

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки
Навчально-науковий фізико-технологічний інститут

**Кафедра експериментальної фізики
та інформаційно-вимірювальних технологій**

Андрій Кевшин, Володимир Галян, Сергій Федосов

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

Задачі

Частина 1

**КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ
ЛІНІЙНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ
ТРИФАЗНІ КОЛА ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ**

Луцьк

2020

УДК 539.2
К-33

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки (протокол № 7 від 22.06.2020 р.).

Рецензенти: *Ящинський Л. В.* – канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра фундаментальних наук, Луцький НТУ;

Шигорін П. П. – канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра теоретичної та математичної фізики імені А. В. Свідзинського, СНУ імені Лесі Українки.

К 33 Кевшин А. Г., Галян В. В., Федосов С. А. **Електротехніка** : задачі у 2 ч. Ч. 1 : Кола постійного струму. Лінійні кола змінного струму. Трифазні кола електричного струму. Луцьк, 2020. 39 с.

Задачі з «Електротехніка» – складова комплексу робочих матеріалів написаних на українській мові, створених для забезпечення якісної практичної підготовки фахівців галузей знань 01 Освіта, 10 Природничі науки, галузей знань технічних наук. Задачі збірника охоплюють курси «Електротехніка», «Основи електротехніки та електроніки». Видання містить набір задач необхідних для організації повноцінної аудиторної та самостійної роботи студентів, базовим для подальшого вивчення навчальних дисциплін «Електроніка», «Електричні машини», «Електричні приводи» та інших спецкурсів і рекомендовано використовувати після засвоєння матеріалу навчальних дисциплін «Електрика і магнетизм», «Вища математика».

Навчально-методичне видання відповідає чинним навчальним програм підготовки й рекомендовано студентам спеціальностей 014 Середня освіта (Фізика), 104 Фізика та астрономія, 105 Прикладна фізика та наноматеріали, спеціальностей галузей технічних наук.

УДК 539.2

© Кевшин А. Г. та ін., 2020

© Вежа-Друк, 2020

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ТЕМА 1. КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	5
1.1. Електричне коло і його елементи	5
1.2. Закони Кірхгофа та їх застосування для розрахунку кіл постійного струму	6
1.3. Приклади розв'язання задач	8
Задачі для самостійного розв'язання	12
ТЕМА 2. ЛІНІЙНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ	18
2.1. Основні відомості про змінний струм	18
2.2. Кола змінного струму з резистивним, індуктивним та ємнісним елементом	18
2.3. Послідовне з'єднання активного, індуктивного і ємнісного опорів	21
2.4. Приклади розв'язання задач	22
Задачі для самостійного розв'язання	25
ТЕМА 3. ТРИФАЗНІ КОЛА ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ	29
3.1. З'єднання трифазних споживачів «зіркою»	29
3.2. З'єднання трифазних споживачів «трикутником»	30
3.3. Потужність трифазної системи	30
3.4. Приклади розв'язання задач	31
Задачі для самостійного розв'язання	33
ЛІТЕРАТУРА	38

ВСТУП

Електротехніка – наука про теоретичне вивчення та практичне застосування електричних і магнітних явищ для виробництва, пересилання, розподілу та перетворення електричної енергії в інші види енергії: світлову, теплову, механічну, хімічну тощо.

Збірник задач для навчальної дисципліни «Електротехніка» з методичними рекомендаціями до їх розв'язання складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальностей 014 Середня освіта (Фізика), 104 Фізика та астрономія, 105 Прикладна фізика та наноматеріали. Даний посібник розроблено з метою допомогти студентам у самостійному розв'язанні задач з таких розділів електротехніки: «Кола постійного струму», «Лінійні кола змінного струму», «Трифазні кола електричного струму», «Трансформатори», «Комплексний метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму».

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Електротехніка» є електромагнітні явища і їх використання для генерування, передачі і розподілу електроенергії, вирішення проблем електромеханіки, електротехнології, електроенергетики і т.п.

Метою даної дисципліни є вивчення основних законів теорії електричних кіл постійного та синусоїдного струму, ознайомлення з основами роботи електричних машин.

Основними завданнями вивчення дисципліни є ознайомлення студентів з основним законам електричних, магнітних і електромагнітних кіл, зі структурними елементами й фізичними величинами кіл, теорією і методологією аналізу електричних кіл постійного та змінного струмів.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати:

основні закони електротехніки для електричних і магнітних кіл;

методи вимірювання електричних і магнітних величин;

принципи роботи основних електричних машин та апаратів їхні робочі і пускові характеристики.

вміти:

користуватися символічним методом і законами Ома та Кірхгофа, здійснювати вимірювання струмів, напруг, потужностей у трифазних колах;

користуватися електровимірювальними приладами, знаходити зведену, абсолютну та відносні похибки;

проводити вимірювання для визначення характеристик трансформаторів;

аналізувати режими роботи різноманітних нескладних електронних пристроїв.

Збірник містить задачі з основних розділів електротехніки. На початку кожного розділу даються основні теоретичні відомості та приклади розв'язання декількох типових задач.

ТЕМА 1. КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

1.1. Електричне коло і його елементи.

Електричним колом називають сукупність пристроїв, що призначені для генерування, передачі, перетворення і використання електричної енергії. Окремий пристрій, що входить до складу електричного кола і виконує в ній визначену функцію, називається елементом електричного кола. Основними елементами найпростішого електричного кола є джерела і приймачі електричної енергії. Частину електричного кола, що містить виділені в ній елементи, називають ділянкою кола.

Елементи кола, що призначені для генерування електричної енергії, називають джерелами живлення або джерелами електричної енергії, а елементи, що використовують електричну енергію – приймачами електричної енергії.

Електричні кола постійного і змінного струмів розрізняють також за способом з'єднання їхніх елементів – нерозгалужені й розгалужені кола, за числом джерел електричної енергії – кола з одним або декількома джерелами електричної енергії.

Електричне коло, що складається з лінійних елементів, називають лінійним колом. Електричне коло, до якого входить хоча б один нелінійний елемент, називають нелінійним колом. Приймачі електричної енергії як елементи електричного кола мають властивості поглинати електричну енергію з кола й перетворювати її на інші види енергії (необоротний процес), створювати свої магнітні й електричні поля, енергії яких можуть накопичуватися і за певних умов повертатися назад у коло (оборотний процес). Щоб характеризувати ці властивості, вводять поняття параметрів елемента. У числі параметрів елементів кола розрізняють опір, індуктивність і ємність.

Опір (R) – параметр, що характеризує властивість елемента поглинати енергію з електричного кола й перетворювати її на інші види енергії (теплову або світлову). Одиницею виміру опору є *Ом*.

Властивість елемента кола створювати власне магнітне поле (поле самоіндукції), коли в ньому є електричний струм, характеризують параметром індуктивності L . *Індуктивність* є коефіцієнтом пропорційності між струмом (I) і потокозчепленням (ψ) даного пристрою: $\psi = LI$. Його називають коефіцієнтом *самоіндукції* і вимірюють у Генрі (Гн).

Ємність (C) – параметр, що характеризує властивість елемента накопичувати заряди або збуджувати ними електричне поле. Цей параметр є коефіцієнтом пропорційності між напругою і зарядом елемента: $q = CU$.

Основну властивість джерела електричної енергії – здатність створювати й підтримувати різницю потенціалів на окремих ділянках кола, а також збуджувати й підтримувати електричний струм у замкнутому колі – характеризують його електрорушійною силою (ЕРС).

1.2. Закони Кірхгофа та їх застосування для розрахунку кіл постійного струму.

Основними топологічними поняттями теорії електричних кіл є вітка, вузол, контур.

Віткою називається ділянка електричного кола з одним і тим же струмом (ряд послідовно з'єднаних елементів електричного кола розташованих між двома вузлами). Вітка може складатися з одного пасивного або активного елемента, а також може бути послідовним з'єднанням кількох елементів. На рис. 1.2.1 наведена схема електричного кола з п'ятьма вітками.

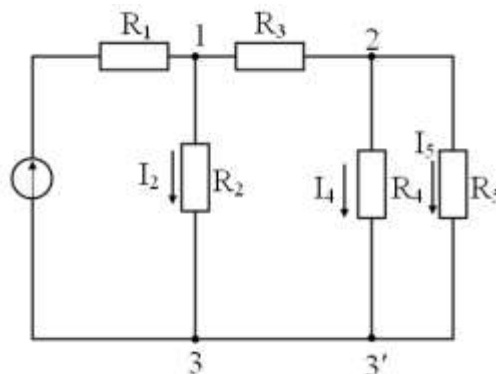


Рис. 1.2.1. Схема електричного кола

Вузлом називають місце з'єднання трьох і більше віток. Розрізняють потенціальні та геометричні вузли. На рисунку маємо чотири геометричні вузли: 1, 2, 3, 3'. Геометричні вузли 3, 3' мають однакові потенціали, тому їх при розрахунках можна об'єднати в один-потенціальний вузол.

Контуром називають замкнений шлях, що проходить через кілька віток і вузлів. На рисунку як приклад можна виділити контур 1-2-3-3'. Незалежним контуром називається контур, який відрізняється від попереднього хоч би однією віткою, незадіяною раніше. Контур характеризується сукупністю віток і напрямком обходу.

У теорії електричних кіл важливе значення мають експериментально встановлені в 1847 р. німецьким фізиком Г. Р. Кірхгофом закони, що одержали назву 1-го й 2-го законів Кірхгофа.

Перший закон Кірхгофа. Цей закон відносять до вузлів кола й для випадку постійних струмів формулюють в такий спосіб: *алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю*

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$

При записі рівнянь за першим законом Кірхгофа підсумовування струмів роблять алгебраїчно: струмам, що спрямовані до вузла, привласнюють один знак, наприклад позитивний, а струмам, що спрямовані від вузла – інший знак, наприклад, негативний. Тому часто зустрічається ще інше формулювання першого закону Кірхгофа: *сума струмів, що притікають до вузла, дорівнює сумі струмів, що виходять з нього.*

Перший закон Кірхгофа є наслідком закону збереження кількості електрики, відповідно до якого ні в якій точці заряди не можуть безмежно накопичуватися: кількість електрики, що притікає до даної точки за певний проміжок часу, повинна дорівнювати кількості електрики, що відтікає від неї за той же час.

Оскільки під час розрахунку розгалужених електричних кіл дійсні напрями струмів у вітках здебільшого невідомі, то для складання рівнянь Кірхгофа необхідно задатись умовно додатними напрямками струмів у вітках, позначивши їх на схемі стрілками. Якщо у відповідній вітці є ЕРС, то найбільш доцільно, направляти струми за напрямом цієї ЕРС. Якщо в результаті розрахунку отримаємо для деякого струму від'ємне значення, це означає, що дійсний напрям струму протилежний до показаного на схемі стрілкою.

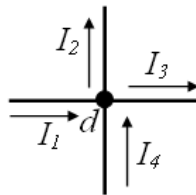


Рис. 1.2.2. Схема ділянки кола

Прийmemo для схеми на рис. 1.2.2 струми, що входять до вузла d , позитивними (I_1 та I_4), а струми, що виходять з вузла — негативними (I_2 та I_3). Тоді можемо записати наступне рівняння за першим законом Кірхгофа

$$I_4 + I_1 - I_2 - I_3 = 0,$$

що відповідатиме 1-му формулюванню першого закону Кірхгофа, або у вигляді

$$I_4 + I_1 = I_2 + I_3,$$

що відповідає 2-му формулюванню першого закону Кірхгофа.

Другий закон Кірхгофа. Другий закон Кірхгофа стосується електричного контуру: в замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруг на опорах всіх елементів контуру дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, що діють в цьому контурі. Під час складання рівнянь за другим законом Кірхгофа необхідно правильно визначати знаки спадів напруг та ЕРС. Варто відзначити, що напрями обходу кожного контуру вибирають довільно. Перед спадом напруги $I_k R_k$ ставиться знак «+», якщо напрям обходу контуру співпадає з вибраним додатним напрямом струму в даному опорі, і знак «-», якщо ці напрями протилежні. Якщо напрям обходу контуру співпадає з напрямом ЕРС, то ця ЕРС входить до рівняння із знаком «+», і навпаки.

$$\sum_{k=1}^i \pm I_k R_k = \sum_{k=1}^i \pm E_k.$$

Дане рівняння є математичним записом другого закону Кірхгофа.

Для схеми зображеної на рис. 1.2.3 другий закон Кірхгофа запишеться у вигляді: $I_1 R_1 - I_i R_i = E_1 - E_i$.

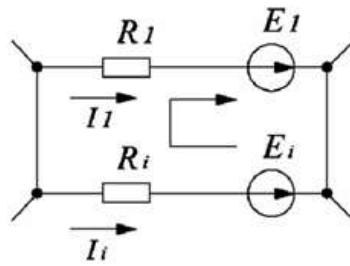


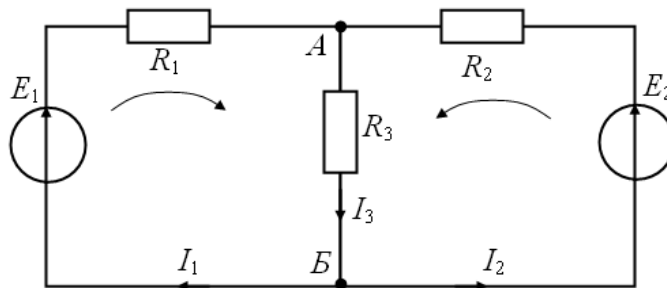
Рис. 1.2.3. Схема електричного кола з нанесеними позначеннями струмів і напрямків обходу контуру

У загальному випадку методика використання законів Кірхгофа можна проводити за наступною схемою.

1. Визначаємо кількість вузлів q , віток p і контурів n .
2. Довільно вибираємо і позначаємо на схемі додатні напрями струмів у вітках.
3. Складаємо $q-1$ рівняння за першим законом Кірхгофа, та n рівнянь за другим законом Кірхгофа, вибравши довільно напрямки обходу контурів (всього необхідно скласти $p - n$ рівнянь).

1.3. Приклади розв'язання задач.

Приклад 1. Записати рівняння згідно першого та другого законів Кірхгофа для схеми, зображеної на рисунку.



Так як задана схема має два вузли, то по першому закону Кірхгофа необхідно скласти одне рівняння для будь-якого із вузлів. Складаємо рівняння по першому закону Кірхгофа для вузла А:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Так як кількість невідомих, для даного кола, дорівнює трьом, то необхідно мати три незалежних рівняння. Тому по другому закону Кірхгофа необхідно скласти два рівняння для двох, будь-яких, незалежних контурів.

Складаємо рівняння по другому закону Кірхгофа для контурів, попередньо вибравши напрями обходу контурів, як показано на схемі.

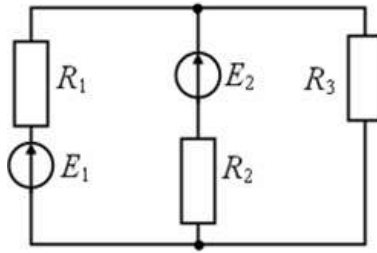
$$\begin{cases} I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2 \end{cases}$$

Отже маємо систему з трьома невідомими:

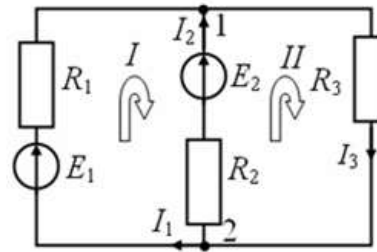
$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2 \end{cases}$$

Вирішивши цю систему можна визначити струми I_1, I_2, I_3 .

Приклад 2. Визначити струми у вітках схеми зображеної на рисунку, якщо $E_1=15$ В; $E_2=14$ В; $R_1=3$ Ом; $R_2=2$ Ом; $R_3=6$ Ом.



1. $q = 2$; $p = 3$; $n = 2$.
2. Довільно вибираємо і позначаємо на схемі умовно – додатні напрямки струмів I_1, I_2, I_3 у вітках (рис. 6.2.3).

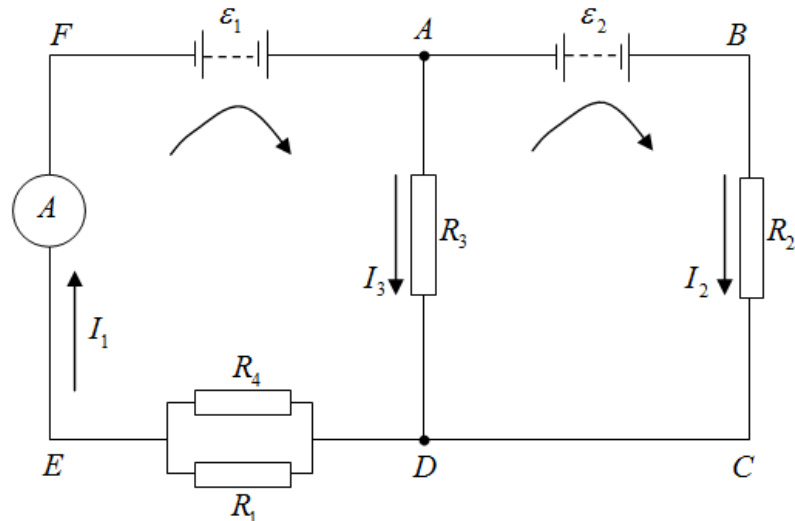


3. Складаємо одне рівняння за першим законом Кірхгофа (вузол 1) та $n = 2$ рівнянь за другим законом Кірхгофа для контурів I – II, вибравши напрямки обходу контурів довільно:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 = E_1 - E_2 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 3I_1 - 2I_2 = 15 - 14 \\ 2I_2 + 6I_3 = 14 \end{cases}$$

4. Розв'язавши систему рівнянь одержимо: $I_1=1$ А; $I_2=1$ А; $I_3=2$ А.

Приклад 3. Знайти покази амперметра, якщо $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 100$ В, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 40$ Ом і $R_4 = 30$ Ом.



Для вузла D згідно першого закону Кірхгофа можемо записати:

$$I_2 + I_3 - I_1 = 0. \quad (*)$$

Обхід контурів $ABCD$ та $ADEF$ виберемо за годинниковою стрілкою. Тоді для контуру $ABCD$ згідно другого закону Кірхгофа можемо записати рівняння:

$$I_2 R_2 - I_3 R_3 = \varepsilon_2.$$

Відповідно для контуру $ADEF$ можемо записати рівняння:

$$I_3 R_3 + I_1 R_{14} = \varepsilon_1.$$

Опори R_1 и R_4 з'єднанні паралельно, тому їх загальний опір R_{14} знайдемо по формулі:

$$R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \text{ Ом}.$$

Підставимо дані:

$$10I_2 - 40I_3 = 100 \quad (*)$$

$$40I_3 + 12I_1 = 100 \quad (*)$$

Запишемо систему рівнянь (*) в матричному вигляді:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & -40 \\ 12 & 0 & 40 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix},$$

де A – основна матриця системи, її елементи є коефіцієнтами при невідомих струмах; B – матриця стовпець вільних членів (ЕРС).

Запишемо і обчислимо основний визначник Δ матриці A :

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & -40 \\ 12 & 0 & 40 \end{vmatrix} = -400 - 480 + 0 - 120 - 0 - 0 = -1000.$$

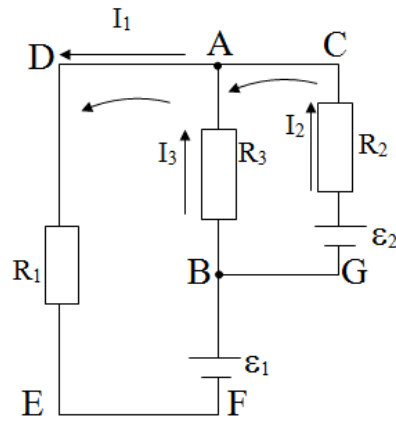
Знайдемо визначник Δ_{I_1} , одержаний заміною відповідних стовпців визначника Δ стовпцями матриці B .

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 100 & 10 & -40 \\ 100 & 0 & 40 \end{vmatrix} = 0 - 4000 + 0 - 1000 - 0 - 4000 = -9000.$$

Тоді:

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{-9000}{-1000} = 9 \text{ А}.$$

Приклад 3. На рисунку представлена схема електричного кола. Визначити струми, що протікають через опори, якщо $\varepsilon_1 = 20 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 25 \text{ В}$, $R_1 = R_3 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.



Для вузла A по першому закону Кірхгофа можемо записати:

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Обхід контуру $ABGC$ виберемо проти годинникової стрілки. Тоді по другому закону Кірхгофа можемо записати:

$$I_2 R_2 - I_3 R_3 = \varepsilon_2.$$

Обхід контуру $ADEF$ виберемо також проти годинникової стрілки. Тоді по другому закону Кірхгофа можемо записати:

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = \varepsilon_1.$$

Підставимо дані:

$$15I_2 - 10I_3 = 25,$$

$$10I_1 + 10I_3 = 20.$$

Запишемо систему рівнянь в матричному вигляді:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 15 & -10 \\ 10 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

Запишемо і обчислимо основний визначник Δ матриці A:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 15 & -10 \\ 10 & 0 & 10 \end{vmatrix} = -150 - 100 + 0 - 150 - 0 - 0 = -400.$$

Знайдемо визначники Δ_{I_1} , Δ_{I_2} , Δ_{I_3} , одержані заміною відповідних стовпців визначника Δ стовпцями матриці B.

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 25 & 15 & -10 \\ 20 & 0 & 10 \end{vmatrix} = 0 - 200 + 0 - 300 - 0 - 250 = -750.$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 25 & -10 \\ 10 & 20 & 10 \end{vmatrix} = -250 + 0 + 0 - 250 - 200 - 0 = -700.$$

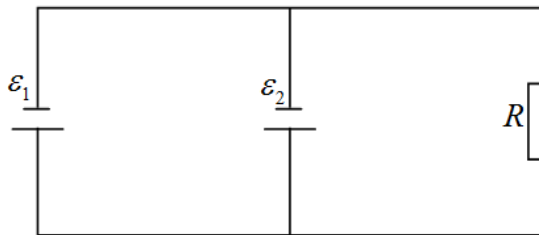
$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 15 & 25 \\ 10 & 0 & 20 \end{vmatrix} = -300 + 250 + 0 - 0 - 0 - 0 = -50.$$

Невідомі значення струмів знайдемо із виразів:

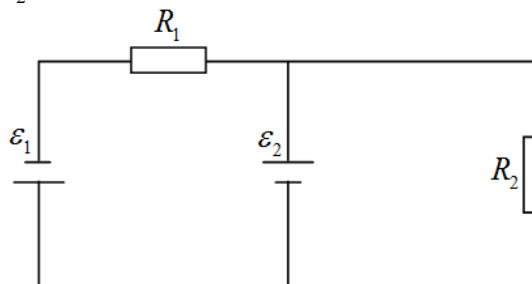
$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{-750}{-400} = 1,875 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{-700}{-400} = 1,75 \text{ A}; \quad I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta} = \frac{-50}{-400} = 0,125 \text{ A}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

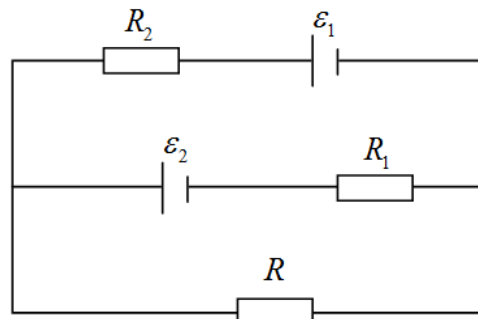
1. У схемі, зображеній на рисунку, джерела володіють наступними характеристиками: $\varepsilon_1 = 8 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$, $r_2 = 0,5 \text{ Ом}$. Опір резистора рівний 5 Ом . Знайти силу струму, який протікає через резистор.



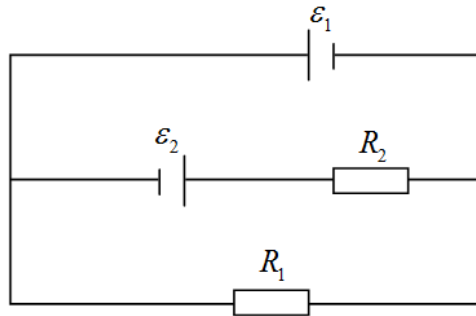
2. У схемі, зображеній на рисунку, $\varepsilon_1 = 8 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$, $r_2 = 0,5 \text{ Ом}$. Опір резисторів $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$. Знайти величину і напрямок струмів, які протікають через R_1 та R_2 .



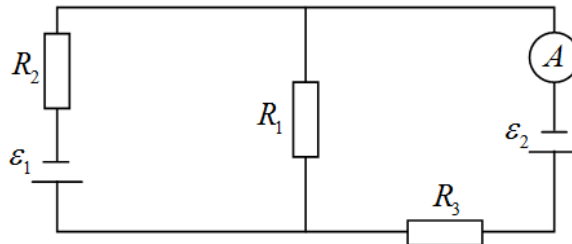
3. Визначити величину і напрямок струму через опір R в схемі, якщо $\varepsilon_1 = 1,7 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$ і $R = 6 \text{ Ом}$. Внутрішнім пором джерел знехтувати.



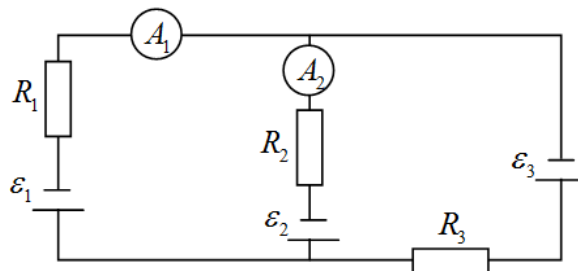
4. Визначити величину і напрямок струму через опір R_1 та R_2 в схемі, якщо $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 3 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$. Внутрішнім пором джерел знехтувати.



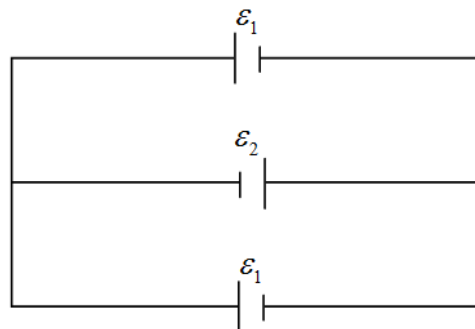
5. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 2\text{ В}$ і $\varepsilon_2 = 3\text{ В}$, опір $R_3 = 1,5\text{ кОм}$, опір амперметра $R_A = 0,5\text{ кОм}$. Спад напруги на опорі R_2 рівний 1 В (струм через R_2 направлений зверху вниз). Знайти покази амперметра.



6. Батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 4\text{ В}$ і $\varepsilon_2 = 5\text{ В}$, $\varepsilon_3 = 6\text{ В}$, опори $R_1 = 1\text{ кОм}$, $R_2 = 2\text{ кОм}$, $R_3 = 3\text{ кОм}$. Знайдіть покази амперметрів A_1 та A_2 . Внутрішніми опорами джерел струму та опорами амперметрів знехтувати.

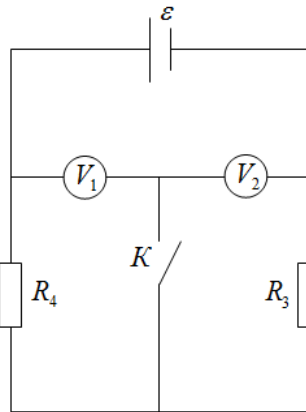


7. Три батареї акумуляторів з ЕРС 12 В , 5 В і 10 В , і однаковими внутрішніми опорами в 1 Ом , з'єднані між собою так, як показано на рисунку. Опір з'єднувальних опорів мізерно малий. Визначити сили струмів, які йдуть через кожну батарею.

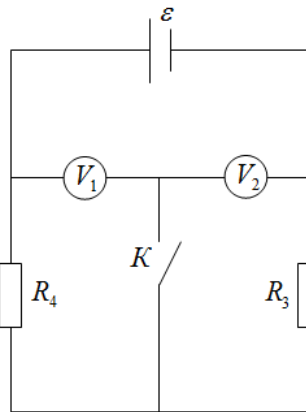


8. У схемі зображеній на рисунку V_1 і V_2 – два вольтметра, опори яких рівні відповідно $R_1 = 3000\text{ Ом}$ і $R_2 = 2000\text{ Ом}$; $R_3 = 3000\text{ Ом}$, $R_4 = 2000\text{ Ом}$, $\varepsilon = 200\text{ В}$. Знайти покази вольтметрів V_1 і V_2 у випадку, коли ключ K

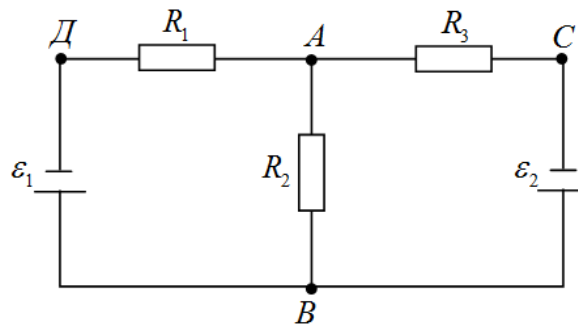
розімкнутий. Опором батареї знехтувати. Розв'язати задачу, використовуючи закони Кірхгофа.



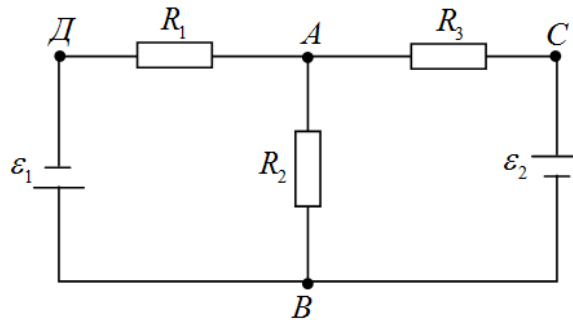
9. У схемі зображеній на рисунку V_1 і V_2 – два вольтметра, опори яких рівні відповідно $R_1 = 3000 \text{ Ом}$ і $R_2 = 2000 \text{ Ом}$; $R_3 = 3000 \text{ Ом}$, $R_4 = 2000 \text{ Ом}$, $\varepsilon = 200 \text{ В}$. Знайти покази вольтметрів V_1 і V_2 у випадку, коли ключ K замкнений. Опором батареї знехтувати. Розв'язати задачу, використовуючи закони Кірхгофа.



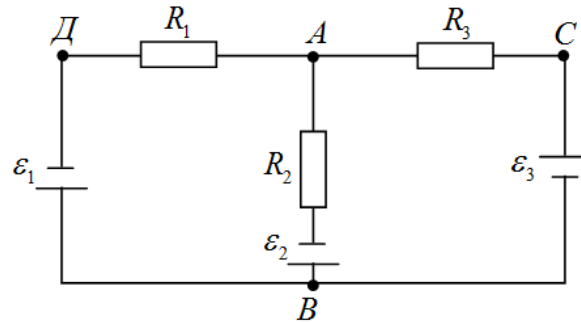
10. Визначити різницю потенціалів між точками А і Д, якщо $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 6 \text{ В}$.



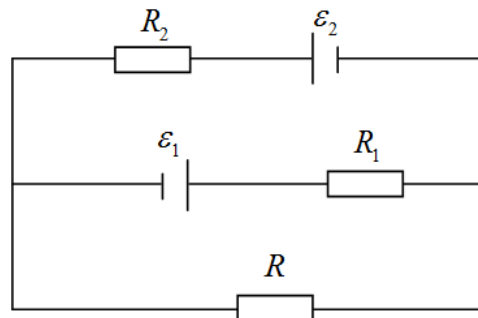
11. Визначити різницю потенціалів між точками А і С, якщо $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 6 \text{ В}$.



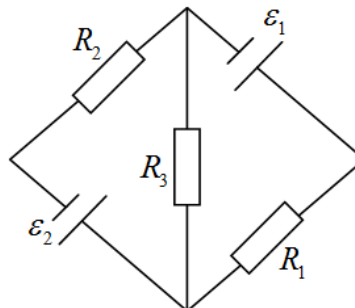
12. Визначити різницю потенціалів між точками А і В, якщо $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 6 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 8 \text{ В}$.



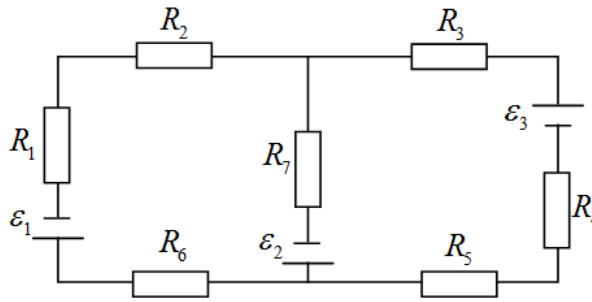
13. Знайти величину і напрямок струму через опір R у схемі зображеної на рисунку, якщо ЕРС джерел $E_1 = 15 \text{ В}$, $E_2 = 37 \text{ В}$, а величини опорів відповідно рівні $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$ і $R = 50 \text{ Ом}$. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.



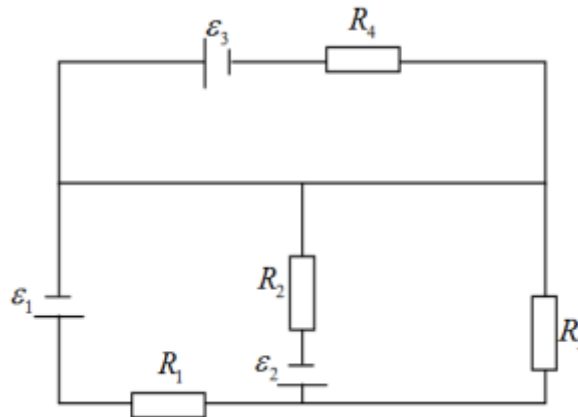
14. Визначити струми, що проходять через опори R_1 , R_2 , R_3 , якщо $\varepsilon_1 = 12,5 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 10 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 7,5 \text{ Ом}$. Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.



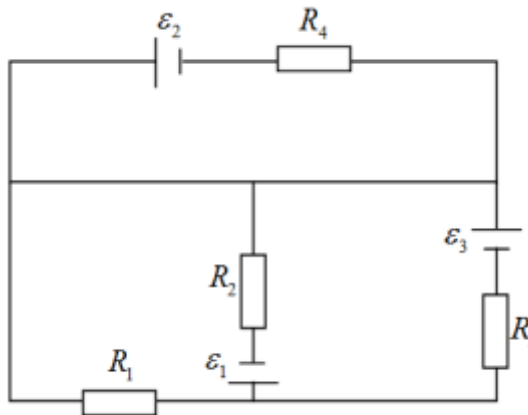
15. У схемі, зображеній на рисунку, $\varepsilon_1 = 10 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 20 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 30 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$, $R_6 = 6 \text{ Ом}$, $R_7 = 7 \text{ Ом}$. Внутрішні опори джерел струму мізерно малі. Знайти сили струмів I_1 , I_2 , I_3 .



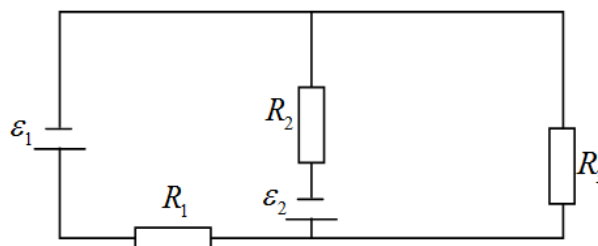
16. Визначити струми у всіх вітках електричного кола, схема якого зображена на рисунку. Параметри елементів: $\varepsilon_1 = 40\text{ В}$, $\varepsilon_2 = 20\text{ В}$, $\varepsilon_3 = 30\text{ В}$, $R_1 = 5\text{ Ом}$, $R_2 = 10\text{ Ом}$, $R_3 = 15\text{ Ом}$, $R_4 = 20\text{ Ом}$.



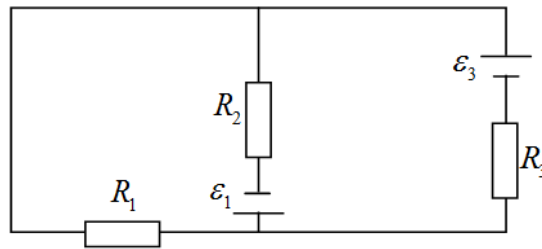
17. Визначити струми у всіх вітках електричного кола, схема якого зображена на рисунку. Параметри елементів: $\varepsilon_1 = 40\text{ В}$, $\varepsilon_2 = 20\text{ В}$, $\varepsilon_3 = 30\text{ В}$, $R_1 = 5\text{ Ом}$, $R_2 = 10\text{ Ом}$, $R_3 = 15\text{ Ом}$, $R_4 = 20\text{ Ом}$.



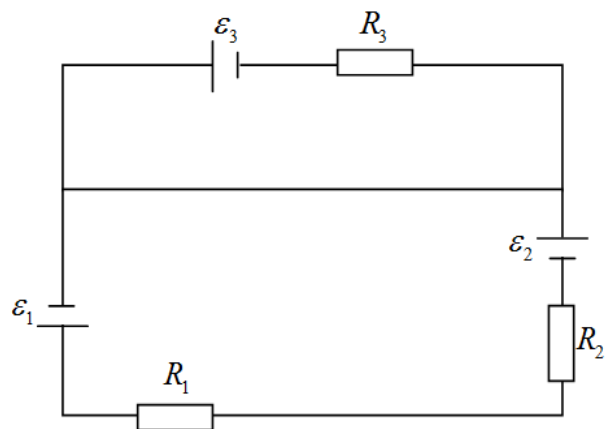
18. Визначити струми у всіх вітках електричного кола, схема якого зображена на рисунку. Параметри елементів: $\varepsilon_1 = 10\text{ В}$, $\varepsilon_2 = 15\text{ В}$, $R_1 = 12\text{ Ом}$, $R_2 = 15\text{ Ом}$, $R_3 = 18\text{ Ом}$.



19. Визначити струми у всіх вітках електричного кола, схема якого зображена на рисунку. Параметри елементів: $\varepsilon_1 = 8\text{ В}$, $\varepsilon_2 = 10\text{ В}$, $R_1 = 15\text{ Ом}$, $R_2 = 20\text{ Ом}$, $R_3 = 25\text{ Ом}$.



20. Визначити струми у всіх вітках електричного кола, схема якого зображена на рисунку. Параметри елементів: $\varepsilon_1 = 18\text{ В}$, $\varepsilon_2 = 14\text{ В}$, $\varepsilon_3 = 24\text{ В}$, $R_1 = 12\text{ Ом}$, $R_2 = 16\text{ Ом}$, $R_3 = 18\text{ Ом}$.



ТЕМА 2. ЛІНІЙНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

2.1. Основні відомості про змінний струм.

Змінним називають такий струм, який упродовж певного часу змінюється за величиною і напрямком. У теорії і практиці під змінним струмом розуміють періодичний змінний синусоїдальний струм із частотою $\nu=50$ Гц.

В найбільш загальному випадку такий струм можна описати рівнянням

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha),$$

де i – миттєве значення струму, I_m – амплітудне значення струму, $(\omega t + \alpha)$ – фаза коливань в момент часу t , ω – циклічна частота, t – час, α – початкова фаза.

Час, протягом якого здійснюється одне повне коливання періодичного процесу, називають *періодом* (T), а кількість коливань протягом одиниці часу називають *частотою* (ν). Зв'язок між періодом і частотою описується формулою

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Частоту вимірюють у герцах (Гц), період в секундах (с). Кількість коливань за 2π секунди називають циклічною частотою (ω), вимірюють у (рад/с):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Все, що було сказано відносно струмів, справедливо також і для синусоїдно змінних ЕРС і напруги.

Діючим значенням струму називають такий незмінний в часі струм, який виділяє в резистивному опорі за період таку ж кількість енергії, що й синусоїдно змінний струм. Позначають діюче значення сили струму I . Зв'язок між амплітудним та діючим значенням сили струму виражається наступним співвідношенням:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m.$$

Тобто, діюче значення струму менше амплітудного в $\sqrt{2}$ разів. Аналогічно визначають та позначають діючі значення ЕРС і напруги:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \text{ та } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

2.2. Кола змінного струму з резистивним, індуктивним та ємнісним елементом.

На відміну від постійного струму, в колах змінного струму є три види опорів. Розглянемо найпростіший випадок: *електричне коло змінного струму з резистивним елементом* (рис. 2.2.1).

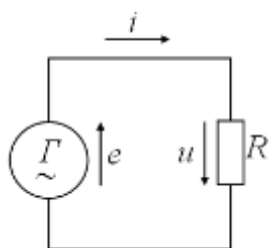


Рис. 2.2.1. Електричне коло змінного струму з активним елементом

Коло з активним опором мусить мати значний опір і дуже малу індуктивність та ємність. Припустимо, що в даному електричному колі на резистивному елементі напруга змінюється з часом за законом

$$u = U_m \sin(\omega t).$$

Тоді миттєве значення струму визначатиметься

формулою $i = \frac{u}{R}$, тобто

$$i = \frac{U_m \sin(\omega t)}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t).$$

Враховуючи, що $\frac{U_m}{R} = I_m$ – амплітудне значення сили струму, отримаємо закон зміни струму в цьому ж колі:

$$i = I_m \sin(\omega t).$$

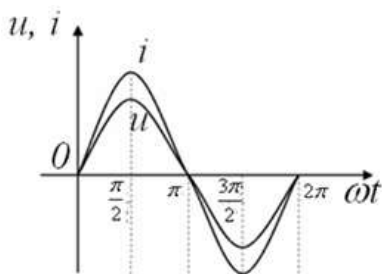


Рис. 2.2.2. Графіки миттєвих значень струму та напруги у колі з активним елементом

Порівнюючи рівняння струму та напруги, можна зробити висновок, що у провіднику з активним опором коливання значення струму за фазою збігаються з коливаннями напруги (рис. 2.2.2), або, як часто кажуть, зміна струму i спаду напруги на резистивному елементі відбуваються синфазно, а амплітуду струму визначають за формулою:

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

Розглянемо електричне коло змінного струму з ємнісним елементом (рис. 2.2.3). При розрахунку потрібно враховувати, що таке коло мусить мати велику ємність і порівняно дуже малу індуктивність.

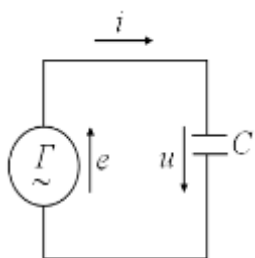


Рис. 2.2.3. Електричне коло змінного струму з ємнісним елементом

Припустимо, що струм в колі змінюється за законом $i = I_m \sin(\omega t)$, напругу в колі можна означити як різницю потенціалів на обкладинках конденсатора, тобто $u = u_c$, де

$$u_c = \frac{q}{C}. \quad (*)$$

Відомо, що $i = \frac{dq}{dt}$. Звідси:

$$dq = i dt = I_m \sin(\omega t) dt.$$

Визначимо закон за яким з часом змінюється заряд на обкладинках конденсатора:

$$q = \int I_m \sin(\omega t) dt = -\frac{I_m}{\omega} \cos(\omega t) + q',$$

q' – стала величина, математично обумовлена тим, що ми маємо неозначений інтеграл. Фізично це означає, що в початковий момент часу ($t=0$) конденсатор був заряджений.

Будемо вважати, що в початковий момент часу (момент включення) $q' = 0$.

$$q = -\frac{I_m}{\omega} \cos(\omega t) = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Підставимо це рівняння в (*):

$$u = u_c = \frac{q}{C} = \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \text{ або } u = U_{cm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

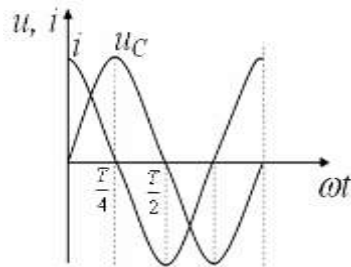


Рис. 2.2.4. Графіки миттєвих значень струму та напруги у колі з активним елементом

де $\frac{I_m}{C\omega} = U_m$ – амплітудне значення напруги в досліджуваному колі. Величину $R_c = X_c = \frac{1}{C\omega}$ називають *ємнісним опором*.

Порівнюючи закон зміни струму та напруги, можна зробити висновок що в колі з *ємнісним елементом коливання сили струму випереджають коливання напруги на конденсаторі на $\frac{\pi}{2}$* (рис. 2.2.4).

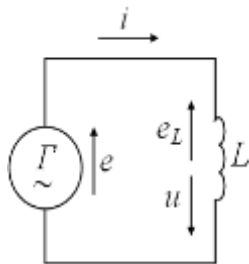


Рис. 2.2.5. Електричне коло змінного струму з індуктивним елементом

Електричним колом змінного струму з *індуктивним елементом* називається коло, яке має індуктивність і дуже малі активний та ємнісний опори рис. 2.2.5. Нехай, струм в такому колі змінюється за гармонічним законом $i = I_m \sin \omega t$, який обумовить в котушці індуктивності появу електрорушійної сили самоіндукції

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = -\omega L I_m \cos \omega t = E_{Lm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

де $E_{Lm} = \omega L I_m$ – амплітудне значення електрорушійної сили самоіндукції.

Застосовуючи до кола друге правило Кірхгофа з припущенням, що активний опір котушки дорівнює нулю, отримаємо:

$$u = -e_L = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

де $U_m = \omega L I_m$ – амплітудне значення падіння напруги на котушці індуктивності. Величину $R_L = X_L = L\omega$ називають *індуктивним опором*.

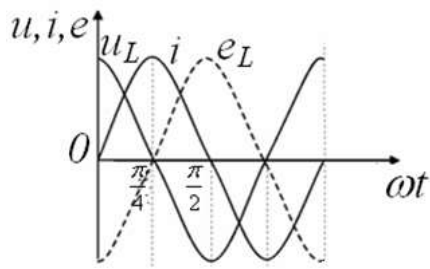


Рис. 2.2.6. Графіки миттєвих значень струму напруги та ЕРС самоіндукції у колі з індуктивним елементом

Використовуючи це, та те, що $\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, отримаємо, що напруга в досліджуваному колі змінюється за законом:

Порівнюючи рівняння струму та напруги, можна зробити висновок, що в колі з індуктивністю коливання напруги випереджають коливання сили струму на $\frac{\pi}{2}$ (рис. 2.2.6).

2.3. Послідовне з'єднання активного, індуктивного і ємнісного опорів.

Найбільш загальним випадком нерозгалуженого кола змінного струму є коло, яке складається з послідовно з'єднаних активного опору R , індуктивності L та ємності C (рис. 2.3.1).

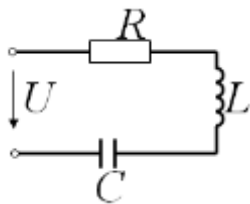


Рис. 2.3.1. Схема з послідовно з'єднаних R , L і C елементів

Прикладена до кола напруга U складається з трьох складових: активної напруги $U_R = IR$, яка збігається по фазі із струмом I , індуктивної напруги $U_L = I\omega L$, яка випереджає струм на 90° , і ємнісної напруги $U_C = I \frac{1}{\omega C}$, яка відстає від струму на 90° .

Завдяки тому, що індуктивна та ємнісна напруги мають протилежні фази, їх геометричне додавання рівнозначне відніманню відповідних абсолютних величин, і якщо індуктивна напруга має більшу абсолютну величину, ніж ємнісна, то результуюча реактивна напруга

$$U_p = I\omega L - I \frac{1}{\omega C} = I \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

випереджає струм на 90° . Різниця $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ називається реактивним опором і позначається літерою X :

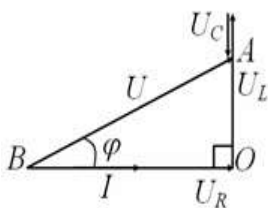


Рис. 2.3.2. „Трикутник” напруг для кола з послідовно з'єднаних R , L і C елементів

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

Прикладена до кола напруга U показана на векторній діаграмі гіпотенузою прямокутного трикутника OAB (рис. 2.3.2). З рисунка видно, що $U^2 = U_R^2 + U_X^2 = I^2 R^2 + I^2 X^2 = I^2 (R^2 + X^2)$
Звідки

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

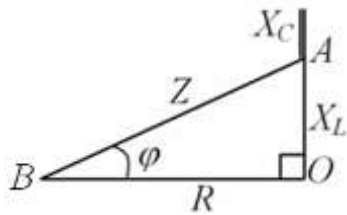


Рис. 2.3.3. „Трикутник” опорів для кола з послідовно з’єднаних R, L і C елементів

Останній вираз закон Ома для електричного кола з послідовно з’єднаними R, L, C елементами.

Ділячи всі сторони трикутника напруг OAB на струм I, одержимо трикутник опорів (рис. 2.3.3), з якого можна записати наступні співвідношення:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}; \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z}.$$

Помноживши сторони трикутника напруг на струм I, одержимо трикутник потужностей (рис. 2.3.4).

Сторонами трикутника є:

$$P = U_R I = I^2 R \text{ – активна потужність;}$$

$$Q = Q_L - Q_C = U_L I - U_C I = I^2 (X_L - X_C) \text{ – реактивна потужність;}$$

$$S = IU = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ – повна потужність.}$$

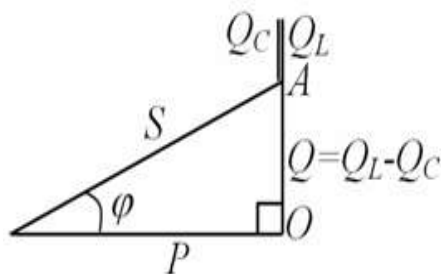


Рис. 2.3.4. „Трикутник” потужностей для кола з послідовно з’єднаних R, L і C елементів

З трикутника випливає, що $P = UI \cos \varphi$, де $\cos \varphi$ – косинус кута зсуву фаз між струмом і напругою, який називається коефіцієнтом потужності. Він показує, яка частина повної потужності перетворюється в активну.

На основі проведеного аналізу кола, яке складається з послідовно з’єднаних R, L, C-елементів, можна зробити такі висновки:

1. Якщо $X_L > X_C$, то напруга мережі випереджає струм на кут φ
 $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$

Коло в цьому випадку має індуктивний характер, $Q_L > Q_C$.

2. Якщо $X_C > X_L$, то напруга мережі відстає від струму на кут φ
 $u = U_m \sin(\omega t - \varphi)$

Коло має ємнісний характер, $Q_C > Q_L$.

3. У випадку, коли індуктивний та ємнісний опори однакові, тобто $X = X_L - X_C = 0$, кут зсуву фаз між напругою і струмом дорівнює нулю ($\varphi = 0$). Такий режим роботи електричного кола має назву – резонанс напруг.

2.4. Приклади розв’язання задач.

Приклад 1. В нерозгалуженому колі змінного синусоїдального струму, на затискачах кола діє напруга величиною U, послідовно з’єднані R, L, C опори. Накреслити електричне коло та визначити:

1. повний опір кола;

2. діюче та миттєве значення струму;
3. величини спадів напруг на окремих елементах;
4. активну, реактивну та повну потужності кола;
5. за вибраним масштабом побудувати векторну діаграму.



Розрахуємо реактивні опори схеми:

$$X_L = 2\pi\nu L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31,4 \text{ Ом},$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 725 \cdot 10^{-6}} = 4,39 \text{ Ом}.$$

Загальний опір схеми рівний:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L^2 - X_C^2)} = \sqrt{28^2 + (31,4 - 4,39)^2} = 38,9 \text{ Ом}.$$

Повний опір котушки рівний:

$$Z_k = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{28^2 + 31,4^2} = 42 \text{ Ом}.$$

Коефіцієнт потужності котушки і всього кола рівний:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z_k} = \frac{28}{42} = 0,7.$$

Струм в електричному колі становить:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{380}{42} = 9,05 \text{ А}$$

Активна потужність котушки рівна:

$$P_k = I^2 R = 9,05 \cdot 28 = 229,3 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність котушки рівна:

$$Q_k = I^2 X_L = 9,05^2 \cdot 31,4 = 2571,7 \text{ вар}.$$

Активна потужність конденсатора рівна:

$$P_C = 0.$$

Реактивна потужність конденсатора рівна:

$$Q_C = I^2 X_C = 9,05^2 \cdot 4,39 = 359,6 \text{ вар}.$$

Реактивна потужність всього кола рівна:

$$Q = I^2 (X_L - X_C) = 9,05^2 \cdot (31,4 - 4,39) = 2212,2 \text{ вар}.$$

Повна потужність всього кола рівна:

$$S = I^2 Z = 9,05^2 \cdot 42 = 3439,9 \text{ вар}.$$

Для побудови векторної діаграми визначаємо спади напруг на кожному опорі. Спад напруги на активному опорі:

$$U_a = IR = 9,05 \cdot 28 = 253,4 \text{ В}.$$

Реактивний спад напруги на індуктивному опорі:

$$U_L = IX_L = 9,05 \cdot 31,4 = 284,17 \text{ В}.$$

Реактивний спад напруги на ємнісному опорі:

$$U_C = IX_C = 9,05 \cdot 4,39 = 37,7 \text{ В}.$$

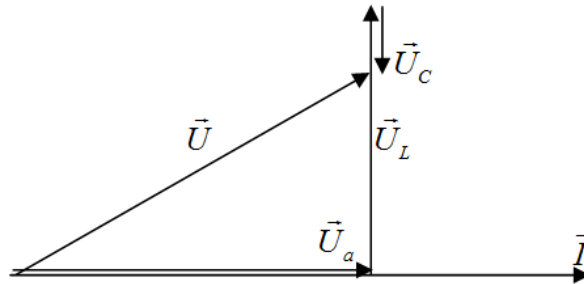
Для побудови векторної діаграми виберемо масштаб напруги і струму:

$$m_I = 1,6 \frac{A}{cm}, m_U = 70 \frac{V}{cm}.$$

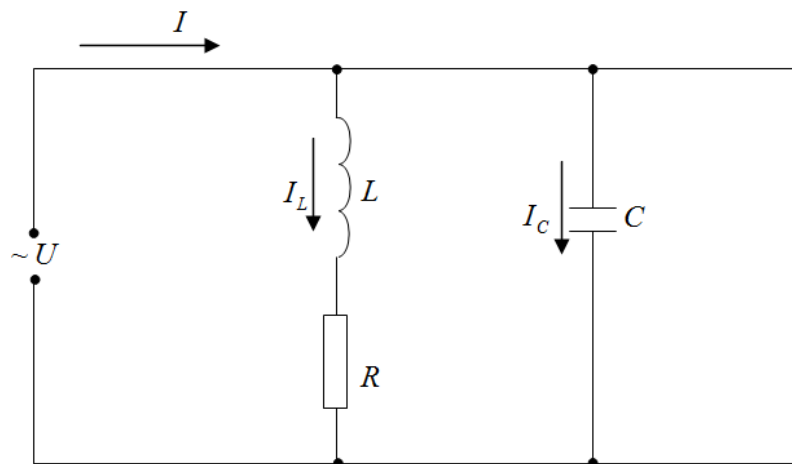
Обчислимо довжину векторів напруг і струму:

$$I = \frac{I}{m_I} = 6,7 \text{ см}; U = \frac{U_a}{m_U} = 3,6 \text{ см}; U_L = \frac{U_L}{m_U} = 4 \text{ см}; U_C = \frac{U_C}{m_U} = 0,7 \text{ см}.$$

Побудову векторної діаграми починаємо з вектора струму, який слід відкласти на горизонтальній осі. Оскільки активна складова напруги співпадає по фазі із вектором струму, то вектор \vec{U}_a проводимо паралельно вектору струму. Із кінця вектора \vec{U}_a на 90° відкладаємо вектор спаду напруги на індуктивності \vec{U}_L (випереджає вектор струму), а з його кінця відкладаємо вектор спаду напруги на ємності \vec{U}_C , який відстає на 90° від вектора струму і має довжину 0,7 см. З'єднавши кінець вектора \vec{U}_C з початком вектора \vec{U}_a , отримаємо вектор загальної напруги \vec{U} , яка прикладена до схеми.



Приклад 2. До мережі змінного струму (120 В; 50 Гц) приєднані паралельно конденсатор (20 мкФ) і котушка (100 Ом; 0,5 Гн). Визначити сили струмів в конденсаторі, в котушці і загальну силу струму.



Дану задачу зручніше розв'язувати за допомогою провідностей, оскільки котушка і конденсатор з'єднані паралельно.

Активна провідність G_1 першої вітки рівна:

$$G_1 = \frac{R}{Z^2} = \frac{R}{R^2 + X_L^2},$$

де R – активний опір котушки; $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ – повний опір вітки; X_L – індуктивний опір котушки, який рівний:

$$X_L = 2\pi\nu L,$$

де ν – частота коливань; L – індуктивність котушки.

Із двох останніх виразів можемо записати:

$$G_1 = \frac{R}{R^2 + (2\pi\nu L)^2} = \frac{100}{100^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,5)^2} = 0,0029 \text{ См}$$

Реактивна провідність B_1 першої вітки рівна:

$$B_1 = \frac{X_L}{Z^2} = \frac{2\pi\nu L}{R^2 + (2\pi\nu L)^2} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,5}{100^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,5)^2} = 0,0045 \text{ См},$$

$$Y_1 = \sqrt{G_1^2 + B_1^2} = \sqrt{0,0029^2 + 0,0045^2} = 0,0054 \text{ См}.$$

Аналогічний розрахунок проведемо для другої вітки, яка містить конденсатор. Оскільки активний опір цієї вітки рівний нулю, то її активна провідність G_2 рівна нулю $G_2 = 0$. Реактивна провідність B_2 другої вітки рівна:

$$B_2 = \frac{X_C}{Z^2} = \frac{X_C}{X_C^2} = \frac{1}{X_C},$$

де X_C – ємнісний опір конденсатора, який рівний:

$$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C},$$

де ν – частота коливань; C – ємність конденсатора.

Тоді:

$$B_2 = \frac{1}{\frac{1}{2\pi\nu C}} = 2\pi\nu C = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 0,0063 \text{ См}.$$

Повна провідність Y_2 другої вітки рівна:

$$Y_2 = \sqrt{G_2^2 + B_2^2} = \sqrt{B_2^2} = B_2 = 0,0063 \text{ См}.$$

Повна провідність Y кола рівна:

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_1 - B_2)^2} = \sqrt{(0,0029 + 0)^2 + (0,0045 - 0,0063)^2} = 0,0034 \text{ См}.$$

Струми в колі визначимо, знаючи напругу U і провідності:

$$I = UY = 120 \cdot 0,0034 = 0,41 \text{ А};$$

$$I_L = UY_1 = 120 \cdot 0,0054 = 0,65 \text{ А};$$

$$I_C = UY_2 = 120 \cdot 0,0063 = 0,76 \text{ А}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. Для визначення індуктивності дроселя його спочатку включають в коло постійного струму, а потім в коло змінного струму частотою 50 Гц. Визначити індуктивність дроселя, якщо при проходженні через нього

постійного струму величиною 3 А напруга дорівнює 15 В, а при змінному струмі 2 А напруга 120 В.

2. У коло змінного струму напругою 220 В і частотою 50 Гц включені паралельно ємність 35,4 мкФ, активний опір 100 Ом і індуктивність 0,7 Гн. Знайти силу струму в колі, зсув фаз між струмом і напругою (Зсув фаз між струмом і напругою знайти, побудувавши векторну діаграму).

3. У коло змінного струму напругою 220 В і частотою 50 Гц включені послідовно ємність 35,4 мкФ, активний опір 100 Ом і індуктивність 0,7 Гн. Знайти силу струму в колі і спад напруги на ємності, активному опорі і індуктивності.

4. Індуктивність 22,6 мГн і активний опір включені паралельно в ланцюг змінного струму частотою 50 Гц. Знайти опір, якщо відомо, що зсув фаз між напругою і струмом дорівнює 60° .

5. У коло змінного струму напругою 220 В і частотою 50 Гц включені послідовно ємність 35,4 мкФ, активний опір 100 Ом і індуктивністю 0,7 Гн. Знайти повну потужність споживану контуром.

6. Котушка з індуктивністю 23 мГн і опором 0,8 Ом підключена до конденсатора С і джерела напруги 360 В. Яку ємність повинен мати конденсатор С, щоб напруга і сила струму збігалися по фазі.

7. Коло змінного струму містить послідовно з'єднані котушку індуктивності, конденсатор і резистор. Амплітудне значення сумарної напруги на котушці і конденсаторі $U_{LC} = 173$ В, а амплітудне значення напруги на резисторі $U_R = 100$ В. Визначте зсув фаз між струмом і зовнішнім напругою.

8. У колі, що складається з послідовно з'єднаних активного опору 20 Ом, котушки індуктивністю 1 мГн і конденсатора 0,1 мкФ діє синусоїдальна ЕРС. Визначити частоту ЕРС, при якій в колі настає резонанс. Знайти максимальні значення сили струму і напруги на всіх елементах кола при резонансі, якщо при цьому максимальне значення ЕРС 30 В.

9. До мережі змінного струму (120 В, 50 Гц) приєднані паралельно конденсатор (20 мкФ) і котушка (100 Ом; 0,5 Гн). Визначте сили струму в конденсаторі, в котушці і загальну силу струму (задачу зробити використовуючи формули провідності).

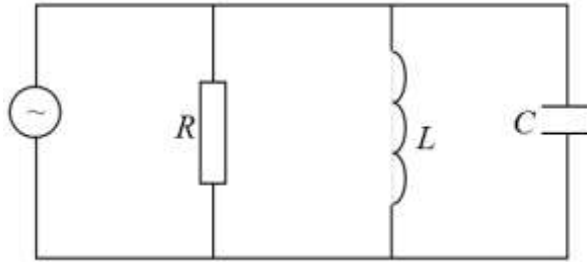
10. У коло змінного струму напругою 220 В включені послідовно ємність, активний опір 10 Ом і індуктивність. Знайти потужність, споживану контуром, якщо відомо, що падіння напруги на конденсаторі $U_C = 2U_R$ і падіння напруги на індуктивності $U_L = 3U_R$.

11. До котушки з індуктивністю $L = 0,036$ Гн та активним опором $R = 4,04$ Ом прикладена напруга $U = 120$ В, $\nu = 50$ Гц. Знайти коефіцієнт потужності котушки $\cos \varphi$, струм у колі I , активну P , реактивну Q та повну S потужність. Перевірити баланс потужностей. Побудувати векторну діаграму.

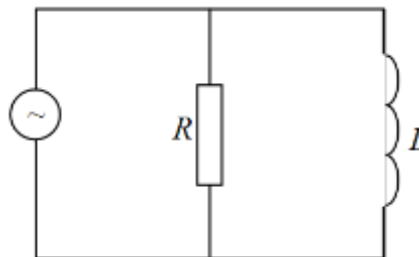
12. Для кола з послідовно з'єднаними елементами $R = 22$ Ом; $L = 0,3$ Гн; $C = 75$ мкФ знайти загальний струм кола, спади напруг на кожному елементі,

перевірити баланс потужності та побудувати векторну діаграму. Напруга джерела $U = 120 \text{ В}$, частота струму $\nu = 50 \text{ Гц}$.

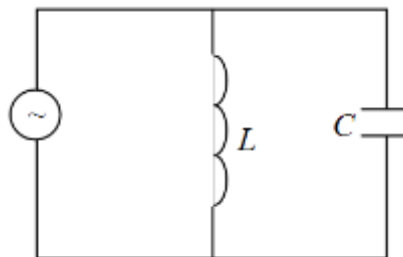
13. Для кола наведеного на рис. з паралельно з'єднаними елементами $R = 50 \text{ Ом}$; $L = 0,6 \text{ Гн}$; $C = 60 \text{ мкФ}$. Знайти загальний струм кола, струми у кожному елементі кола, перевірити баланс потужності та побудувати векторну діаграму. Розрахунок даного кола виконати з використанням поняття провідності елементів електричного кола. Напруга джерела $U = 100 \text{ В}$, частота струму $\nu = 50 \text{ Гц}$.



14. Для кола наведеного на рис. з паралельно з'єднаними елементами $R = 20 \text{ Ом}$; $L = 0,2 \text{ Гн}$. Знайти загальний струм кола, струми у кожному елементі кола, перевірити баланс потужності та побудувати векторну діаграму. Розрахунок даного кола виконати з використанням поняття провідності елементів електричного кола. Напруга джерела $U = 100 \text{ В}$, частота струму $\nu = 50 \text{ Гц}$.



15. Для кола наведеного на рис. з паралельно з'єднаними елементами $L = 0,4 \text{ Гн}$; $C = 40 \text{ мкФ}$. Знайти загальний струм кола, струми у кожному елементі кола, перевірити баланс потужності та побудувати векторну діаграму. Розрахунок даного кола виконати з використанням поняття провідності елементів електричного кола. Напруга джерела $U = 100 \text{ В}$, частота струму $\nu = 50 \text{ Гц}$.



16. Через резистор з опором $R = 30 \text{ Ом}$ протікає струм $i = 1,75 \sin \omega t$. Знайти активну потужність, амплітудне та діюче значення струму та напруги на резисторі, записати вираз миттєвого значення напруги та побудувати векторну діаграму.

17. До котушки, індуктивність якої $L = 0,05 \text{ Гн}$ та опір $R = 15 \text{ Ом}$ прикладена змінна напруга з частотою $\nu = 300 \text{ Гц}$ та діючим значенням $U = 82 \text{ В}$. Записати закон зміни струму якщо початкова фаза напруги $\varphi = 0$, знайти його діюче значення та побудувати векторну діаграму. Перевірити баланс потужностей.

18. Через конденсатор ємністю $C = 1 \text{ мкФ}$ та резистор $R = 1 \text{ кОм}$ з'єднаних послідовно проходить струм, діюче значення якого $I = 50 \text{ мА}$. Частота струму $\nu = 50 \text{ Гц}$. Знайти діюче та амплітудне значення напруги на конденсаторі та резисторі, записати закони їх зміни. Знайти повну напругу, визначити кут φ та побудувати векторну діаграму. Перевірити баланс потужностей.

19. Паралельно з'єднані індуктивність $L = 0,001 \text{ Гн}$ та резистор $R = 10 \text{ Ом}$ підключені до джерела змінного струму з частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ та діючим значенням напруги $U = 36 \text{ В}$. Знайти амплітудне значення напруги та записати закон її змінени. Знайти струми в елементах кола, визначити їх амплітудні значення, записати закони їх зміни та побудувати векторну діаграму. Перевірити баланс потужностей.

20. До котушки, індуктивність якої $L = 0,01 \text{ Гн}$ та опір $R = 15 \text{ Ом}$ прикладена змінна напруга з частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ та діючим значенням $U = 82 \text{ В}$. Знайти діюче значення струму, записати закон його зміни якщо початкова фаза напруги $\varphi = 0$ та побудувати векторну діаграму. Перевірити баланс потужностей.

ТЕМА 3. ТРИФАЗНІ КОЛА ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

3.1. З'єднання трифазних споживачів «зіркою»

При з'єднанні фаз трифазного джерела живлення електроенергії «зіркою» (рис. 3.1.1) кінці його фаз X, Y, Z з'єднують в спільну нейтральну точку N , а початки фаз A, B, C підключають до відповідних лінійних проводів Aa, Bb, Cc . Аналогічно при з'єднанні трифазних споживачів «зіркою» з'єднують в нейтральну точку n кінці їхніх фаз x, y, z , при цьому початки фаз a, b, c підключають до лінійних проводів електричної мережі.

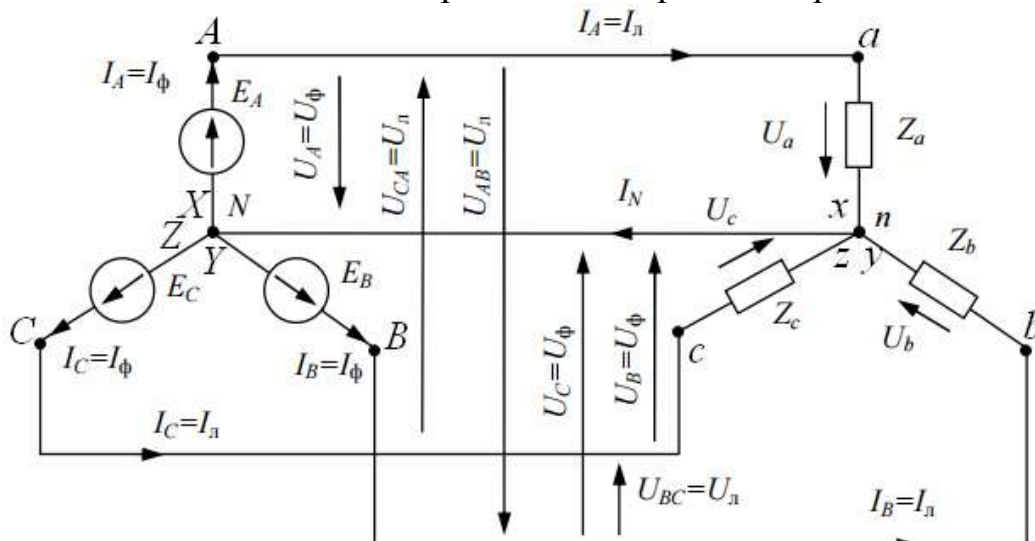


Рис. 3.1.1. З'єднання джерел і споживачів за схемою «зірка-зірка»

Напруги U_A, U_B, U_C , що діють між початками й кінцями фаз джерела живлення, є його фазними напругами, а напруги U_a, U_b, U_c , що діють між початками й кінцями фаз споживача є фазними напругами споживача. Напруги U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} , що діють між початками фаз джерела й напруги U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} , що діють між початками фаз споживача, є лінійними напругами.

Проводи Aa, Bb, Cc називаються *лінійними*. Струм у обмотках фаз або фазних навантаженнях, називається *фазним струмом*, а струм у лінійних проводах називається *лінійним струмом*.

На схемі рис. 3.1.1 наведені умовні позитивні напрямки фазних і лінійних напруг. Лінійні струми I_l у лініях живлення (I_A, I_B, I_C) при з'єднанні трифазного джерела живлення й трифазного споживача електроенергії „зіркою”, умовний позитивний напрямок яких показаний на схемі рис. 3.1.1, одночасно є і фазними струмами I_ϕ , що протікають по фазах споживача. Тому, в розглянутому випадку, при наявності симетричної трифазної системи при з'єднанні фаз споживача „зіркою” лінійні струми дорівнюватимуть фазним струмам:

$$I_l = I_\phi.$$

Фазні струми споживача визначають за законом Ома:

$$\dot{i}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_{-a}}; \dot{i}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_{-b}}; \dot{i}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_{-c}}$$

Лінійні напруги більші від фазних у $\sqrt{3}$ раз, тобто

$$U_{Л} = \sqrt{3}U_{\phi}.$$

3.2. З'єднання трифазних споживачів «трикутником».

Якщо увімкнути три приймачі Z_{ab} , Z_{bc} та Z_{ca} безпосередньо між проводами трипровідної лінії, що йде від затискачів трифазного генератора, не користуючись нульовим проводом, ми одержимо з'єднання приймачів трикутником (рис. 3.2.1).

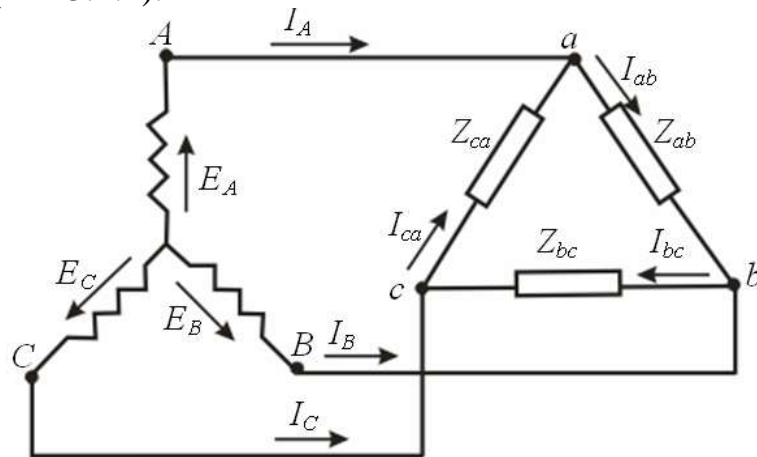


Рис. 3.2.1. З'єднання електроспоживачів «трикутником»

Кожна фаза споживача приєднується відповідно до двох лінійних проводів. Тому при з'єднанні споживачів трикутником фазні напруги дорівнюють відповідним лінійним напругам:

$$U_{Л} = U_{\phi}$$

Проте лінійні струм більші від фазних у $\sqrt{3}$ раз, тобто

$$I_{Л} = I_{\phi} \sqrt{3}.$$

3.3. Потужність трифазної системи.

Активна потужність будь-якого кола дорівнює сумі активних потужностей його фаз. При симетричному навантаженні фаз, коли активні потужності всіх трьох фаз однакові, активна потужність трифазної системи буде визначатися наступним виразом:

$$P = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi.$$

При з'єднанні приймача зіркою:

$$U_{\phi} = \frac{U_{Л}}{\sqrt{3}}, \quad I_{\phi} = I_{Л},$$

а при з'єднанні трикутником:

$$U_{\phi} = U_{Л}, \quad I_{\phi} = \frac{I_{Л}}{\sqrt{3}}.$$

З останніх виразів можемо записати:

$$P = \sqrt{3}U_{Л} I_{Л} \cos \varphi.$$

Найбільша активна потужність при заданих значеннях сили струму та напруги називається позірною потужністю. При симетричному навантаженні фаз позірна потужність буде дорівнювати активній потужності при $\cos\varphi = 1$, або

$$S = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}.$$

Тоді, на основі співвідношення для реактивної потужності, одержимо:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{3U_{\text{л}}^2 I_{\text{л}}^2 (1 - \cos^2 \varphi)} = \sqrt{3U_{\text{л}}^2 I_{\text{л}}^2 \sin^2 \varphi}$$

або

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin \varphi.$$

При цьому справедливі наступні вирази:

$$P = S \cos \varphi,$$

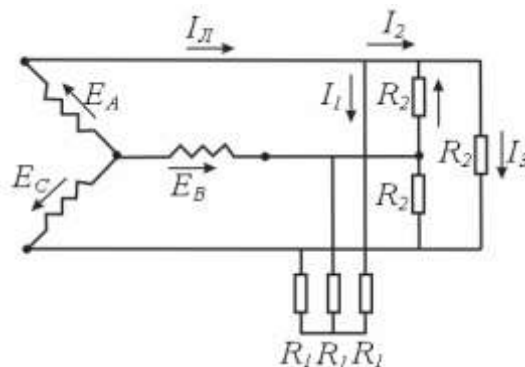
$$Q = S \sin \varphi.$$

Як бачимо дані вирази є тотожними з формулами для однофазного змінного струму. Завдяки цьому для трифазного кола зберігають силу співвідношення:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}, \quad \cos \varphi = \frac{P}{S}, \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}.$$

3.4. Приклади розв'язання задач.

Приклад 1. Генератор з фазною напругою 127 В з'єднаний у зірку і до нього підключені два рівномірні трифазні навантаження. Перше з'єднане в зірку з опором кожної фази $R_1=25,4$ Ом, а друге з'єднане в трикутник з опором кожної фази $R_2=44$ Ом. Визначити струми у фазах і загальний струм в лінії.



Струм у кожній фазі першої групи навантаження

$$I_1 = \frac{U_{\phi}}{R_1} = \frac{127}{25,4} = 5 \text{ A}.$$

На кожній фазі навантаження другої групи лінійна напруга

$$U_{\text{л}} = U_{\phi} \sqrt{3} = 127 \sqrt{3} = 220 \text{ B}.$$

Струм у кожній фазі другої групи навантаження:

$$I_3 = \frac{U_{\text{л}}}{R_2} = \frac{220}{44} = 5 \text{ A}.$$

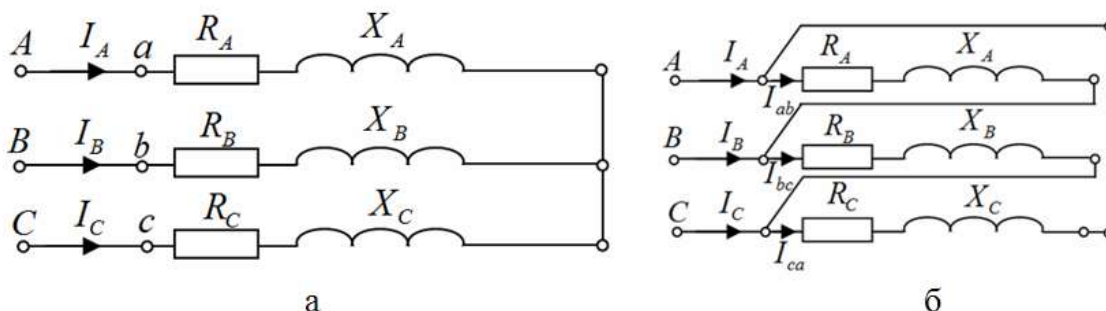
Лінійний струм другої групи навантаження

$$I_2 = I_3 \sqrt{3} = 5\sqrt{3} = 8,65 \text{ A.}$$

Загальний струм I_L при активному навантаженні і при рівномірній загрузці фаз визначається арифметичною сумою лінійних струмів першої і другої групи навантажень:

$$I_L = I_1 + I_3 = 5 + 8,65 = 13,65 \text{ A.}$$

Приклад 2. В трифазну мережу з лінійною напругою 380 В увімкнуте симетричне навантаження з параметрами схеми заміщення кожної фази $R = 40 \text{ Ом}$, $X_L = 30 \text{ Ом}$. Визначити фазні і лінійні струми, а також споживану потужність при з'єднанні фаз навантаження зіркою і трикутником.



На рисунку показані схеми заміщення при включенні зіркою (а) і трикутником (б). Для обох схем повний опір кожної фази рівний:

$$Z_\phi = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ Ом},$$

фазовий зсув між фазними напругою і струмом на кожній фазі рівний

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{30}{40} = 36,9^\circ.$$

При з'єднанні фаз зіркою фазні напруги рівні:

$$U_\phi = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В},$$

фазні і лінійні струми рівні:

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ A}; I_a = I_b = I_c = I_\phi = 4,4 \text{ A}; I_A = I_B = I_C = I_L = I_\phi = 4,4 \text{ A}.$$

Активна потужність всієї «зірки» рівна:

$$P_Y = 3P_\phi = 3I_\phi U_\phi \cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 4,4 \cdot 0,8 = 2320 \text{ Вт}.$$

При з'єднанні фаз трикутником фазні напруги

$$U_\phi = U_L = 380 \text{ В},$$

фазні струми рівні:

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} = \frac{380}{50} = 7,6 \text{ A}; I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_\phi = 7,6 \text{ A},$$

лінійні струми рівні:

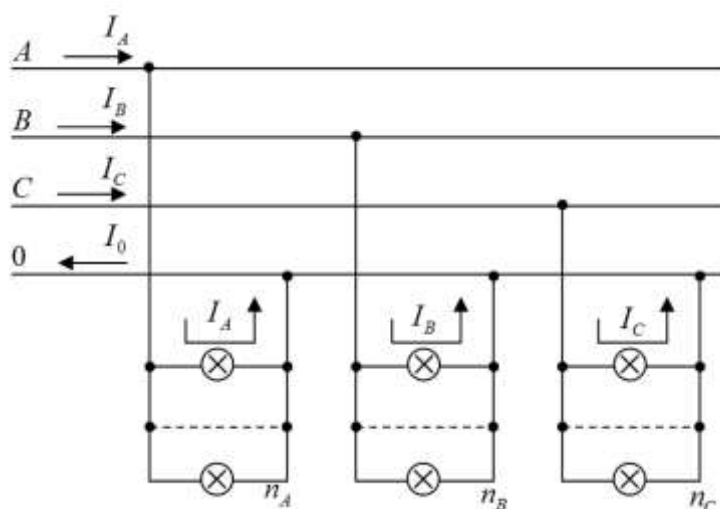
$$I_A = I_B = I_C = I_L = \sqrt{3}I_\phi = \sqrt{3} \cdot 7,6 = 13,2 \text{ A},$$

активна потужність рівна:

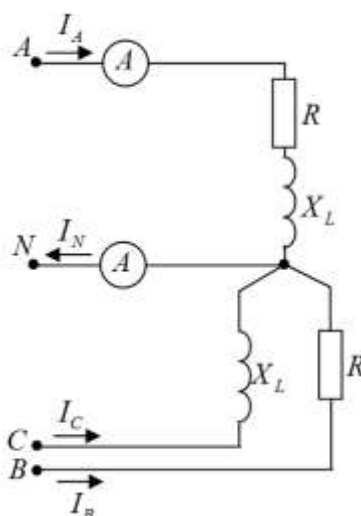
$$P_{\Delta} = 3P_{\phi} = 3I_{\phi}U_{\phi} \cos\varphi = 3 \cdot 380 \cdot 7,6 \cdot 0,8 = 6960 \text{ Вт}.$$

Задачі для самостійного розв'язання

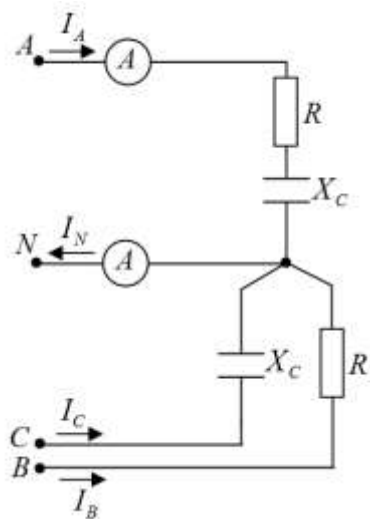
1. У схемі, зображеній на рисунку, включені по схемі «зірка» три групи електричних ламп однакової потужності. У кожній групі лампи з'єднані паралельно. Опір кожної лампи 480 Ом, лінійна напруга мережі 380 В. Перша група ламп включена у фазу А, число ламп в ній $n_A = 88 \text{ шт}$. Друга група ламп включена у фазу В, число ламп у ній $n_B = 33 \text{ шт}$. Третя група ламп включена у фазу С, число ламп в ній $n_C = 55 \text{ шт}$. Визначити струм ламп, напругу та потужність, на яку розрахована кожна лампа, величину струмів, що протікають у фазних та лінійних проводах, потужності, спожиті фазами і всім колом.



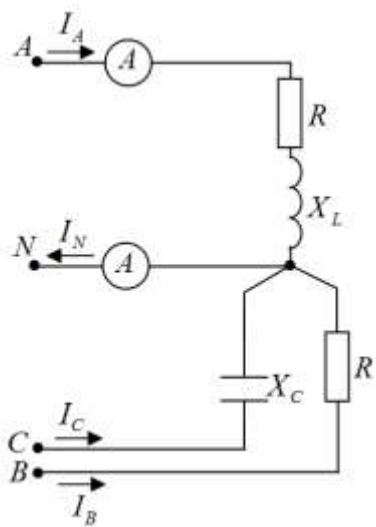
2. До затискачів джерела приєднаний трьохфазний генератор, як показано на схемі. Визначити покази амперметрів A_1 і A_2 , знаючи, що $U_n = 380 \text{ В}$, $R = 50 \text{ Ом}$, $X_L = 35 \text{ Ом}$.



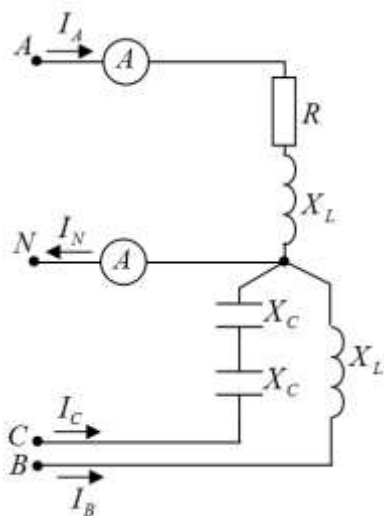
3. До затискачів джерела приєднаний трьохфазний генератор, як показано на схемі. Визначити покази амперметрів A_1 і A_2 , знаючи, що $U_n = 380 \text{ В}$, $R = 25 \text{ Ом}$, $X_C = 25 \text{ Ом}$.



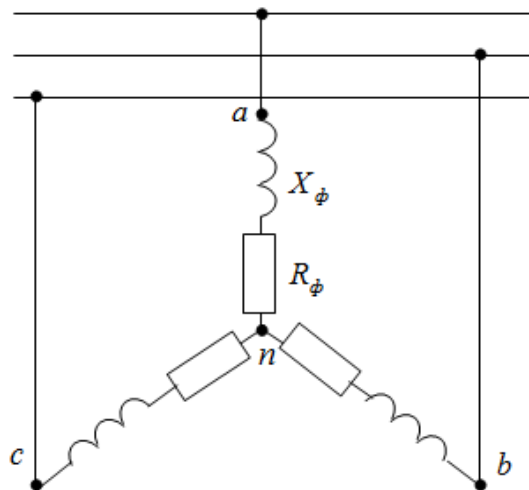
4. До затискачів джерела приєднаний трьохфазний генератор, як показано на схемі. Визначити покази амперметрів A_1 і A_2 , знаючи, що $U_n = 380\text{ В}$, $R = 25\text{ Ом}$, $X_L = 30\text{ Ом}$, $X_C = 21\text{ Ом}$.



5. До затискачів джерела приєднаний трьохфазний генератор, як показано на схемі. Визначити покази амперметрів A_1 і A_2 , знаючи, що $U_n = 380\text{ В}$, $R = 20\text{ Ом}$, $X_L = 30\text{ Ом}$, $X_C = 25\text{ Ом}$, $X_C = 28\text{ Ом}$.

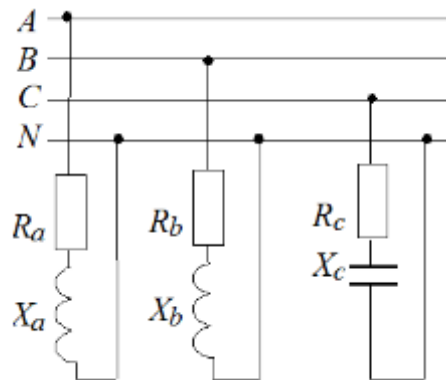


6. Трьохфазний асинхронний двигун включений в мережу 380 В по схемі «зірка». Параметри обмоток наступні: $R_\phi = 2 \text{ Ом}$, $X_\phi = 8 \text{ Ом}$.

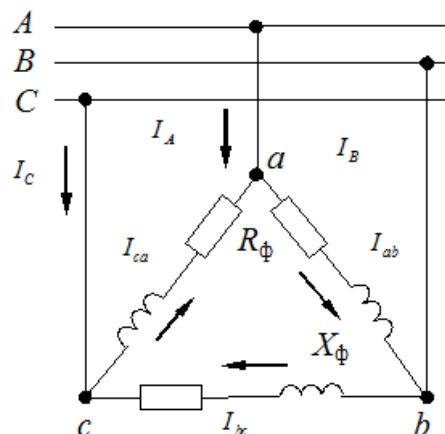


Визначити фазні і лінійні струми, а також активну потужність, яка споживається двигуном.

7. Три однофазних приймачі включені у трьохфазну мережу з напругою 380 В по схемі «зірка». Опори приймачів наступні: $R_a = 25 \text{ Ом}$, $R_b = 30 \text{ Ом}$, $R_c = 35 \text{ Ом}$, $X_a = 15 \text{ Ом}$, $X_b = 20 \text{ Ом}$, $X_c = 28 \text{ Ом}$. Визначити струми в проводах мережі; обчислити активну, реактивну та повну потужність.



8. До трьохфазної мережі напругою 380 В підключені три однакових приймачі ($R_\phi = 3 \text{ Ом}$, $X_\phi = 4 \text{ Ом}$), з'єднаних по схемі «трикутник». Визначити струми у фазних і лінійних проводах і спожиту потужність (активну, реактивну і повну).



9. У трьохфазну мережу напругою 380 В, частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ включений трьохфазний асинхронний двигун по схемі «трикутник». Споживаюча потужність $P = 1,44 \text{ кВт}$, коефіцієнт потужності $\cos \varphi = 0,85$. Визначити споживаючий двигуном струм, струми в обмотках двигуна, активний і індуктивний опір, індуктивність котушок, повну і реактивну потужності.

10. У трьохфазну мережу напругою 380 В, частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ включений трьохфазний асинхронний двигун по схемі «трикутник». Споживаюча потужність $P = 1,6 \text{ кВт}$. Фазний струм, що протікає в обмотках двигуна 1,7 А. Визначити коефіцієнт потужності $\cos \varphi$, споживаючий двигуном струм, струми в обмотках двигуна, активний і індуктивний опір, індуктивність котушок, повну і реактивну потужності.

11. У трьохфазну мережу напругою 380 В, частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ включений трьохфазний асинхронний двигун по схемі «трикутник». Споживаюча потужність $P = 1,2 \text{ кВт}$, лінійний струм 2,8 А. Визначити фазний струм, коефіцієнт потужності $\cos \varphi$, активний і індуктивний опір, індуктивність котушок, повну і реактивну потужності.

12. У трьохфазну мережу напругою 380 В, частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ включений трьохфазний асинхронний двигун по схемі «трикутник». Повна потужність рівна 1,7 кВА, коефіцієнт потужності $\cos \varphi = 0,87$. Визначити фазний струм, активну потужність, що споживається навантаженням та лінійні струми.

13. До трьох провідної трьохфазної лінії з напругою 380 В підключені три однофазних споживачі з параметрами: $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 7 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 2 \text{ Ом}$. Намалювати схему з'єднання. Визначити струми у фазах і лінійних проводах, активну, реактивну і повну потужності.

14. До трьох провідної трьохфазної лінії з напругою 380 В підключені три однофазних споживачі з параметрами: $R_1 = 15 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 13 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 17 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 12 \text{ Ом}$. Намалювати схему з'єднання. Визначити струми у фазах і лінійних проводах, активну, реактивну і повну потужності.

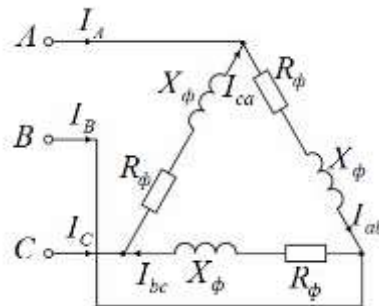
15. До трьох провідної трьохфазної лінії з напругою 380 В підключені три однофазних споживачі з параметрами: $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 55 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 6 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 7 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 9 \text{ Ом}$. Намалювати схему з'єднання. Визначити струми у фазах і лінійних проводах, активну, реактивну і повну потужності.

16. До трьох провідної трьохфазної лінії з напругою 380 В підключені три однофазних споживачі з параметрами: $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 6 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 8 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 7 \text{ Ом}$, $R_3 = 7 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 9 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 10 \text{ Ом}$. Намалювати схему з'єднання. Визначити струми у фазах і лінійних проводах, активну, реактивну і повну потужності.

17. Освітлення здійснюється від чотирьохпровідної трьохфазної мережі з лінійною напругою $U_n = 380 \text{ В}$. Перший поверх живиться від фази А і

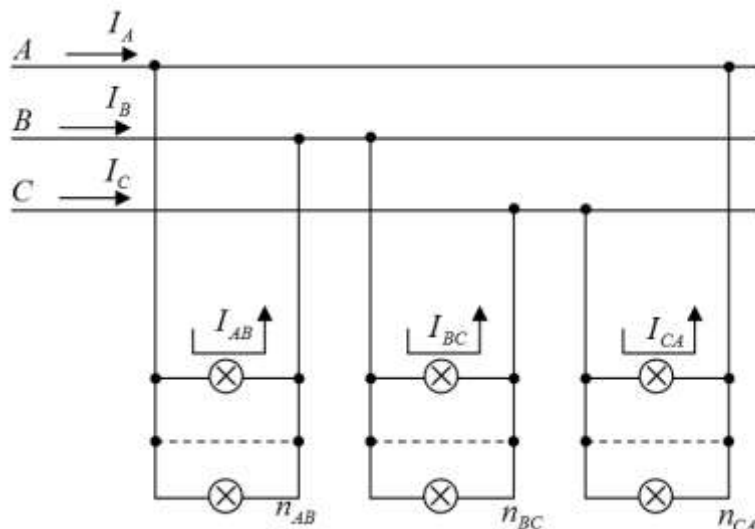
споживає потужність 1750 Вт, другий – від фази В і споживає потужність 2100 Вт, третій – від фази С і споживає потужність 2550 Вт. Намалювати електричну схему кола, розрахувати струми, що споживаються кожною фазою, струм в нейтральному проводі, обчислити активну потужність усього навантаження. Вважати, що освітлювальне навантаження має коефіцієнт потужності $\cos \varphi = 1$.

18. У трьохфазну мережу з лінійною напругою $U_n = 380 \text{ В}$ включений з'єднаний трикутником трьохфазний асинхронний двигун потужність якого 5 кВт, ККД двигуна рівний 90%, коефіцієнт потужності $\cos \varphi = 0,8$. Визначити фазні і лінійні струми двигуна, параметри його схеми R_ϕ , X_ϕ .



19. У трьохфазну мережу з лінійною напругою $U_n = 380 \text{ В}$ включений з'єднаний трикутником трьохфазний асинхронний двигун, що має $Z_\phi = 19 \text{ Ом}$, $\cos \varphi = 0,8$. Знайти лінійні струми і активну потужність, яка споживається двигуном від мережі.

20. У схемі, зображеній на рисунку, включені по схемі «трикутник» три групи електричних ламп однакової потужності. У кожній групі лампи з'єднані паралельно. Опір кожної лампи 240 Ом, лінійна напруга мережі 220 В. Перша група ламп включена у фазу АВ, число ламп в ній $n_{AB} = 10 \text{ шт.}$. Друга група ламп включена у фазу ВС, число ламп у ній $n_{BC} = 20 \text{ шт.}$. Третя група ламп включена у фазу СА, число ламп в ній $n_{CA} = 30 \text{ шт.}$. Визначити струм, напругу і потужність, на яку розрахована кожна лампа; величину струмів I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} , що протікають у фазах кола; потужності P_{AB} , P_{BC} , P_{CA} , спожиті фазами і всім колом.



ЛІТЕРАТУРА

1. Городжа А.Д. Загальна електротехніка / А.Д. Городжа. – К.: КНУБА, 2000. – 150 с.
2. Загальна електротехніка: навчально-методичний посібник / під ред. Глухова Д.Я.) – К.: Вища шк., 1970. – 370 с.
3. Борисов Ю.М. Общая электротехника: учебное пособие для вузов / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов. – М.: Высш. шк., 1974. – 252 с.
4. Борисов Ю.М. Электротехника: учебник для студентов вузов / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов, Ю.Н. Зорин. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 180 с.
5. Вартабелян В.А. Загальна електротехніка / В.А. Вартабелян. – К.: Вища шк., 1979. – 160 с.
6. Касаткин А.С. Основы электротехники / А.С. Касаткин. – М.: Энергия, 1966. – 172 с.
7. Кевшин А. Г. Електротехніка : конспект лекцій / А. Г. Кевшин. – Луцьк, : Вежа-Друк, 2016. – 69 с.
8. Малинівський С.М. Загальна електротехніка / С.М. Малинівський. – Львів: Ви-во Львівської політехніки, 2001. – 596 с.
9. Пантюшин В.С. Электротехника / В.С. Пантюшин. – М.: Высш. шк., 1976. – 260 с.
10. Попов В.С. Общая электротехника с основами электроники / В.С. Попов, С.А. Николаев. – М.: Энергия, 1976. – 312 с.
11. Рибалко, М.П. Теоретичні основи електротехніки: Лінійні електричні кола: підручник / М.П. Рибалко, В.О. Есауленко, В.І. Костенко. Донецьк: Новий світ, 2003. – 513 с.
12. Титаренко М. В. Електротехніка: Навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів / М.В. Титаренко. – К.: Кондор, 2004. – 240 с.
13. Шегедін, О.І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів / О.І. Шегедін, В.С. Маляр. Львів: Новий Світ, 2004. – 168 с.

Навчально-методичне видання

Кевшин Андрій Григорович
Галян Володимир Володимирович
Федосов Сергій Анатолійович

Електротехніка

Задачі

Частина 1

Кола постійного струму
Лінійні кола змінного струму
Трифазні кола електричного струму

Друкується в авторській редакції