студентів досліджувались в роботах [5-7]. Вони мали вигляд широких, асиметричних, експериментальних контурів. Було зафіксовано, що в процесі навчання ці контури змінюють свою форму і зміщуються в шкалі часу. Було також показано, що кожен з таких експериментальних статистичних контурів зручно апроксимувати сумою нормальних (гаусових) кривих зсунутих одна відносно одної в шкалі часу. Кожна з гаусових кривих фіксує свій статистично розподілений рівень компетентності у виконанні завдань. Перерозподіли вкладів цих нормальних

контурів в сумарний розподіл, в процесі навчання, дає трансформацію форми сумарного контуру. Для подальшого дослідження цікавим є модельний аналіз трансформацій форми статистичних контурів, що відбувається в процесі навчання. Останнє **дає можливість вийти за межі гуманітарного обговорення рівнів компетентності та математично виділити ці рівні, а також побачити особливості переходів між рівнями компетентності.**

Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів.

Модельний підхід до розуміння навчальних процесів великих груп учнів

Сутність модельного експерименту, що пропонується в роботі, є оригінальним і полягає в фіксації швидкості виконання окремих завдань в пакетах тестів. На швидкість виконання завдань впливають різноманітні стохастичні фактори, адже суб'єкти навчання розрізняються рівнем підготовки, мають різні вроджені та набуті в процесі навчання здатності, у них може бути різна мотивація до діяльності, неоднаковий поточний емоційний стан, міра стомленості. Сукупність цих факторів обумовлює різну швидкість виконання завдань окремими студентами. Тому надалі приймемо наступне.

Модельний розподіл виконаних завдань за їх часом виконання має вигляд нормального. Адже значення такої досліджуваної безперервної випадкової величини, як час виконання завдань формується під впливом великого числа незалежних випадкових факторів, причому сила впливу кожного окремого фактора мала й не може превалювати серед інших, а характер впливу – адитивний. Вплив випадкового фактора на час виконання формується з випадковою "добавкою". Ця добавка варіативна, мала, й рівновірогідна за знаком. Це корелює з загально вживаними підходами пояснення механізму формування нормально розподілених випадкових величин. Форма контуру нормального розподілу має вигляд (рис.1).

$$I = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}}$$

Де $I(t)$ – сумарна кількість виконаних завдань різними суб'єктами навчання, t – час виконання завдання, t_0 – центр розподілу по часу. σ – дисперсія (ширина контуру). A – амплітуда в максимумі.

Здатність до виконання завдань в процесі навчання теж еволюціонує. Практична навчальна діяльність скорочує час виконання завдань. Однак це скорочення для різних студентів різне. Цікавою є динаміка цих процесів, в сенсі трансформації статистичних розподілів швидкостей виконання завдань.

Варіативність здатностей до діяльності та набуття компетентностей, що до цієї діяльності приводить до модельних розподілів суб'єктів навчання за часом (швидкістю) виконання завдань. Ці розподіли змінюють свою форму в процесі навчання і можуть бути цінним матеріалом для аналізу відповідних навчальних процесів. Варіативність вроджених та набутих здатностей до розв'язування завдань, стохастичність факторів, що впливають на швидкість практичної діяльності зумовлюють широкий розподіл суб'єктів дій за часом виконання завдань. Навчання, у роботі, представлено як послідовність сеансів у виконанні пакету завдань. Тобто розглядається динаміка зміни форми та положення статистичного розподілу в залежності від номеру спроби виконання пакету завдань.

Психолого - педагогічні підвалини моделі та їх математична апроксимація

Умови модельного експерименту. У модельних дослідженнях вважається, що завдання пакету відкалібровані, тобто кількість необхідних дій для виконання кожного з завдань в межах пакету однакова, завдання за складністю еквівалентні. У цьому випадку, в послідовності повторів сеансів виконання одного і того ж пакету завдань, можна буде спостерігати динаміку прискорення навчальних дій з виконання кожного із завдань та зменшення числа помилок.

Динаміка формування компетентностей в діяльності. Процеси навчання групи і окремого суб'єкта не є тривіальними процесами. У навчанні окремого студента приховані досить складні когнітивні процеси, а навчання групи детермінується законами статистики.

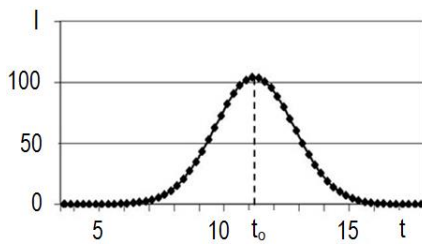


Рис.1 Нормальний розподіл кількості виконаних завдань за їх часом виконання

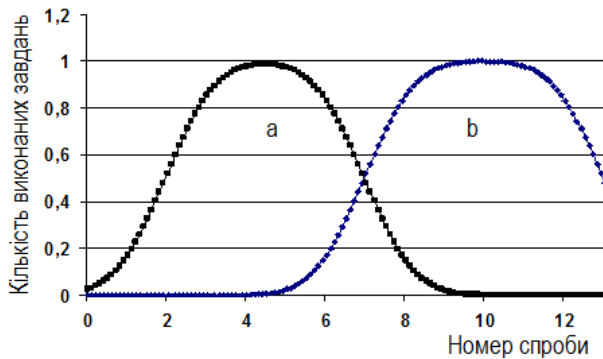


Рис.3. Динаміка наростання і спадання кількості виконаних завдань: а) виконання реалізуються з контролем свідомості. б) автоматизоване виконання.

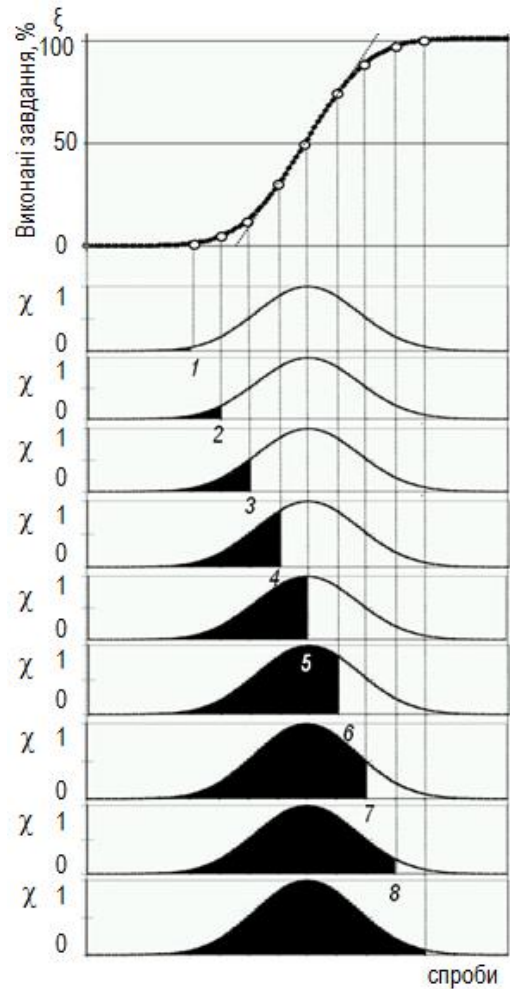


Рис.2. Динаміка наростання кількості виконаних завдань

Навчання спричинює зміни структури декларативних знань. Відбувається їх диференціація та інтеграція [8]. Знання трансформуються в сенсі узгодження з системою знань кожного з суб'єктів навчання. Відбувається їх абстрагування від несуттєвих деталей, концептуалізація та згортання. Реалізується набуття більшої лаконічності та універсальності. У процесі навчання усвідомлене повільне виконання завдань, коли кожен крок контролюється свідомістю, змінюється автоматизованими діями, що супроводжуються згорнутою лаконічною декларативною підтримкою цих дій. Контроль свідомості залишається тільки в ключових точках виконання вправи. Відбувається перехід до автоматизованих дій, як в сенсі декларативної, так і процедурної їх складової. Спостереження таких процесів особливо цікаво на великих групах учнів, коли індивідуальні особливості окремих суб'єктів навчання стають не суттєвими. У формі та положенні відповідних статистичних розподілів закладені інтегральні характеристики притаманні всім учасникам процесу навчання. Розглянемо далі математичний апарат, що дозволить моделювати процеси навчання великих груп учнів або студентів.

Динаміка наростання кількості виконаних завдань. У роботі приймається, що здатності до набуття компетентностей в діяльності розподілені в популяції за нормальним законом. Останнє є аналогічним до розподілу рівня IQ, або до антропометричних розподілів параметрів тіла, наприклад таких як, ріст, об'єм легенів, тощо. Прийемо, що здатність до виконання завдань теж описується на базі нормального закону $\chi(n)$, де n номер спроби виконати завдання. Заштрихована площа під нормальною кривою на рис.2 вказує на кількість правильно виконаних завдань групою студентів у поточній спробі. Видно, що впродовж першої спроби виконання пакету завдань буде дуже мала кількість правильно виконаних завдань. В другій, третій і так далі спробі виконання пакету завдань, всіма суб'єктами навчання, кількість правильних виконань завдань збільшується. Зрозуміло, що приріст площі від спроби до спроби не є однаковий. Видно, що приріст площі з розрахунку на одну спробу мінімальний на початковому етапі навчання і на кінцевому. У середині навчання приріст збільшується в порівнянні з

початком і має майже постійну величину протягом кількох спроб. Тут залежність кількості виконаних завдань від спроби майже лінійна. На кінцевому етапі навчання приріст знов зменшується. Зрозуміло, що процес навчання виходить на насичення. Всі завдання пакету виконуються всіма суб'єктами навчання на цьому етапі. Площа під нормальною кривою $\chi(n)$ відповідає повній кількості правильно виконаних завдань всіма суб'єктами навчання.

$$\xi(n) = \sum_0^{n_{\max}} \chi(n);$$

де n – номер спроби, n_{\max} – номер кінцевої спроби.

Змістовний сенс окремої точки на кривій $\xi(n)$ (рис. 2.) наступний. Ця точка відповідає кількості завдань, що виконала група суб'єктів навчання у відповідній спробі n . Залежність $\xi(n)$ має лінійну частину. Чим більше кут нахилу цієї лінійної частини, тим швидше відбувається навчання. Дисперсія нормального розподілу $\chi(n)$ визначає кут нахилу лінійної частини $\xi(n)$, тобто швидкість навчання.

Модельний перерозподіл швидкості виконання завдань на користь автоматизованих дій. На рис.3а представлений модельний графік зміни кількостей успішно виконаних завдань групою студентів за повільним механізмом діяльності. Тобто за механізмом, що передбачає повністю усвідомлені дії майже на кожному етапі виконання завдань. На рис.3а видно, спочатку, наростання кількостей успішно виконаних завдань. Далі кількість завдань за повільним механізмом йде на спад і збільшується кількість виконаних завдань за швидким механізмом, тобто за механізмом автоматизованих дій рис.3б. Перший механізм реалізується, коли дії з виконання завдань реалізуються повільно з високим контролем свідомості. На цей момент навички ще погано сформовані.

Після четвертої спроби відбувається зростання кількості виконаних завдань з якісно покращеною технікою, зі сформованими умінями, навичками, з високою автоматизованістю дій. При цьому, як видно з рис.3 відбувається перерозподіл кількостей виконаних завдань між погано сформованою технікою дій (рис.3а) і високоавтоматизованими діями (рис.3б). Це реалізується відніманням значень другої кривої від першої. Спад кількості виконаних завдань, що починається з одинадцятої спроби рис.3б пояснюється поступовим завершенням учнями процесу навчання після досягнення ними максимальної швидкості виконання завдань.

Модельний статистичний розподіл часу виконання завдань (складається з двох нормальних контурів). У роботі проведено модельне дослідження в якому асиметричний статистичний розподіл часу виконання завдань представляється сукупністю двох (рис.4) нормальних контурів різної амплітуди. Ці контури є результатом виконання завдань групою студентів в одній спробі. На рис.4 представлено три спроби. Рис.4а відповідає п'ятій модельній спробі виконати пакет завдань; рис.4б – сьомій спробі, а рис.4с – дев'ятій спробі. На рис.5 представлені всі 13 модельних спроб виконати завдання.

З двох нормальних контурів, що в сумі складають окремий статистичний розподіл, один будемо називати контуром швидкісної роботи, а другий – повільної роботи. Сукупна площа під обома нормальними контурами відповідає кількості всіх виконаних завдань студентами в швидкій та повільній моді. Повільна мода відповідає усвідомленим діям, а швидка – автоматизованим, шаблонним діям з мінімальним контролем свідомості, тільки в ключових моментах відповідних дій. У процесі навчання кількість автоматизованих дій, що відповідають площі під контуром швидкісної роботи буде зростати, а кількість дій, відповідних повільній роботі, зменшуватись. Це можна розглядати як «перекачку» площі з одного контуру в другий. Сенс модельного експерименту полягає в тому щоб дослідити, особливості цього навчального процесу.

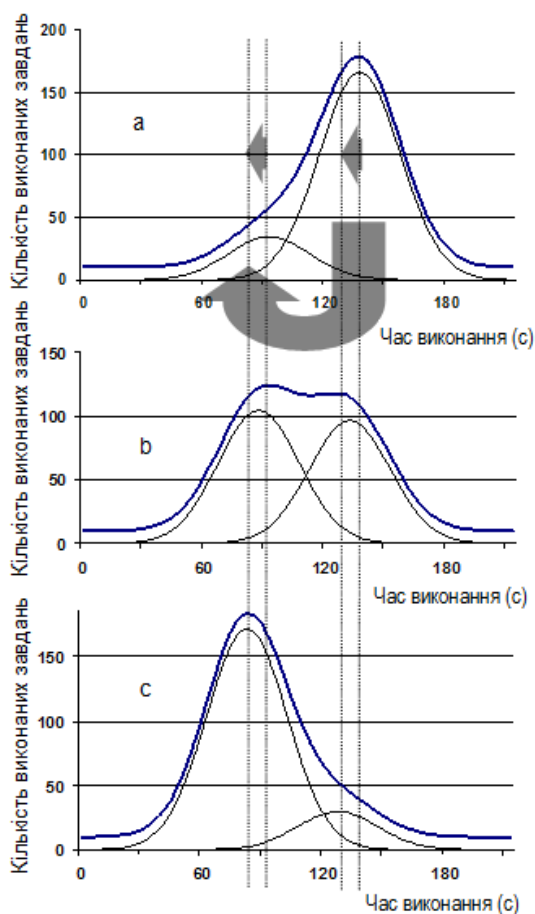


Рис.4. Контури розподілів часу виконання завдань та їх нормальні складові. Трансформація форми контуру кривої внаслідок процесу перекачки площі та зміщення складових смуг.

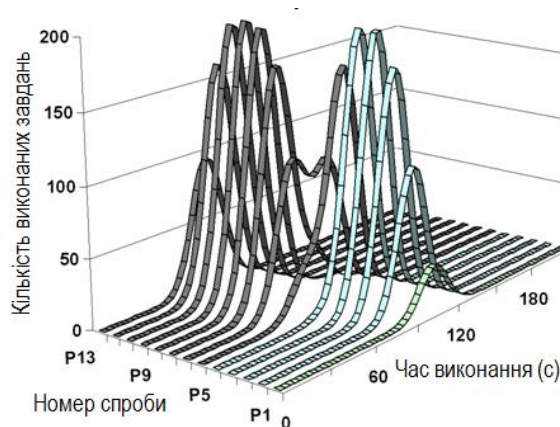


Рис.5. Модельні контури розподілів часу виконання завдань. Кожний контур складається з двох нормальних складових.

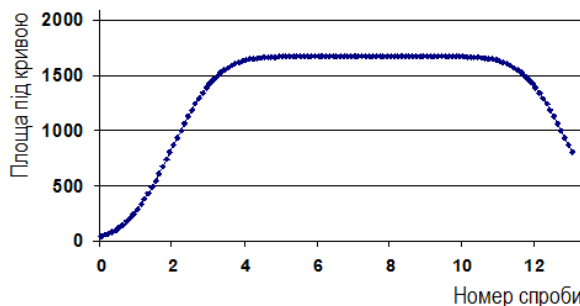


Рис.6. Залежність площі під кривою розподілу від номеру спроби

Конструкт, як міра складності та кількості навчальних дій. Виконання кожного завдання передбачає утворення окремого конструкту. Конструктами будемо називати логічно завершені, зв'язані між собою групи компонентів. Конструкт може мати в своєму складі не більше 7 ± 2 одиниць [9], тобто в межах магічного числа Міллера. На початковому етапі дій стосовно конструкту, він вимагає окремого зосередження уваги на собі та тривалих інтелектуальних зусиль стосовно себе на предмет усвідомлення механізму роботи. В кінцевій фазі роботи з пакетом завдань, після виконання низки однотипних завдань, конструкт сприймається, як цілісний об'єкт – паттерн (візерунок) компонентів з притаманними функціями. Відбувається суттєве скорочення часу дій стосовно такого конструкту в процесі його реалізації при розв'язуванні завдань. В моделі розглядається саме процес переходу конструктів, що застосовуються в пакеті завдань, у стан паттернів.

Реалізація кожного завдання пакету передбачає використання нових компонентів. У сенсі вивчення програмування це можуть бути нові засоби програмування, що використовуються, як правило, разом. Наприклад, засоби роботи з файлами, або засоби роботи з рядками, тощо. У різних реалізаціях завдань в пакеті ці нові засоби представлені в різних обставинах. Формування конструкту є алгоритмічною задачею. Базуватись компоненти конструкту можуть на розгалуженні, циклі, функції, процедурі або іншому логічному базисі, що об'єднує компоненти в групу.

Основний принцип калібровки завдань в сенсі складності та кількості навчальних дій полягає в наступному. В моделі, що розглядається, реалізація кожного з завдань пакету вимагає двох конструктів. При цьому будова одного конструкту відома, другий необхідно створити і об'єднати з відомим. У кожній реалізації конструкти між собою зв'язані. Зв'язок може полягати в тому, що один конструкт керує іншим, тоді можна казати, що другий конструкт знаходиться в першому (вкладені цикли, розгалуження,

процедури, функції). В іншому випадку конструкти виконуються послідовно один за одним.

Повільні дії представлені нормальним контуром в зоні повільної роботи. Ці дії ще не автоматизовані та відбуваються стосовно конструкту, що не є стереотипним для студентів. Такі дії вимагають одночасної концентрації уваги на всіх логічних зв'язках конструкту. Виконання завдань вимагає звертання до довідкової літератури та тривалої роботи по осмисленню завдань. Надалі звертання до довідкової літератури мінімізуються. Студенти, на цьому етапі, мають знання стосовно окремих нових засобів програмування, однак вони ще не мають практики їх застосування. Тому не можуть швидко скласти необхідний конструкт з окремих компонентів (засобів програмування). Увага сконцентрована на компонентах конструкту і його внутрішніх логічних зв'язках. Відбувається повільне виконання завдань, коли кожен крок контролюється свідомістю.

Швидкі дії представлені нормальним контуром в зоні швидкої роботи. Такі дії автоматизовані та відбуваються стосовно конструкту, що є стереотипним для студентів. У процесі навчання усвідомлене повільне виконання завдань, коли кожен крок контролюється свідомістю, змінюється автоматизованими процедурними діями, що супроводжуються згорнутою лаконічною декларативною підтримкою цих дій. Контроль свідомості лишається тільки в ключових точках виконання вправи. Відбувається перехід до автоматизованих дій, як в сенсі декларативної, так і процедурної їх складової.

Видно, що при переході від спроби до спроби, в процесі навчання, відбувається пришвидшення дій студентів стосовно виконання завдань пакету. Це проявляється як «перекачка» кількостей виконаних завдань з повільної моди в швидку.

Трансформації форми модельних контурів в процесі навчання. На рис.5 представлені модельні графіки у трьохмірному вигляді відповідні всім спробам від 1 до 13. Динаміка процесу навчання представлена на графіку віссю з номером спроби виконання пакету завдань.

У моделі враховується, що на початковому етапі роботи з пакетом завдань тільки невелика кількість завдань виконується правильно. Амплітуда нормального контуру повільної роботи мала в першій спробі. Швидкісна робота відсутня. Далі в кожній новій спробі відбувається ріст амплітуди контуру відповідного повільній роботі. Адаже кількість завдань, що виконується правильно збільшується.

Перерозподіл площ під кривими нормальних складових розподілу породжує трансформації модельного розподілу часу виконання завдань. Ці трансформації представлені на рис.5. Трьохмірний графік, відповідний двохмірному аналогу, представлено на рис.4.

Контур повільної роботи відповідає рівню компетентності при якому виконання навчальних завдань відбувається в процесі усвідомлених повільних дій. Відслідковуються всі логічні зв'язки між компонентами конструкта. Відбуваються індуктивні та дедуктивні дії. Результат цих дій є співставлення візерунка компонентів конструкта з його функціями, як цілісного утворення.

Контур швидкої роботи відповідає рівню компетентності, коли дії стосовно конструкту автоматизуються, стають стереотипними, згорнутими. Необхідності в дедуктивних і індуктивних діях стосовно внутрішнього механізму роботи конструкту немає. Паттерн (визирунок) компонентів відповідний конструкту розпізнається, як шаблонний. Функції цього синтетичного типового компоненту, як цілісного утворення, згадуються і застосовуються.

На рис.5 представлений випадок, коли контури окремих розподілів зсуваються у процесі навчання в бік зменшення часу. Сенс цього зміщення в тому, що навіть в межах двох базових рівнів компетентності навчальної діяльності, відбувається невелике прискорення від спроби до спроби.

Проведено також і модельні експерименти, в яких зміщення не відбувалось. Всі графіки мали аналогічний вигляд. Візуально зміщення на модельних кривих важко побачити, адже це зміщення, по-перше, має невелику величину від першої до останньої спроби (в межах 10% від ширини модельного контуру), по-друге, зсув контуру розподілу накладається на процес перерозподілу амплітуд окремих контурів кожного з розподілів. Перерозподіл амплітуд в розподілі теж виглядає як пересування розподілів у бік скорочення часу виконання завдань.

З рис.5 видно, що на початку модельного експерименту площа під розподілом менша, ніж в середній частині навчання. Це пов'язано з тим, що моделюється реальна ситуація, яка спостерігається в процесі навчання. Спочатку не всі суб'єкти навчання правильно виконують завдання. У розподіл попадають тільки ті завдання, що були правильно виконані. У процесі навчання кількість людей, що правильно виконують завдання збільшується. Далі майже всі завдання виконуються правильно. У спробах, що характеризують період середини навчання (з четвертої по одинадцяту спробу), площа під кривою розподілу (сумарна площа під двома нормальними складовими) виходить на полицю (рис.6). Тут процес навчання полягає в пришвидшенні виконання завдань за рахунок якісного покращення

компетентності. Це покращення моделюється, як перерозподіл площ між двома нормальними контурами, один з яких відповідає за виконання завдань, що реалізуються з контролем свідомості, а другий – за автоматизоване виконання. Динаміка цього перерозподілу зображена на рис.3.

На останньому етапі навчання (після 11 спроби) площа під розподілом знов зменшується (рис.6), адже з процесу навчання поступово виходять ті особи, що вже закінчили процес навчання. Зрозуміло, що в моделі разом з площею змінюється амплітуда контуру розподілу в залежності від номеру спроби.

Набуття компетентності проявляється в моделі як перекачка площі між конкурентними модами, що характеризують ступінь набуття умінь та навичок. У четвертій спробі всі завдання виконуються правильно, але в основному тільки в повільній моді. З рис.5 видно, що амплітуда розподілу досягає максимуму. Появляється контур відповідний швидкісній роботі. У п'ятій спробі швидкісна робота вже проявляється невеликою асиметрією загального контуру. Спаду амплітуди загального розподілу ще не спостерігається. У шостій спробі вже можна бачити зародження нового максимуму.

Якісна перебудова навчальних дій, контрольованих свідомістю, на користь автоматизованих відбувається на сьомій спробі (рис.5). Видно, що робота групи студентів отримала нову якість. Розподіл має два максимуми майже однакової амплітуди. Один максимум відповідний повільному стилю роботи, а другий швидкому. Зрозуміло, що ці два максимуми нижче ніж максимуми розподілу попередніх спроб, коли робота відбувалась тільки в повільному ключі і всі завдання виконувались правильно. На сьомій спробі відбувся швидкий перерозподіл площ під контурами, що складають статистичний розподіл, на користь швидкої моди. На восьмій, дев'ятій спробі і далі домінує швидка мода виконання завдань. Статистичний розподіл втрачає асиметрію, адже всі завдання всіма студентами виконуються швидко.

Втрата мотивації для подальшого тренінгу. З десятої спроби починає спадати, амплітуда розподілу. Площа під контуром теж зменшується. В моделі враховується поступовий вихід студентів з процесу виконання пакету завдань з максимальними оцінками.

Збереження площі під статистичним розподілом. Відмітимо, що незважаючи на перерозподіл амплітуд на 4-10 спробі площа під загальним контуром розподілу не змінюється (рис.6). На цьому проміжку навчання всі студенти працюють з пакетом завдань і всі завдання виконуються правильно.

Невеликі прискорення роботи в межах однієї якісної модальності. У моделі розглядалися також можливі невеликі зсуви відповідних контурів (повільної і швидкої роботи) у процесі формування умінь. Були проведені модельні дослідження для випадку незмінного положення контурів, лінійного і нелінійного їх зсуву. Нелінійний зсув відбувається в моделі за логарифмічним законом.

Математична обробка модельних розподілів

Моменти, як інструмент діагностики процесу навчання. Кожен, з представлених вище модельних контурів, описує статистичний розподіл на окремому етапі навчання (в окремій поточній спробі). У процесі навчання змінюється форма, амплітуда статистичного розподілу та площа під кривою.

Моменти дозволяють фіксувати такі інтегральні характеристики статистичних розподілів, як: центр тяжіння, дисперсію, асиметрію, та його гостровершинність. Центр тяжіння розподілу та дисперсія однозначно визначають положення контуру на осі часу та його ширину. Форма контуру характеризується асиметрією та гостровершинністю [4]. Метод моментів успішно використовувався для дослідження методик та розробки теорії комп'ютерного тестування, зокрема, в роботі [10].

У кожній фазі навчання центр тяжіння, дисперсія, асиметрія, гостровершинність статистичних розподілів отримують невеликі зміни. Центр тяжіння статистичного розподілу, наприклад, в процесі навчання переміщується в бік зменшення часу виконання завдань. Адже, завдання в кожній спробі студенти виконують все швидше і швидше. Ці зміни можуть мати цікавий нелінійний характер зв'язаний з особливостями процесу навчання. Зміни в процесі навчання (від спроби до спроби) дисперсії статистичного розподілу, асиметрії, гостровершинності теж об'єктивно характеризують процес навчання та дозволяють реалізувати його діагностику. Центр тяжіння, дисперсія, асиметрія, гостровершинність статистичних розподілів, з одного боку, дозволяють виявити найбільш концептуальні, інтегральні особливості процесів навчання, що характерні для всіх суб'єктів цього процесу. З другого боку, вони дають можливість відсторонитись від несуттєвих особливостей, що притаманні окремим суб'єктам.

Початкові моменти. Ці моменти в контексті проблеми, що розглядається, мають вигляд:

$$S_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} t^n \rho(t) dt;$$

де $\rho(t)$ це контур розподілу студентів за часом виконання завдань. $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ – порядок моменту. Зрозуміло, що цей контур можна називати і контуром розподілу за швидкістю виконання завдання, адже

швидкість виконання одного завдання дорівнює $v = 1/t$.

Площа під контуром розподілу. Площа під контуром дозволяє точно оцінити загальну кількість виконаних завдань всіма суб'єктами навчання. Зрозуміло, що час виконання у всіх різний.

Площа під контуром розподілу обчислюється нульовим початковим моментом $S_0(t)$.

$$S_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t) dt$$

При постійній кількості суб'єктів навчання, та скінченній кількості завдань у пакеті величина S_0 в процесі навчання вийде на «полочку». Це буде означати, що всі завдання виконуються правильно.

Центральні моменти. Центральні моменти обчислюються за формулою:

$$M_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \bar{t})^n \rho(t) dt; \text{ де } \bar{t} = S_1 / S_0; n=1, 2, 3, 4, \dots;$$

$$\mu_n(t) = M_n(t) / S_0(t)$$

На основі початкових і центральних моментів першого четвертого порядку обчислюються наступні інтегральні характеристики контурів: центр тяжіння, дисперсія, асиметрія, гостровершинність.

Інтегральні характеристики форми контуру розподілу (моменти першого - четвертого порядку)

1. Центр тяжіння розподілу (центральний момент першого порядку). Центр тяжіння розподілу, дуже чутливий і корисний інтегральний параметр статистичного контуру. Він значно чутливіший до змін форми контуру ніж положення максимуму. Очевидно, термін закріпився через широке використання його у фізиці. Інтерпретуючи розподіл, як розподіл маси можна сказати, що центр тяжіння – це параметр, який вказує на точку рівноваги цих мас. У цій роботі будемо говорити про середній час в розподілі. Адже досліджуються статистичні значення часу виконання окремих завдань. Центр тяжіння контуру розподілу має наступний вигляд:

$$\bar{t} = S_1 / S_0$$

2. Дисперсія розподілу (центральний момент другого порядку). Дисперсія кривої – це параметр, за допомогою якого можна оцінити ширину статистичного розподілу. Цей параметр теж широко використовується в дослідженнях з фізики. Там цей термін вказує на те, наскільки широко розкидані значення величини відносно середнього значення. У термінах механіки – це ширина розподілу маси відносно центру тяжіння. У цій роботі дисперсія – це ширина розподілу часу виконання завдання відносно середнього значення. Дисперсію контуру розподілу – $\mu_2(t)$ часто позначають $\sigma^2(t)$.

$$\sigma^2(t) = \mu_2(t) = M_2(t) / S_0(t)$$

3. Асиметрія кривої розподілу (центральний момент третього порядку). Асиметрія кривої дорівнює нулю для симетричної кривої. Контур, з крутою лівою та похилою правою стороною має додатну асиметрію, при крутій правій і похилій лівій стороні контуру – асиметрія від'ємна. Для того, щоб отримати безрозмірну абсолютну величину асиметрії в якості асиметрії прийнято розглядати наступний вираз:

$$\gamma_1 = \mu_3(t) / \sigma^3$$

4. Гостровершинність кривої розподілу (центральний момент четвертого порядку). Гостровершинність кривої має додатне значення в тих випадках, коли вершина розподілу загострена у порівнянні з нормальною, і параметр – від'ємний, коли вершина притуплена. Гостровершинність контуру розподілу в абсолютних одиницях аналітично записується наступним чином:

$$\gamma_2 = \mu_4(t) / \sigma^4 - 3$$

Дослідження спектрів моментів розподілів для аналізу процесів навчання було запропоновано автором у [5]. Аналізу піддаються залежності середнього часу, дисперсії, асиметрії та гостровершинності розподілів від номеру спроби виконання пакету завдань. Залежності моментів розподілів від етапу навчання (номеру спроби) пропонується називати **спектрами моментів**. Саме ці спектри моментів, а не окремі значення моментів, можуть дати якісний результат при дослідженні процесу навчання. Цей підхід

радикально відрізняється від якісних оцінок, адже базується на математичній моделі процесу навчання та на модельному експерименті. Результати, якого порівнюються з результатами обробки реальних експериментальних статистичних розподілів. Аналіз процесу навчання великих груп людей на основі математичної обробки дозволяє виділити домінуючі, об'єктивні риси цього процесу.

Модельний експеримент та його аналіз

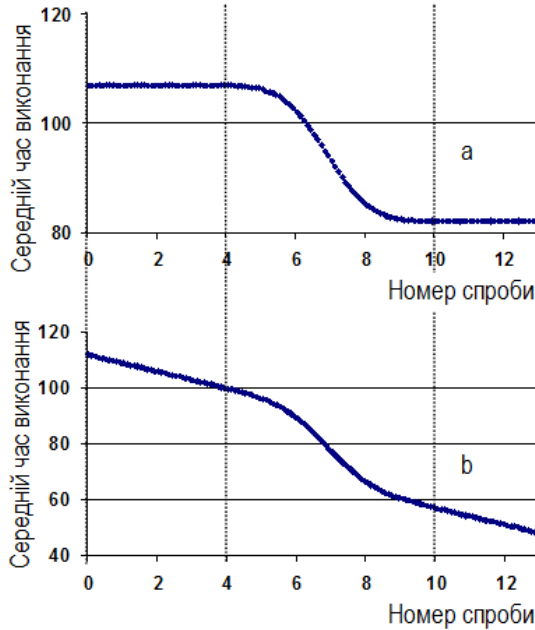


Рис.7. (зверху) Залежність середнього часу виконання від номеру спроби а) немає зміщення складових, б) лінійне зміщення складових

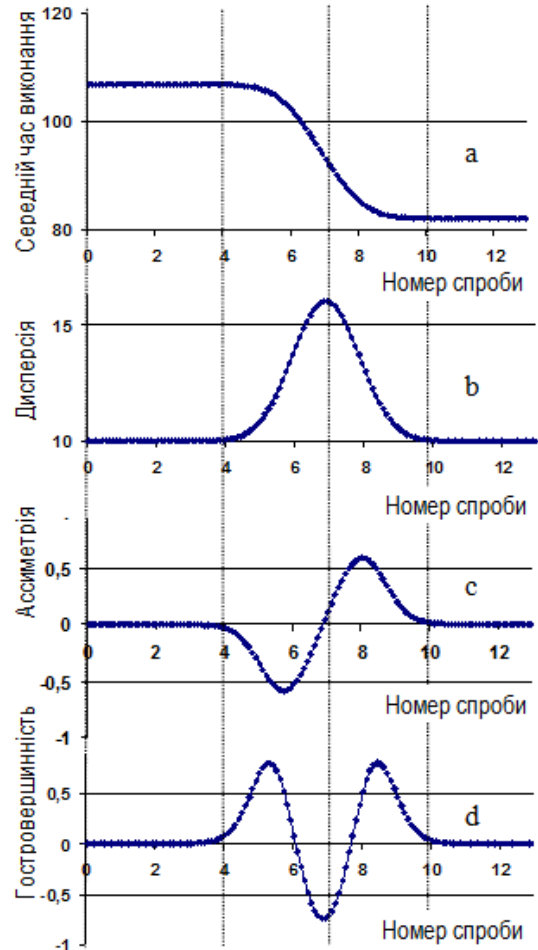


Рис.8. (праворуч) Залежність від номеру спроби а) середнього часу виконання, б) дисперсії, с) асиметрії, д) гостровершинності.

Спектри моментів обчислювались для двох варіантів модельного експерименту. Перший варіант, коли контури, що є складовими розподілу, не зсуваються у процесі навчання. Відбувається тільки перерозподіл амплітуд окремих контурів. Другий варіант, коли контури, що є складовими розподілу, зсуваються в процесі навчання лінійно. Межі зсуву незначні у порівнянні з дисперсією розподілів.

Між контурами розподілу відбувається перерозподіл площ. Його специфіка ілюструється рис.5. Так у простій інтерпретації процесу навчання відбувається наступне. Амплітуда контуру тривалого виконання збільшує свою амплітуду. Ця амплітуда набуває максимуму на четвертій спробі. Між четвертою і десятою спробою виконання пакету завдань відбувається перерозподіл площ під контурами розподілу. Цей перерозподіл треба розуміти, як поступовий перехід суб'єктів навчання від недосконалої техніки виконання завдань (з погано сформованими вміннями та навичками) до досконалої техніки, коли вміння і навички, необхідні для виконання завдання, сформовані в повній мірі. На проміжку від 10 і далі спроби виконати завдання відбувається діяльність всієї сукупності суб'єктів навчання в умовах коли їх знання, вміння та навички сформовані в повній мірі.

Важливим є те, що *моменти розподілів не залежать від площі під розподілом, однак моменти залежать від положення розподілу на осі часу та від його форми.*

Особливості пізнавальних процесів у спектрах моментів розподілів

Модельна залежність середнього часу виконання завдання від етапу навчання (спектр моментів першого порядку). На рис.7 представлені модельні залежності середнього часу виконання завдання (центра тяжіння розподілу) від номеру спроби. Видно, що спектр моментів чутливий до зсуву контуру розподілу. *Центральна частина графіків першого моменту характеристична в сенсі оцінки якісних змін компетентності в виконанні завдань. Нахил центральної лінійної частини тим*

більший, чим швидше відбувається перерозподіл площі під контурами внаслідок механізму «перекачки». (Під нахилом розуміємо кут центральної лінійної області першого моменту до осі спроб.) В області початкових спроб у випадку, коли зсуву немає, спостерігається поличка в графіку (рис.7a). Коли залежність лінійна на першому спектрі моментів спостерігається лінійна залежність в області перших п'яти спроб (рис.7b). Аналогічна ситуація в кінцевих спробах. Тут теж спостерігається відповідно поличка (рис.7a) та лінійна залежність (рис.7b).

Про механізм навчання виключно внаслідок зміни якісного рівня компетентності можна стверджувати, якщо спостерігається, з одного боку, лінійний графік в центральній частині залежності середнього часу виконання завдань від номеру спроби, а з другого боку, полички в цій залежності, на початковому і кінцевому етапі навчання. Лінійний зсув контуру повільної та швидкої роботи від спроби до спроби спричинює лінійну залежність в початковій або кінцевій частині залежності. Кут цієї залежності до осі спроб на початковому або кінцевому етапі навчання свідчать про покращення відповідної компетентності без переходу її в нову якість. Так нахил залежності в області початкових спроб свідчить про пришвидшення роботи в межах повільної технології діяльності, тобто в процесі контролю свідомістю всього набору навчальних дій, необхідних для виконання завдання. Якщо ж нахил існує в області кінцевих спроб, то відбувається пришвидшення роботи в межах автоматизованої діяльності, коли контролюються свідомістю тільки ключові концептуальні моменти навчальних дій.

Модельна залежність ширини розподілу часу виконання завдання від етапу навчання (спектр моментів другого порядку). На рис.8 представлені спектри моментів, що описують спектри моментів першого – четвертого порядків, коли невеликих зсувів контурів не відбувається. Реалізується тільки перерозподіл площі під нормальними кривими. На рис.8b представлена динаміка зміни дисперсії (ширини) розподілу часу виконання завдання, коли відбуваються невеликі лінійні зсуви контурів. Видно, що процес перерозподілу площі фіксується методом моментів, як поступове збільшення ширини розподілу, а потім його зменшення.

На початковому і кінцевому етапі модельного експерименту дисперсія стала. Ширина розподілу збільшується, а потім повертається до початкового значення. **Зміна ширини розподілу вказує на механізм «перекачки», як механізм якісної зміни компетентності у виконанні завдань.** В модельному експерименті, що представлений на рис.8, ширини контурів до перекачки і після неї співпадають. Тому полички дисперсії на початку і в кінці модельного експерименту знаходяться на одному рівні. Модельні експерименти з різними ширинами контурів повільного та швидкого виконання завдання дають динаміку зміни дисперсії з різними рівнями поличок в початкових і кінцевих спробах.

Модельна залежність асиметрії розподілу часу виконання завдання від етапу навчання (спектр моментів третього порядку). На рис.8c представлена динаміка зміни асиметрії розподілу часу виконання завдання. Видно, що процес перерозподілу площі фіксується методом моментів, як поступове збільшення лівосторонньої асиметрії (від'ємна асиметрія) розподілу, а потім правосторонньої асиметрії (додатня асиметрія). На початковому і кінцевому етапі модельного експерименту асиметрія відсутня. Фіксується також нульова асиметрія в момент «перекачки», коли контур повільної і швидкої роботи мають однакові амплітуди. **Характерна зміна асиметрії розподілу спочатку в від'ємну область, а потім в додатню також вказує на механізм «перекачки», як механізм якісної зміни компетентності в виконанні завдань.**

Модельна залежність гостровершинності розподілу часу виконання завдання від етапу навчання (спектр моментів четвертого порядку). На рис.8d представлена динаміка зміни гостровершинності розподілу часу виконання завдання. Видно, що процес перерозподілу площі нормальних контурів фіксується моментом четвертого порядку. У початковій фазі модельного експерименту гостровершинність має нульове значення, далі відбувається поступове збільшення гостровершинності розподілу, потім його зменшення, і знов збільшення. У кінцевій фазі модельного експерименту гостровершинність знов набуває нульове значення. Наявність трьох екстремумів в спектрі моментів четвертого порядку вказує на високу чутливість цієї залежності до форми розподілу (спектр другого порядку має один екстремум, третього – два). Від'ємна гостровершинність вказує на наявність двох вершин в розподілі часу виконання завдань. Нульове значення гостровершинності та асиметрії на початковому і кінцевому етапі модельного експерименту свідчить про нормальний характер розподілу часу виконання завдань в початковій і кінцевій фазі модельного експерименту, а також на повну зміну якості компетентності. Зрозуміло, що в кінцевій фазі модельного експерименту ця нормальна крива перемістилась в шкалі часу в область швидких дій. Всі студенти виконують завдання в контурі швидкої роботи. **Характер зміни гостровершинності розподілу вказує на механізм «перекачки», як механізм**

якісної зміни компетентності у виконанні завдань.

Висновки.

Проведено модельний розгляд динаміки трансформацій статистичних розподілів швидкостей навчальних дій великих груп учнів. Застосовано математичний апарат методу моментів. Аналіз динаміки змін моментів розподілів першого – четвертого порядків, що відбуваються в процесі навчання, дає базис для об'єктивних інтегральних оцінок проходження процесу навчання.

1. **Момент першого порядку (середнє значення розподілу).** Швидкість формування нового якісного рівня компетентності у групи учнів визначається центральною частиною залежності (середнього часу виконання завдань) від номеру спроби. Вона має лінійний характер та візуалізує швидкість перерозподілу площі складових розподілу (нормальних контурів, що відповідають за повільну і швидку технологію дій при виконанні завдань). Чим швидше цей перерозподіл відбувається, то спостерігається більший кут до осі спроб цієї центральної частини спектру моментів.
2. **Момент другого порядку (дисперсія, ширина розподілу).** На механізм формування нового якісного рівня компетентності в ході виконання завдань вказує характерний дзвоноподібний вигляд відповідного графіку. У центральній частині залежності цього моменту від етапу навчання спостерігається суттєве збільшення ширини розподілу, а потім зменшення до початкового рівня. Це вказує на механізм зміни компетентності, що зв'язаний з перерозподілом кількості виконань завдань між повільною та швидкою технологією дій.
3. **Момент третього та четвертого порядку (асиметрія та гостровершинність розподілу).** Механізм якісної однократної зміни компетентності в ході виконання завдання однозначно проявляється в характерній зміні асиметрії та гостровершинності розподілу. Так асиметрія спочатку має два екстремуми, а гостровершинність три. Така кількість екстремумів вказує на дві складових розподілу між якими відбувається перерозподіл площі.
4. **Моменти першого, другого, третього та четвертого порядку.** Плавна зміна швидкості дій, без якісної їх перебудови, проявляються на графіках у вигляді плавних кривих без екстремумів. Середня швидкість дій в групі впродовж тренування буде плавно зростати. Момент другого порядку буде вказувати на зменшення дисперсії після тривалого тренування у виконанні однотипних задач, а асиметрія та гостровершинність суттєво змінюватись не буде.

Список бібліографічного опису

1. Кухаренко В.М. Теорія та практика змішаного навчання / В.М.Кухаренко, С.М.Березанська, К.Л.Бугайчук, Н.Ю.Олійник, О.В.Олійник, Н.Г.Сиротенко, А.Л.Столяревська // За ред. В.М.Кухаренко – Харків: «Міськдрук», НТУ «ХПІ», 2016. – 284 с.
2. Триус Ю.В. Система електронного навчання ВНЗ на базі MOODLE: Методичний посібник / Ю.В.Триус, І.В.Герасименко, В.М. Франчук// За ред. Ю.В.Триуса. – Черкаси, 2012. –220 с.
3. Гласс Дж. Статистические методы в педагогике и психологии / Дж. Гласс. – М.: Прогресс, 1976 г. – 494 с.
4. Крамер Г. Математические методы статистики / Г.Крамер. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
5. Головін М.Б. Дослідження процесів навчання на основі аналізу моментів статистичних розподілів швидкостей навчальних дій (на матеріалах вивчення інформатики) /М.Б.Головін – Психологічні перспективи. Випуск 18. Луцьк, 2011. – С. 62 – 72. <http://esnuir.eenu.edu.ua/bitstream/123456789/1743/1/Holovin.pdf>
6. Головін М.Б. Формування знань з інформатики в процесі конструювання ієрархічних схем та статистичний аналіз цих навчальних дій /М.Б.Головін – Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання № 16 (23), 2015. – С.20-26. <http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/10653>
7. Головін М.Б. Дослідження закономірностей формування пізнавальних понятійних схем ієрархічного типу методами статистики /М.Б.Головін., Н.А.Головіна – Психологічні перспективи. Випуск .26. Луцьк, 2015. С.61-72. <http://esnuir.eenu.edu.ua/handle/123456789/8739>
8. Чуприкова Н.И. Дифференционно-интеграционная теория развития. Кн. 2 / Сост. и ред. Н.И.Чуприкова, Е.В.Волкова. — М.: Языки славянской культуры, 2014. — 720 с
9. Миллер Дж. Магическое число семь, плюс или минус два / Дж. Миллер // Панов Д. Ю., Зінченко В. П. // Инженерная психология. – М. : Прогресс, 1964. – С. 172–225.
10. Булах І.Є. Теорія і методика комп'ютерного тестування успішності навчання (на матеріалах мед. навчальних закладів) [Текст] : автореф. дис. д-ра пед. наук: 13.00.01 / І. Є.Булах; АПН України, Ін-т педагогіки і психології проф. освіти. - К., 1995. - 50 с.

References

1. Kuharenko, V., Berezenska, S., Bugaichuk, K., Oliynyk, N., Oliynyk, T., Rybalko, O., Syrotenko, N., and Stoliarevska, A. (2016). *Theory and practice of mixed education*. Kharkiv: "Miskdruk", NTU "KPI".
2. Tryus Y.V. (2012). *The system of electronic education of higher educational institutions based on MOODLE: Methodical manual*. Cherkasy.
3. Glass, J. (1976). *Statistical methods in pedagogy and psychology*. Moscow: Progress.
4. Cramer H. (1975). *Mathematical methods of statistics*. Moscow: Mir.
5. Holovin, M.B. (2011). Research of learning processes on the basis of the analysis of moments of statistical distributions of speed of educational actions (on materials of studying of computer science). *Psychological perspectives*, 18.

6. Holovin, M.B. (2015). The formation of knowledge on informatics in the process of designing hierarchical circuits and statistical analysis of these learning actions. *Scientific Journal of National Pedagogical Dragomanov University. Series 2. Computer-Oriented Learning Systems*, 16 (23).
7. Holovin, M.B. (2015). Investigation of patterns of formation of cognitive-conceptual schemes of hierarchical type by methods of statistics. *Psychological Perspectives*, 26.
8. Chuprikova, N.I. (2014). *Differential-integral theory of development*. Book 2. Moscow: Yazykislavyanskikhkul'tur.
9. Miller, G.A. (1964). *The magical number seven, plus or minus two*. Moscow: Progress.
10. Bulakh I.E. (1995). *Theory and methodology of computer testing of educational success (on materials of medical schools)*. National Academy of Educational Sciences of Ukraine