

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки
Навчально-науковий фізико-технологічний інститут

**Кафедра експериментальної фізики
та інформаційно-вимірювальних технологій**

Андрій Кевшин, Володимир Галян, Сергій Федосов

ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

Задачі

Частина 2

ТРАНСФОРМАТОРИ КОМПЛЕКСНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

Луцьк

2020

УДК 539.2
К-33

Рекомендовано до друку науково-методичною радою Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки (протокол № 1 від 23.09.2020 р.).

Рецензенти: *Захарчук Д. А.* – канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра фундаментальних наук, Луцький НТУ;

Сахнюк В. Є. – канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра теоретичної та математичної фізики імені А. В. Свідзинського, СНУ імені Лесі Українки.

К 33 Кевшин А. Г., Галян В. В., Федосов С. А. **Електротехніка** : задачі у 2 ч. Ч. 2 : Трансформатори. Комплексний метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму. Луцьк, 2020. 33 с.

Задачі з «Електротехніка» – складова комплексу робочих матеріалів написаних на українській мові, створених для забезпечення якісної практичної підготовки фахівців галузей знань 01 Освіта, 10 Природничі науки, галузей знань технічних наук. Задачі збірника охоплюють курси «Електротехніка», «Основи електротехніки та електроніки». Видання містить набір задач необхідних для організації повноцінної аудиторної та самостійної роботи студентів, базовим для подальшого вивчення навчальних дисциплін «Електроніка», «Електричні машини», «Електричні приводи» та інших спецкурсів і рекомендовано використовувати після засвоєння матеріалу навчальних дисциплін «Електрика і магнетизм», «Вища математика».

Навчально-методичне видання відповідає чинним навчальним програм підготовки й рекомендовано студентам спеціальностей 014 Середня освіта (Фізика), 104 Фізика та астрономія, 105 Прикладна фізика та наноматеріали, спеціальностей галузей технічних наук.

УДК 539.2

© Кевшин А. Г. та ін., 2020

© Вежа-Друк, 2020

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ТЕМА 1. ТРАНСФОРМАТОРИ	5
1.1. Принцип роботи однофазного трансформатора	5
1.2. Режим холостого ходу однофазного трансформатора	6
1.3. Втрати і ККД трансформатора	7
1.4. З'єднання обмоток трифазних трансформаторів	8
1.5. Приклади розв'язання задач	10
Задачі для самостійного розв'язання	13
ТЕМА 2. КОМПЛЕКСНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	16
2.1. Зображення синусоїдних величин векторними	16
2.2. Комплексна форма подання синусоїдальних напруг і струмів	17
2.3. Закон Ома у комплексній формі для ділянки кола змінного струму	19
2.4. Потужність у комплексній формі	20
2.5. Приклади розв'язання задач	20
Задачі для самостійного розв'язання	24
ЛІТЕРАТУРА	32

ВСТУП

Електротехніка – наука про теоретичне вивчення та практичне застосування електричних і магнітних явищ для виробництва, пересилання, розподілу та перетворення електричної енергії в інші види енергії: світлову, теплову, механічну, хімічну тощо.

Збірник задач для навчальної дисципліни «Електротехніка» з методичними рекомендаціями до їх розв'язання складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальностей 014 Середня освіта (Фізика), 104 Фізика та астрономія, 105 Прикладна фізика та наноматеріали. Даний посібник розроблено з метою допомогти студентам у самостійному розв'язанні задач з таких розділів електротехніки: «Кола постійного струму», «Лінійні кола змінного струму», «Трифазні кола електричного струму», «Трансформатори», «Комплексний метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму».

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Електротехніка» є електромагнітні явища і їх використання для генерування, передачі і розподілу електроенергії, вирішення проблем електромеханіки, електротехнології, електроенергетики і т.п.

Метою даної дисципліни є вивчення основних законів теорії електричних кіл постійного та синусоїдного струму, ознайомлення з основами роботи електричних машин.

Основними завданнями вивчення дисципліни є ознайомлення студентів з основним законам електричних, магнітних і електромагнітних кіл, зі структурними елементами й фізичними величинами кіл, теорією і методологією аналізу електричних кіл постійного та змінного струмів.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати:

основні закони електротехніки для електричних і магнітних кіл;

методи вимірювання електричних і магнітних величин;

принципи роботи основних електричних машин та апаратів їхні робочі і пускові характеристики.

вміти:

користуватися символічним методом і законами Ома та Кірхгофа, здійснювати вимірювання струмів, напруг, потужностей у трифазних колах;

користуватися електровимірювальними приладами, знаходити зведену, абсолютну та відносні похибки;

проводити вимірювання для визначення характеристик трансформаторів;

аналізувати режими роботи різноманітних нескладних електронних пристроїв.

Збірник містить задачі з основних розділів електротехніки. На початку кожного розділу даються основні теоретичні відомості та приклади розв'язання декількох типових задач.

ТЕМА 1. ТРАНСФОРМАТОРИ

1.1. Принцип роботи однофазного трансформатора.

Трансформатор – це електротехнічний пристрій, призначений для перетворення змінного струму однієї напруги на змінний струм іншої напруги тієї ж частоти. Трансформатор складається із сталевого осердя і обмоток. Осердя зібране з тонких листів електротехнічної сталі, ізолюваних один від одного з метою зниження втрат потужності на гістерезис і вихрові струми.

Розглянемо фізичні процеси, що проходять в однофазному трансформаторі, найпростіша схема якого показана на рис. 1.1.1.

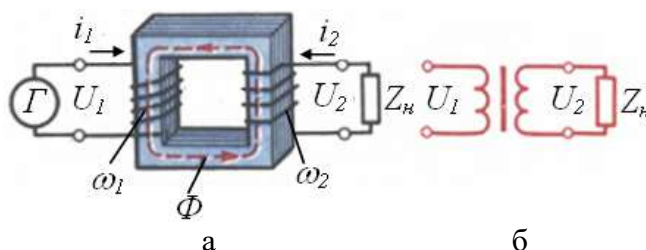


Рис. 1.1.1. Електромагнітна (а) та принципова (б) схема однофазного двохобмоткового трансформатора

Первинна обмотка під'єднана до джерела змінного струму Γ на напругу U_1 . До вторинної підключений споживач Z_n . Первинна і вторинна обмотки трансформатора не мають електричного зв'язку одна з одною, і потужність із однієї обмотки в іншу передається електромагнітним шляхом. Магнітопровід (сердечник), на якому розміщені ці обмотки, служить для підсилення індуктивного зв'язку між обмотками.

Дія трансформатора ґрунтується на явищі електромагнітної індукції. При підключенні первинної обмотки до джерела змінної напруги у витках цієї обмотки протікає змінний струм i_1 , який створює в магнітопроводі змінний магнітний потік Φ . Замикаючись в магнітопроводі, цей потік зчіплюється з обома витками (первинною і вторинною) і індукує в них ЕРС: у первинній обмотці ЕРС самоіндукції

$$e_1 = -N_1 \left(\frac{d\Phi}{dt} \right).$$

У вторинній обмотці ЕРС взаємоіндукції:

$$e_2 = -N_2 \left(\frac{d\Phi}{dt} \right),$$

де N_1 та N_2 – число витків у первинній і вторинній обмотках трансформатора.

При підключенні навантаження Z_n до затискачів вторинної обмотки трансформатора під дією ЕРС e_2 в колі цієї обмотки створюється струм i_2 , а на виводах вторинної обмотки встановлюється напруга U_2 . У підвищувальних трансформаторах $U_2 > U_1$, а в понижувальних $U_2 < U_1$.

Трансформатор – це апарат змінного струму. Якщо його первинну обмотку підключити до джерела постійного струму, то магнітний потік в магніто проводі трансформатора також буде постійним як по величині, так і по напрямку $\left(\frac{d\Phi}{dt} = 0\right)$. Отже в обмотках не буде наводитися ЕРС, а, відповідно, електроенергія з первинного кола не буде передаватися у вторинне.

Припустимо, що магнітний потік Φ є синусоїдальною функцією від часу, тобто:

$$\Phi = \Phi_{\max} \sin \omega t,$$

де Φ_{\max} – максимальне значення потоку. Тоді з вище написаних виразів можемо записати:

$$e_1 = -\omega N_1 \Phi_{\max} \cos \omega t.$$

Оскільки $\cos \omega t = -\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, то

$$e_1 = \omega N_1 \Phi_{\max} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Аналогічно

$$e_2 = \omega N_2 \Phi_{\max} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

З даних формул бачимо, що ЕРС e_1 і e_2 відстають по фазі від потоку Φ на кут $\frac{\pi}{2}$. Максимальне значення ЕРС

$$E_{1\max} = \omega N_1 \Phi_{\max}.$$

Поділивши $E_{1\max}$ на $\sqrt{2}$ і підставивши $\omega = 2\pi\nu$, одержимо діюче значення первинної ЕРС (В):

$$E_1 = \frac{E_{1\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \nu N_1 \Phi_{\max} = 4,44 N_1 \nu \Phi_{\max}.$$

Аналогічно, для другої ЕРС

$$E_2 = 4,44 N_2 \nu \Phi_{\max}.$$

Відношення:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

називають коефіцієнтом трансформації.

1.2. Режим холостого ходу однофазного трансформатора.

Холостим ходом називають режим роботи трансформатора, коли його первинна обмотка приєднана до кола змінного струму, а вторинна розімкнута. Особливість трансформатора полягає в тому, що за відсутності струму в колі вторинної обмотки струм у його первинній обмотці (струм холостого ходу) дуже малий. Розмір струму холостого ходу в 15-20 разів

менше за величину струму первинної обмотки трансформатора при його повному навантаженні.

Невеличкий струм холостого ходу створює мале падіння напруги в опорі первинної обмотки (його величина не перевищує 0,5% від величині прикладеної напруги). Основна частина прикладеної напруги зрівноважується ЕРС e_1 первинної обмотки. Тому, нехтуючи незначним падінням напруги в первинній обмотці при холостому ході трансформатора, можна вважати

$$e_1 \gg u_1.$$

Якщо напруга, що прикладена до первинної обмотки змінюється в часі за синусоїдальним законом, то зрівноважуюча його ЕРС первинної обмотки також буде змінюватися за синусоїдальним законом:

$$e_1 = E_{1\max} \sin \omega t.$$

ЕРС вторинної обмотки створюється тим же магнітним потоком, що й ЕРС первинної обмотки. Тому

$$e_2 = E_{2\max} \sin \omega t.$$

Оскільки величина ЕРС e_1 практично дорівнює величині прикладеної напруги u_1 , а напруга на розімкнутих затискачах вторинної обмотки чисельно дорівнює ЕРС e_2 , то вираз для коефіцієнта трансформації можна записати у вигляді:

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{E_{1\max}}{E_{2\max}} = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_1}{U_2}.$$

Отже, коефіцієнт трансформації приблизно може бути визначений відношенням величин напруг на затискачах первинної і вторинної обмоток трансформатора при холостому ході.

1.3. Втрати і ККД трансформатора.

Втрати потужності $P_{\text{вт}}$ в трансформаторі складаються з втрат у магнітопроводі $P_{\text{хх}}$ та втрат в обмотках трансформатора $P_{\text{кз}}$:

$$P_{\text{вт}} = P_{\text{хх}} + P_{\text{кз}}.$$

Якщо позначити через P_1 підведену до трансформатора потужність, а потужність навантаження через P_2 , то коефіцієнт корисної дії η можна визначити так:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{вт}}} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{хх}} + P_{\text{кз}}}.$$

Введемо поняття коефіцієнта навантаження β , який показує відношення споживаної активної потужності до номінальної:

$$\beta = \frac{P_2}{P_{2\text{ном}}}.$$

Активна номінальна споживана потужність дорівнює повній номінальній потужності трансформатора $S_{ном}$ з урахуванням коефіцієнта потужності навантаження $\cos\varphi$:

$$P_{2ном} = S_{ном} \cos\varphi.$$

Таким чином, потужність навантаження можна визначити через номінальну потужність, коефіцієнт потужності і коефіцієнт навантаження:

$$P_2 = \beta P_{2ном} = \beta S_{ном} \cos\varphi.$$

Потужність втрат холостого ходу (втрати на перемагнічування осердя трансформатора) не залежить від навантаження:

$$P_{xx} = const.$$

Втрати на нагрівання обмоток трансформатора залежать від струму, що протікає в них, тобто від коефіцієнту навантаження, який можна також визначити через відношення дійсного струму до номінального у первинній обмотці:

$$\beta = \frac{I_1}{I_{1ном}}.$$

Тоді:

$$P_{кз} = P_{об} = I_1^2 R_{об} = \beta^2 I_{1ном}^2 R_{об} = \beta^2 P_{кз ном}.$$

Остаточно вираз для коефіцієнта корисної дії буде мати вигляд:

$$\eta = \frac{\beta S_{ном} \cos\varphi}{\beta S_{ном} \cos\varphi + P_{xx} + \beta^2 P_{кз ном}}.$$

1.4. З'єднання обмоток трифазних трансформаторів.

Для трансформації трьохфазного струму можна використати три однофазні трансформатори, що працюють як один агрегат, але можна об'єднати три однофазних трансформатори в один трьохфазний апарат й при цьому досягнути економії матеріалів.

На кожному стержні трифазного трансформатора розміщують обмотки вищої й нижчої напруг однієї фази. Стержні з'єднуються між собою ярмом зверху і знизу. Довжина магнітних ліній потоку середнього стержня менша, ніж крайніх стержнів, отже, магнітний потік зустрічає на своєму шляху менший магнітний опір, ніж магнітні потоки крайніх стержнів. Тому у фазі, обмотка якої розміщена на середньому стержні, протікає намагнічувальний струм меншої сили, ніж у фазах, обмотки яких розміщені на крайніх стержнях.

Конструктивно обмотки трифазних трансформаторів виконують так само, як і однофазних. Початки фаз вищої напруги позначають – А, В, С, а кінці фаз – Х, Y, Z (рис. 1.4.1). Якщо обмотка вищої напруги має виведену нульову точку, то цей затискач позначається цифрою 0. Початки фаз нижчої напруги позначають – а, в, с, а кінці фаз – х, у, z; вивід нульової точки – 0.

Обмотки трифазних трансформаторів можуть бути з'єднані зіркою чи трикутником. З'єднання обмоток трифазних трансформаторів зіркою

позначається Y , а трикутником Δ . Y – обмотка з'єднана зіркою і має виведену нульову точку.

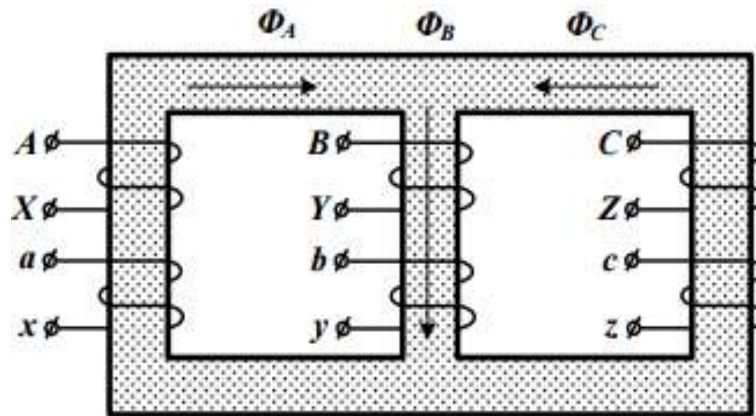


Рис. 1.4.1. Електромагнітна схема трифазного трансформатора

Знаючи позначення затискачів обмоток, ми можемо правильно з'єднати обмотки трифазного трансформатора і трифазної групи в зірку або трикутник. Їх потрібно також знати при увімкненні трансформаторів на паралельну роботу. З'єднання обмотки, наприклад, вищої напруги в зірку та трикутник показано на рис. 4.4.2, а та б відповідно.

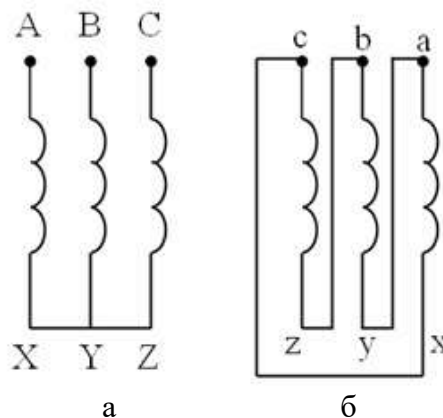


Рис. 1.4.2. З'єднання обмотки трифазного трансформатора в зірку (а) та трикутник (б)

З'єднання обмоток в зірку і зірку позначають Y/Y і називають „зірка – зірка” або „ігрек – ігрек”. З'єднання обмоток в зірку і трикутник позначають Y/Δ і називають „зірка – трикутник” або „ігрек – дельта”. Якщо від обмотки, з'єднаної в зірку, виводиться нульова точка, то таке з'єднання позначають Y_0 і називають „зірка з нулем” або „ігрек нульове” (рис. 1.4.3).

Слід мати на увазі, що відношення лінійних напруг $U_{л1}$ і $U_{л2}$ трансформатора залежить не тільки від чисел витків ω_1 і ω_2 обмоток (на

фазу), а й від способів їх з'єднання. При Y/Y $\frac{U_{л1}}{U_{л2}} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$; при Y/Δ $\frac{U_{л1}}{U_{л2}} = \frac{\sqrt{3}\omega_1}{\omega_2}$;

при Δ/Y $\frac{U_{л1}}{U_{л2}} = \frac{\omega_1}{\sqrt{3}\omega_2}$

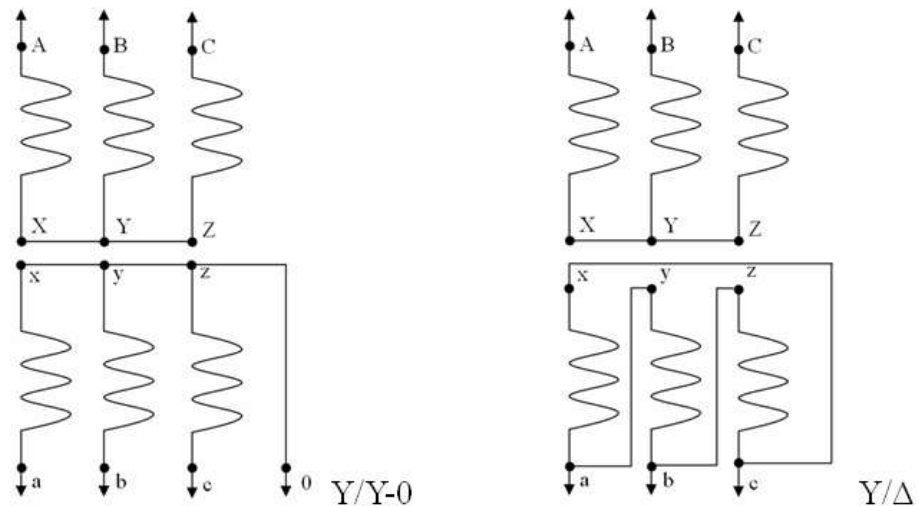


Рис. 1.4.3. З'єднання обмоток трифазного трансформатора в зірку і зірку та в зірку і трикутник

1.5. Приклади розв'язання задач.

Приклад 1. Щоб дізнатися, скільки витків міститься в первинній та вторинній обмотках трансформатора, на вторинну котушку намотали 11 витків дроту. При включенні первинної обмотки в мережу напругою 220 В вольтметр показав, що на обмотці з 11 витками напруга дорівнює 4,4 В, а на вторинній обмотці – 12 В. Скільки витків в первинній та вторинній обмотках?

Запишемо вираз для коефіцієнта трансформації через значення основних і додаткових обмоток трансформатора:

$$k = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

$$k = \frac{n_1}{\Delta n} = \frac{U_1}{\Delta U},$$

де n_1 , n_2 , Δn – число витків у первинній, вторинній і додатковій обмотках трансформатора; U_1 , U_2 , ΔU – відповідні напруги.

Із записаних виразів знаходимо:

$$n_1 = \frac{\Delta n U_1}{\Delta U} = \frac{11 \cdot 220}{4,4} = 550,$$

$$n_2 = \frac{n_1 U_2}{U_1} = \frac{550 \cdot 12}{220} = 30.$$

Відповідь: $n_1 = 550$; $n_2 = 30$.

Приклад 1. Автотрансформатор, що знижує напругу з $U_1 = 5,5$ кВ до $U_2 = 110$ В, містить в первинній обмотці $N_1 = 1000$ витків. Нехтуючи опором первинної обмотки, визначте число витків N_2 у вторинній обмотці

трансформатора, якщо опір вторинної обмотки $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$, а опір зовнішньої кола (в мережі зниженої напруги) $R = 9 \text{ Ом}$.

Коефіцієнт трансформації k пов'язаний із кількістю витків і ЕРС провідника із якого зроблений трансформатор виразом:

$$k = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Звідси:

$$N_2 = \frac{N_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

де ε_1 – ЕРС в первинній обмотці трансформатора; ε_2 – ЕРС у вторинній обмотці трансформатора; N_1 – кількість витків у первинній обмотці трансформатора; N_2 – кількість витків у вторинній обмотці трансформатора.

Оскільки опором первинної обмотки можна знехтувати, то можемо записати:

$$\varepsilon_1 = U_1,$$

де U_1 – напруга у первинній обмотці.

Для вторинної обмотки, виходячи із другого закону Кірхгофа, можемо записати:

$$\varepsilon_2 = U_2 + I_2 R,$$

де R – опір зовнішнього кола.

Сила струму I_2 у вторинній обмотці трансформатора рівна:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2},$$

де R_2 – опір вторинної обмотки.

Із останніх двох виразів можемо записати:

$$\varepsilon_2 = U_2 + \frac{U_2}{R_2} R = U_2 \left(1 + \frac{R}{R_2} \right).$$

Тоді:

$$N_2 = \frac{N_1 U_2 \left(1 + \frac{R}{R_2} \right)}{U_1} = \frac{N_1 U_2}{U_1} \left(1 + \frac{R}{R_2} \right)$$

$$N_2 = \frac{N_1 U_2}{U_1} \left(1 + \frac{R}{R_2} \right) = \frac{1000 \cdot 110}{5,5 \cdot 10^3} \left(1 + \frac{9}{1,5} \right) = 140.$$

Приклад 3. Однофазний трансформатор має наступні параметри: номінальна потужність $S_{ном} = 20000 \text{ кВА}$, коефіцієнт потужності вантаження $\cos\varphi = 0,8$; $U_1 = 120 \text{ кВ}$, $U_2 = 38,5 \text{ кВ}$, потужність холостого ходу $P_{xx} = 47 \text{ кВт}$, потужність короткого замикання $P_{кз} = 129 \text{ кВт}$. Знайти

коефіцієнт трансформації k та коефіцієнт корисної дії η при номінальному навантаженні.

Знаходимо коефіцієнт трансформації за формулою:

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{38,5}{120} = 0,32.$$

Коефіцієнт корисної дії трансформатора знаходимо за формулою:

$$\eta = \frac{\beta S_{ном} \cos \varphi}{\beta S_{ном} \cos \varphi + P_{xx} + \beta^2 P_{кз ном}}.$$

При номінальному навантаженні коефіцієнт β дорівнює одиниці:

$$\eta = \frac{1 \cdot 20000 \cdot 0,8}{1 \cdot 20000 \cdot 0,8 + 47 + 1^2 \cdot 129} = 0,98.$$

Приклад 4. Трифазний трансформатор має наступні дані: $S_{ном}=100$ кВА – номінальна потужність; $U_{1ном}=660$ В – номінальна напруга на затискачах первинних обмоток; $U_{2ном}=230$ В – номінальна напруга на затискачах вторинних обмоток; $P_{СТ}=500$ Вт – втрати потужності в сталі трансформатора, $P_{об.ном} = 1500$ Вт – втрати потужності в обмотках при номінальному струмі в них. Первинні і вторинні обмотки трансформатора з'єднані в зірку. Від трансформатора споживається активна потужність $P_2=60$ кВт при коефіцієнті потужності $\cos \varphi_2 = 0,8$. Визначити:

1. k – лінійний коефіцієнт трансформації;
2. $I_{1ном}$, $I_{2ном}$ – номінальні струми в первинних і вторинних обмотках трансформатора;
3. $k_{нв}$ – коефіцієнт навантаження;
4. I_1 , I_2 – струми в первинних і вторинних обмотках трансформатора при фактичному навантаженні;
5. $\sum P_{ном}$ – сумарні втрати потужності при номінальному навантаженні трансформатора;
6. ΣP – сумарні втрати потужності при фактичному навантаженню трансформатора;
7. $\eta_{ном}$ – коефіцієнт корисної дії при номінальному навантаженні трансформатора;
8. η – коефіцієнт корисної дії при фактичному навантаженні трансформатора.

Лінійний коефіцієнт трансформації рівний:

$$k = \frac{U_{1ном}}{U_{2ном}} = \frac{660}{230} = 2,87$$

Номінальні струми в обмотках трансформатора:

- у первинних обмотках $I_{1\text{ ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3}S_{1\text{ ном}}} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 660} = 87,5 \text{ A};$

- у вторинних обмотках $I_{2\text{ ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3}S_{2\text{ ном}}} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 230} = 251 \text{ A}.$

Коефіцієнт навантаження:

$$k_{\text{нв}} = \frac{P_2}{S_{\text{ном}} \cdot \cos\varphi_2} = \frac{60}{100 \cdot 0,8} = 0,75.$$

Струми в первинних і вторинних обмотках трансформатора при фактичному навантаженні:

- у первинних обмотках $I_1 = k_{\text{нв}} I_{1\text{ ном}} = 0,75 \cdot 87,5 = 65,6 \text{ A};$

- у вторинних обмотках $I_2 = k_{\text{нв}} I_{2\text{ ном}} = 0,75 \cdot 251 = 188 \text{ A}.$

Сумарні втрати потужності при номінальному навантаженні трансформатора:

$$\sum P_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} + P_{\text{об.ном}} = 500 + 1500 = 2000 \text{ Вт}.$$

Сумарні втрати потужності при фактичному навантаженню трансформатора:

$$\sum P = P_{\text{ст}} + k_{\text{нв}}^2 \cdot P_{\text{об.ном}} = 500 + 0,75^2 \cdot 1500 = 1344 \text{ Вт},$$

де $k_{\text{нв}}^2 \cdot P_{\text{об.ном}}$ – втрати потужності в обмотках трансформатора при фактичному навантаженні.

Коефіцієнт корисної дії при номінальному навантаженні трансформатора:

$$\eta_{\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ ном}}}{P_{2\text{ ном}} + \sum P_{\text{ном}}} = \frac{S_{\text{ном}} \cdot \cos\varphi_2}{S_{\text{ном}} \cdot \cos\varphi_2 + P_{\text{ст}} + P_{\text{об.ном}}}$$

$$= \frac{100 \cdot 0,8}{100 \cdot 0,8 + 0,5 + 1,5} = 0,9756 = 98,56\%$$

Коефіцієнт корисної дії при фактичному навантаженні трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \sum P} = \frac{k_{\text{нв}} \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos\varphi_2}{k_{\text{нв}} \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos\varphi_2 + P_{\text{ст}} + k_{\text{нв}}^2 \cdot P_{\text{об.ном}}}$$

$$= \frac{0,75 \cdot 100 \cdot 0,8}{0,75 \cdot 100 \cdot 0,8 + 0,75^2 \cdot 1,5} = 0,978 = 97,5\%$$

Задачі для самостійного розв'язання

1. Знайти число витків обмоток трансформатора для отримання в режимі холостого ходу напруги на вторинній обмотці $U_2=12 \text{ В}$ при напрузі первинної обмотки $U_1=220 \text{ В}$, якщо частота в мережі дорівнює 50 Гц , а максимальне значення основного магнітного потоку в осерді трансформатора $\Phi_m=0,0036 \text{ Вб}$.

2. При включенні трансформатора в мережу з напругою $U_1=35 \text{ кВ}$ в режимі холостого ходу вторинна напруга $U_2=400 \text{ В}$. Нехтуючи струмом

холостого ходу, визначити струм в первинній обмотці при струмі навантаження $I_2=145$ А.

3. Трансформатор включений в мережу зі змінною напругою $U_1=220$ В. Напруга на затискачах вторинної обмотки $U_2=20$ В, її опір $r=1$ Ом, сила струму у вторинній обмотці $I_2=2$ А. Знайти коефіцієнт трансформації і ККД трансформатора, нехтуючи втратами в первинній обмотці і осерді.

4. Визначити ЕРС первинної обмотки трансформатора, що має 450 витків, якщо трансформатор увімкнений у мережу змінного струму з частотою 50 Гц, а магнітний потік в осерді становить 0,00217 Вб.

5. Визначити число витків вторинної обмотки трансформатора, якщо при магнітному потоці в осерді $2 \cdot 10^{-3}$ Вб і частоті 50 Гц наведена ЕРС повинна складати 220 В.

6. Первинну обмотку знижувального трансформатора з коефіцієнтом трансформації 8 увімкнено в мережу з напругою 220 В. Опір вторинної обмотки 2 Ом, а сила струму в ній 2 А. Визначити величину індукованої у вторинній обмотці ЕРС і напругу на навантаженні.

7. У знижувальному трансформаторі з коефіцієнтом трансформації 100 напруга на навантаженні, ввімкненому в коло вторинної обмотки, 11 В. Опір навантаження 10,8 Ом. Визначити напругу на первинній обмотці трансформатора, якщо опір його вторинної обмотки 0,2 Ом. Яка сила струму у первинній обмотці трансформатора, якщо його ККД 98%.

8. Втрати при холостому ході трансформатора складають $P_x = 50$ Вт, при короткому замиканні $P_k = 90$ Вт. При деякому навантаженні трансформатор споживає потужність $P = 8,5$ кВт. Визначити активний опір трансформатора при холостому ході, короткому замиканні і навантаженні, якщо відомо, що струм холостого ходу $I_x = 2,5$ А, струм короткого замикання $I_k = 26$ А, струм навантаженого трансформатора $I_1 = 24$ А.

9. Визначити ЕРС первинної обмотки трансформатора, що має 450 витків, якщо трансформатор підключений до мережі змінного струму з частотою $\nu = 50$ Гц, а магнітний потік у сердечнику $\Phi = 2,17 \cdot 10^{-3}$ Вб.

10. Визначити переріз магнітопровода трансформатора з коефіцієнтом трансформації 25, який підключений до мережі з напругою $U_1 = 10000$ В і частотою $\nu = 50$ Гц, якщо магнітна індукція в магніто проводі $B = 1$ Тл, а число витків у вторинній обмотці 300.

11. Трансформатор підключили до мережі змінного струму з напругою 220 В і частотою 50 Гц. Визначити коефіцієнт трансформації, якщо сердечник має активний переріз $7,6$ см², найбільша магнітна індукція $B_m = 0,95$ Тл, а число витків вторинної обмотки 40.

12. Однофазний трансформатор номінальної потужності $S_{ном} = 630$ кВ·А має число витків обмотки при первинній обмотки 600 і вторинної 40. Напруга на затискачах первинної обмотки при холостому ході $U_x = 6000$ В. Знайти напругу на виводах вторинної і густину струму в

обмотках трансформатора, якщо переріз проводів в первинній обмотці $S_1 = 30 \text{ мм}^2$, а у вторинній обмотці $S_2 = 420 \text{ мм}^2$.

13. Для визначення втрат у сталі дроселя його спочатку включили в коло постійного струму. Опір виявився рівним 2 Ом. Потім до дроселя підвели змінну напругу. При цьому вольтметр показав 127 В, ваттметр – 75 Вт, амперметр – 2 А. Визначити втрати в сталі і міді дроселя.

14. Однофазний трансформатор номінальної потужності $S_{ном} = 160 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ включений у мережу змінного струму з частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$. Знайти ЕРС первинної і вторинної обмоток, якщо активний переріз стержня і ярма $S = 175 \text{ см}^2$, найбільша магнітна індукція в стержні 1,5 Тл, число витків первинної обмотки 1032, вторинної – 40.

15. Максимальний магнітний потік в сердечнику однофазного трансформатора дорівнює 0,005 Вб. При холостому ході виміряна напруга на вторинній обмотці виявилась рівною 120 В. Число витків первинної обмотки 500, частота мережі 50 Гц. Знайти коефіцієнт трансформації і напруга мережі живлення.

16. Трансформатор потужністю $P_2 = 60 \text{ кВА}$ має втрати в сталі $P_{ст} = 400 \text{ Вт}$ і втрати в обмотках при повному навантаженні (100%) $P_{обн} = 1350 \text{ Вт}$. Визначити коефіцієнт корисної дії при навантаженнях 100%, 75%, 50%, і 25% номінальної, вважаючи навантаження чисто активної ($\cos \varphi = 1$).

17. Визначити число витків у первинній і вторинній обмотках трансформатора, підключених до мережі змінного струму з напругою 220 В і частотою 50 Гц, якщо в режимі холостого ходу напруга на вторинній обмотці 12 В, а магнітний потік в сердечнику $\Phi_m = 0,25 \text{ мВб}$.

18. Однофазний трансформатор з номінальною потужністю 1600 кВ·А має число витків первинної і вторинної обмоток відповідно 2193 і 232, активний перетин сердечника $S = 530 \text{ см}^2$. Обчислити магнітну індукцію в осерді трансформатора, активну і реактивну складові напруги короткого замикання, ЕРС, що наводиться у вторинній обмотці, якщо первинна обмотка включена в мережу змінного струму з напругою 6300 В. Напруга короткого замикання становить 5,5%, втрати при короткому замиканні трансформатора $P_k = 18 \text{ кВт}$, втрати холостого ходу $P_x = 3,3 \text{ кВт}$.

19. Втрати трансформатора в режимі холостого ходу $P_x = 150 \text{ Вт}$, в режимі короткого замикання $P_k = 500 \text{ Вт}$. Обчислити ККД трансформатора при номінальному режимі, якщо коефіцієнт потужності в цьому режимі дорівнює $\cos \varphi = 0,9$, а потужність навантаження $S_2 = 5 \text{ кВ} \cdot \text{А}$.

20. Трансформатор працює в номінальному режимі 12 год на добу, а решту часу – в режимі холостого ходу. Визначити середньодобовий ККД трансформатора, якщо його номінальна потужність 100 кВт, втрати холостого ходу 1,2 кВт, а втрати короткого замикання 3,5 кВт.

ТЕМА 2. КОМПЛЕКСНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

2.1. Зображення синусоїдних величин векторними.

Математичні розрахунки над фізичними величинами, що змінюються за синусоїдним законом значно простіше здійснювати, коли замінити синусоїди векторами. Миттєві значення функції $i = I_m \sin(\omega t + \alpha_i)$ можна одержати як проекцію на вертикальну вісь відрізка довжиною I_m (рис. 2.1.1), який обертається відносно початку прямокутної системи координат з кутовою швидкістю $\omega = 2\pi\nu$ у позитивному напрямку (тобто проти годинникової стрілки). Цей відрізок називають умовним обертовим вектором.

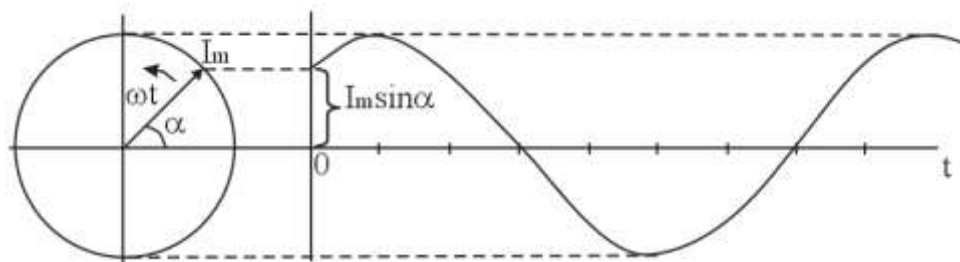


Рис. 2.1.1. Хвильова і векторна діаграми

У момент $t=0$ вектор розміщений під кутом ψ_1 і до горизонтальної осі і його проекція на вертикальну вісь дорівнює $I_m \sin \psi_1$, тобто миттєвому значенню заданої функції при $t=0$. За час $t=t_1$ вектор повернеться на кут ωt_1 і буде повернутий відносно горизонтальної осі на кут $\omega t_1 + \psi_1$, а його проекція на вертикальну вісь буде $I_m \sin(\omega t_1 + \psi_1)$ і т.д.

Таким чином, розгляд синусоїдних функцій можна замінити розглядом обертових векторів, а для одержання миттєвих значень потрібно взяти проекцію векторів на вертикальну вісь. При цьому початкова фаза визначає положення вектора відносно позитивної горизонтальної осі координат. Отже, будь-якому обертовому вектору можна поставити у відповідність синусоїду i , навпаки, будь-якій синусоїді можна поставити у відповідність обертовий вектор, а кут відраховувати від горизонтальної осі. При позитивній (що випереджає) початковій фазі вектор обернений на відповідний кут проти руху стрілки годинника, а при негативній (що відстає) – у напрямку руху стрілки годинника.

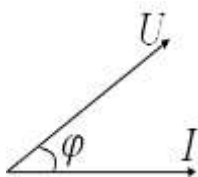


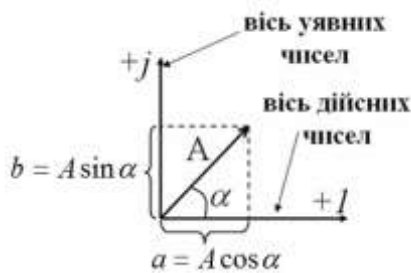
Рис. 2.1.2. Векторна діаграма, на якій напруга випереджає струм на кут φ

Для одночасного зображення декількох векторів, один вектор приймають за вихідний і будують інші вектори відносно вихідного вектору, з урахуванням зсуву фаз, тобто будують векторну діаграму. *Векторною діаграмою називають сукупність*

векторів, що зображують синусоїдальні ЕРС, напруги та струми однієї частоти, які виходять із загальної точки. Наприклад, якщо $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$, а $i = I_m \sin \omega t$, то можна зобразити їх векторами так, як показано на рис. 2.1.2.

2.2. Комплексна форма подання синусоїдальних напруг і струмів.

Комплексний або символічний метод полягає в тому, що синусоїдальна функція зображається вектором на комплексній площині і виражається через комплексні числа. Таким чином виникає можливість замінити геометричні операції над векторами на алгебраїчні операції над комплексними числами.



Кожна точка на комплексній площині визначається радіусом-вектором цієї точки, тобто вектором, початок якого співпадає з початком координат, а кінець знаходиться у точці, що відповідає комплексному числу.

Існують наступні форми запису комплексного числа:

$$\dot{A} = a + jb \text{ – алгебраїчна;}$$

$$\dot{A} = A \cos \alpha + j A \sin \alpha = A(\cos \alpha + j \sin \alpha) \text{ – тригонометрична.}$$

Згідно формули Ейлера $\cos \alpha + j \sin \alpha = e^{j\alpha}$. З врахуванням цього комплексне число можна записати у показниковій формі:

$$\dot{A} = A e^{j\alpha},$$

де e – основа натурального логарифма; \dot{A} – комплексне число; A – модуль (довжина вектора); $j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця α – аргумент, який визначається як:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}.$$

Вектор, який обертається у позитивному напрямку, тобто проти годинникової стрілки, з кутовою швидкістю ω може бути виражений так:

$$A e^{j(\omega t + \alpha)} = \dot{A} e^{j\omega t},$$

де $\dot{A} = A e^{j\alpha}$ – комплексна амплітуда, являє собою вектор в момент $t=0$. Це комплексна величина, що не залежить від часу, модуль і аргумент її відповідно дорівнюють амплітуді і початковій фазі синусоїдної функції. $e^{j\omega t}$ – обертовий множник. Множення комплексної амплітуди \dot{A} на $e^{j\omega t}$ означає обертання вектора A на кут ωt в позитивному напрямку.

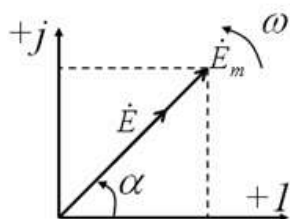


Рис. 2.2.1. Зображення синусоїдальної ЕРС обертовим вектором на комплексній площині

Наприклад, для того, щоб подати синусоїдальну ЕРС $e = E_m \sin(\omega t + \alpha)$ з початковою фазою α , проведемо на комплексній площині (рис. 2.2.1) з

початку координат під кутом α до осі дійсних величин вектор, довжина якого в масштабі побудови дорівнює амплітуді ЕРС E_m . Кінець цього вектора перебуває в точці, якій відповідає певне комплексне число – комплексна амплітуда ЕРС:

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\alpha}.$$

При збільшенні в часі фази ЕРС $\omega t + \alpha$ кут між вектором і віссю дійсних величин зростає, тобто виходить обертовий вектор

$$E_m e^{j(\omega t + \alpha)} = E_m \cos(\omega t + \alpha) + jE_m \sin(\omega t + \alpha).$$

Комплексне число $E_m e^{j(\omega t + \alpha)}$ зручно зображати у вигляді добутку двох комплексних чисел:

$$E_m e^{j(\omega t + \alpha)} = E_m e^{j\alpha} \cdot e^{j\omega t}.$$

Перше комплексне число $\dot{E}_m = E_m e^{j\alpha}$, що відповідає положенню вектора в початковий момент часу, називають комплексною амплітудою, друге комплексне число $e^{j\omega t}$ є оператором повороту вектора на кут ωt відносно початкового положення вектора.

Для зручності прийнято зображати синусоїдно змінну в часі величину у момент $t = 0$. Тоді миттєве значення $e = E_m \sin(\omega t + \alpha)$ зобразатиметься у вигляді комплексного числа, що відповідає комплексній амплітуді:

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\alpha}.$$

Вектор на комплексній площині, довжина якого в масштабі побудови дорівнює діючому значенню синусоїдальної ЕРС, називається *комплексним діючим значенням синусоїдальної ЕРС*

$$\dot{E} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} = E e^{j\alpha} = E \angle \alpha.$$

При аналізі кіл синусоїдального струму застосовують головним чином комплексні діючі значення синусоїдальних величин, скорочено їх називають *комплексними значеннями*, а відповідні вектори на комплексній площині – *векторами комплексних значень*.

Перехід від миттєвих значень синусоїдних функцій до комплексних амплітуд і зворотний перехід досить простий, наприклад:

$$u = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \leftrightarrow \dot{U}_m = 220\sqrt{2} e^{j30^\circ};$$

$$i = 5\sqrt{2} \sin(\omega t - 40^\circ) \leftrightarrow \dot{I}_m = 5\sqrt{2} e^{-j40^\circ};$$

$$\dot{U}_m = 40\sqrt{2} e^{j60^\circ} \leftrightarrow u = 40\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ).$$

Комплекси діючих значень напруги та струму:

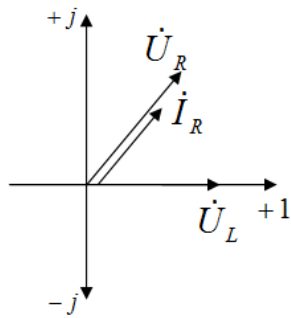
$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}; \dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}}; \dot{U} = 220 e^{j30^\circ}; \dot{I} = 5 e^{-j40^\circ}.$$

2.3. Закон Ома у комплексній формі для ділянки кола змінного струму.

Запишемо закон Ома для елементів електричного кола синусоїдального струму.

1. Резистивний елемент .

Як відомо, в колі що містить тільки резистор опором R , напруга і струм змінюється в однакових фазах, тобто зсув фаз між струмом і напругою

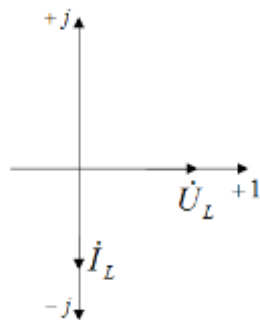


Векторна діаграма комплексних значень струму й напруги для кола з активним опором

дорівнює нулю. Напруга і струм досягають одночасно максимальних і мінімальних значень. Для визначення вектора \dot{U}_R необхідно довжину вектора \dot{I}_R збільшити в R разів, залишивши той же напрям. У комплексній формі це відповідає множенню комплексу струму \dot{I}_R на опір R і оператор повороту $e^{j0} = 1$, тобто $\dot{U}_R = \dot{I}_R \operatorname{Re}^{j0} = \dot{I}_R R$

2. Індуктивний елемент.

У колі змінного струму, в яке ввімкнено котушку індуктивності, струм відстає за фазою від напруги на $\pi/2$. Для визначення вектора \dot{U}_L необхідно



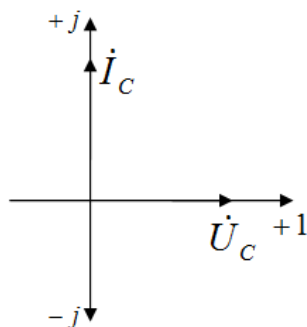
Векторна діаграма комплексних значень струму й напруги для кола з ідеальною котушкою індуктивності

довжину вектора \dot{I}_L збільшити в X_L разів і повернути його в додатному напрямку на 90° , що в комплексній формі відповідає множенню комплексу струму \dot{I}_L на опір X_L і оператор повороту $j = e^{j90}$, тобто:

$$\dot{U}_L = \dot{I}_L X_L e^{j90} = \dot{I}_L j X_L,$$

де jX_L – комплексний опір індуктивного елемента.

3. Ємнісний елемент.



Векторна діаграма комплексних значень струму й напруги для кола з ідеальним конденсатором

У колі змінного струму, до якого входить конденсатор, а опором провідників і пластин конденсатора можна знехтувати, коливання сили струму у колі випереджують коливання напруги на конденсаторі на $\pi/2$.

Для визначення вектора \dot{U}_C необхідно довжину вектора \dot{I}_C збільшити в X_C разів і повернути його

у від'ємному напрямку на 90^0 , що в комплексній формі відповідає множенню комплексу струму \dot{I}_C на опір X_C і оператор повороту $-j = e^{-j90}$, тобто:

$$\dot{U}_C = \dot{I}_C X_C e^{-j90} = -\dot{I}_C j X_C,$$

де $-jX_C$ – комплексний опір ємнісного елемента.

2.4. Потужність у комплексній формі.

Електричні процеси в резистивних, індуктивних й ємнісних елементах різні за фізичною природою. У резистивних елементах відбувається необоротне перетворення електричної енергії в інші види енергії. Середня швидкість необоротного процесу перетворення енергії в резистивному елементі визначається активною потужністю P . В індуктивному й ємнісному елементах відбувається періодичне акумулювання енергії в магнітному і електричному полях, а потім енергія повертається в зовнішню щодо цих елементів частину кола. У таких елементах не відбувається необоротного перетворення електричної енергії в інші види, тобто активна потужність P дорівнює нулю.

Енергетичні процеси в індуктивному і ємнісному елементах визначаються реактивною індуктивною потужністю Q_L і реактивною ємнісною потужністю Q_C .

Повна потужність кола змінного струму дорівнює добутку діючих значень напруги і струму:

$$S = UI.$$

Комплексне значення повної потужності отримаємо, якщо помножимо комплексну напругу на сполучене комплексне значення струму

$$\underline{S} = \underline{U} \dot{I}^*.$$

Сполучене комплексне значення струму \dot{I}^* відрізняється від \dot{I} знаком аргументу:

$$\dot{I} = I e^{j\alpha_i}; \quad \dot{I}^* = I e^{-j\alpha_i}.$$

Комплексне значення повної потужності

$$\underline{S} = \underline{U} \dot{I}^* = U e^{j\alpha_u} I e^{-j\alpha_i} = UI e^{j(\alpha_u - \alpha_i)} = S e^{j\varphi}.$$

У тригонометричній формі

$$\underline{S} = S \cos \varphi + jS \sin \varphi = P + jQ,$$

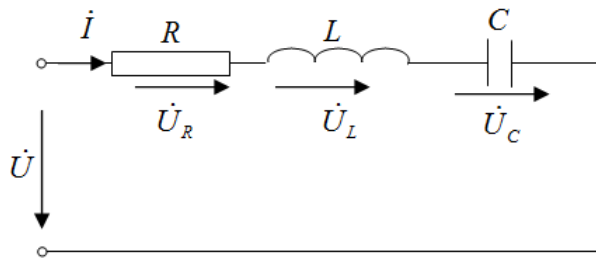
де $P = S \cos \varphi$ – активна потужність кола; $Q = S \sin \varphi$ – реактивна потужність кола; $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ – повна потужність кола.

При активно-індуктивному характері навантаження знак перед jQ позитивний, при активно-ємнісному – негативний.

5.5. Приклади розв'язання задач.

Приклад 1. Електричне коло живиться від джерела синусоїдального струму з частотою 20 Гц і напругою 120 В. Знайти струм в колі, напруги на

усіх ділянок, активну, реактивну і повну потужності. Побудувати векторну діаграму. Вважати, що $R = 4 \text{ Ом}$, $L = 6,37 \text{ Гн}$, $C = 159 \text{ мкФ}$.

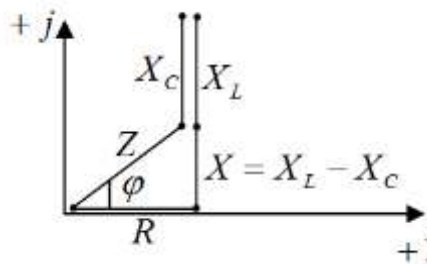


Запишемо у комплексному вигляді опір кожного елемента кола:

$$\dot{R} = 4e^{j0^0} = 4 \text{ Ом}; \quad \dot{X}_L = 8e^{+j90^0} = j8 \text{ Ом}; \quad \dot{X}_C = 5e^{-j90^0} = -j5 \text{ Ом},$$

$$\dot{Z} = \dot{R} + \dot{X}_L + \dot{X}_C = 4 + j(8 - 5) \text{ Ом}.$$

На комплексній площині в масштабі: 1 см – 2 Ом, побудуємо трикутник опорів:



Із трикутника визначимо величину повного опору Z і кут фазового зсуву:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 5 \text{ Ом},$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{X_L - X_C}{R} = \text{arctg} \frac{3}{4} = 37^0.$$

Запишемо у показниковій формі опір всього кола:

$$\underline{Z} = Z e^{+j\varphi} = 5e^{+j37^0} \text{ Ом}.$$

Прийнемо початкову фазу прикладеної до кола напруги за нуль і визначимо по закону Ома струм в даному колі:

$$\underline{i} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{120e^{+j0^0}}{5e^{+j37^0}} = 24e^{-j37^0}.$$

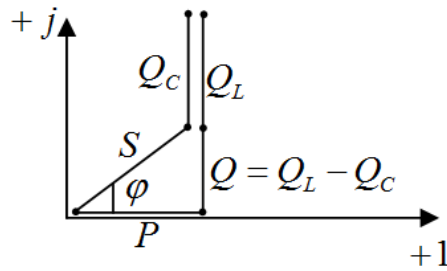
Як бачимо з останнього виразу струм у колі відстає від напруги по фазі на 37^0 . Знаючи величину струму, визначимо потужності для окремих елементів кола:

$$P = I^2 R = 24^2 \cdot 4 = 2304 \text{ Вт}; \quad Q_L = I^2 X_L = 24^2 \cdot 8 = 4608 \text{ ВАр};$$

$Q_C = I^2 X_C = 24^2 \cdot 5 = 2880 \text{ ВАр}$. Тоді повна потужність буде рівна:

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} = \sqrt{2304^2 + (4608 - 2880)^2} = 2880 \text{ В} \cdot \text{А}$$

Побудуємо трикутник потужностей в масштабі: 1 см=1000 Вт (ВАр)



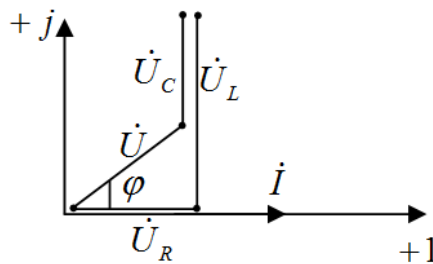
Для побудови векторних діаграм по струму і напрузі прийmemo початкову фазу струму рівною нулю, оскільки струм у даній схемі є однаковим для всіх елементів кола. Запишемо вирази для напруг у комплексній формі:

$$\dot{U}_R = \dot{I}R = 96e^{+j0^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_L = \dot{I}X_L = 192e^{+j90^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_C = \dot{I}X_C = 120e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

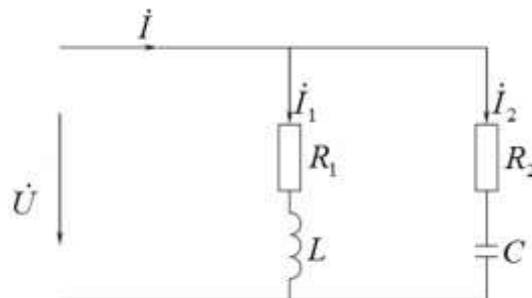
$$\dot{U} = \dot{I}Z = 120e^{-j37^\circ} \text{ В}.$$

Виберемо масштаб: $1 \text{ см} = 6 \text{ А}$, $1 \text{ см} = 50 \text{ В}$. Векторна діаграма будується на основі другого закону Кірхгофа для даного кола:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$



Приклад 2. У мережу змінного струму паралельно котушці індуктивності включений конденсатор і резистор, які з'єднані паралельно. Визначити струми у вітках, а також загальний струм, якщо $U = 120 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $X_L = 6 \text{ Ом}$, $X_C = 9,95 \text{ Ом}$.



Повний опір віток:

$$Z_1 = R_1 + jX_L = 2 + j6 = \sqrt{2^2 + 6^2} e^{j \arctg \frac{6}{2}} = 6,32e^{j71^\circ},$$

$$Z_2 = R_2 - jX_C = 2 - j9,95 = \sqrt{2^2 + 9,95^2} e^{-j \arctg \frac{9,95}{2}} = 10e^{-j84^\circ}.$$

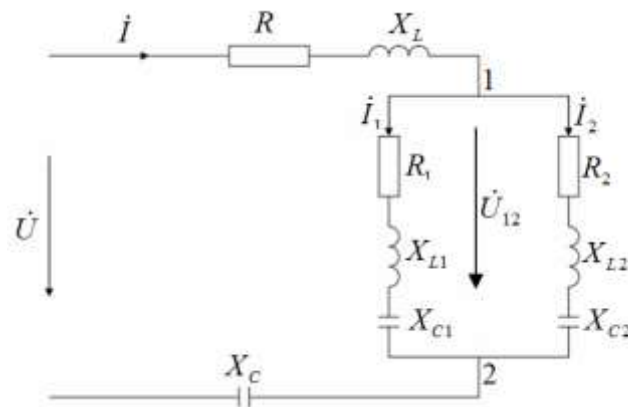
Знаходимо струми у паралельних вітках:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{120}{6,32e^{j71''}} = 19e^{-j71''} \text{ A}, \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{120}{10e^{-j84''}} = 12e^{j84''} \text{ A}.$$

Загальний струм у колі буде рівний:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 19e^{-j71''} + 12e^{j84''}.$$

Приклад 3. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_1 , I_2 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 127 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R = 2 \text{ Ом}$, $R_1 = 15 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $X_L = 10 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 10 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 20 \text{ Ом}$, $X_C = 2 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 20 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 30 \text{ Ом}$



Повний опір першої вітки:

$$Z_1 = R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) =$$

$$= 15 + j(10 - 20) = 15 - j10 = \sqrt{15^2 + 10^2} e^{j \arctg \frac{-10}{15}} = 18e^{-j33^\circ}.$$

Повний опір другої вітки:

$$Z_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) =$$

$$= 10 + j(20 - 30) = 10 - j10 = \sqrt{10^2 + 10^2} e^{j \arctg \frac{-10}{10}} = 14,1e^{-j45^\circ}.$$

Загальний опір паралельної ділянки кола:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{18e^{-j33^\circ} \cdot 14,1e^{-j45^\circ}}{15 - j10 + 10 - j10} = \frac{253,8e^{-j78^\circ}}{25 + j20} = \frac{253,8e^{-j78^\circ}}{32e^{-j38^\circ}} = 7,93e^{-j40^\circ} = 6 - j5.$$

Опір нерозгалуженої ділянки кола рівний:

$$Z' = R + jX_L - jX_C = 2 + j(10 - 2) = 2 + j8.$$

Повний опір усього кола рівний:

$$Z = Z' + Z_{12} = 2 + j8 + 6 - j5 = 8 + j3 = 8,5e^{j20^\circ}.$$

Тоді струм у колі рівний:

$$\underline{i} = \frac{\underline{\dot{U}}}{\underline{Z}} = \frac{127}{8,5e^{j20^0}} = 15e^{-j20^0} \text{ A.}$$

Напруга на ділянці 1-2:

$$\underline{U}_{12} = \underline{I} \underline{Z}_{-12} = 15e^{-j20^0} \cdot 7,93e^{-j40^0} = 119e^{-j60^0}.$$

Струм у першій паралельній вітці:

$$\underline{i}_1 = \frac{\underline{\dot{U}}_{12}}{\underline{Z}_1} = \frac{119e^{-j60^0}}{18e^{-j33^0}} = 6,6e^{-j27^0} \text{ A.}$$

Струм у другій паралельній вітці:

$$\underline{i}_2 = \frac{\underline{\dot{U}}_{12}}{\underline{Z}_2} = \frac{119e^{-j60^0}}{14,1e^{-j45^0}} = 8,4e^{-j15^0} \text{ A.}$$

Знайдемо повний активний опір схеми:

$$R' = R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2 + \frac{15 \cdot 10}{15 + 10} = 8 \text{ Ом.}$$

Тоді активна потужність рівна:

$$P = I^2 R = 15^2 \cdot 8 = 1800 \text{ Вт.}$$

Знайдемо повний реактивний опір схеми:

$$X = (X_L - X_C) + \frac{(X_{L1} - X_{C1}) \cdot (X_{L2} - X_{C2})}{(X_{L1} - X_{C1}) + (X_{L2} - X_{C2})} = 10 - 2 + \frac{100}{-20} = 3 \text{ Ом.}$$

Реактивна потужність кола :

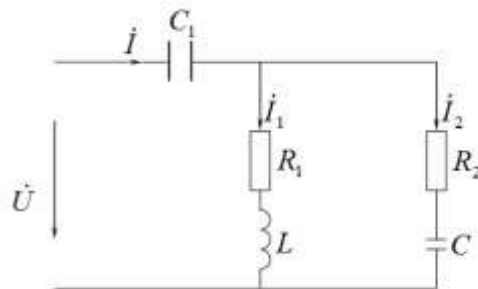
$$Q = I^2 X = 15^2 \cdot 3 = 675 \text{ Вар.}$$

Тоді повна потужність:

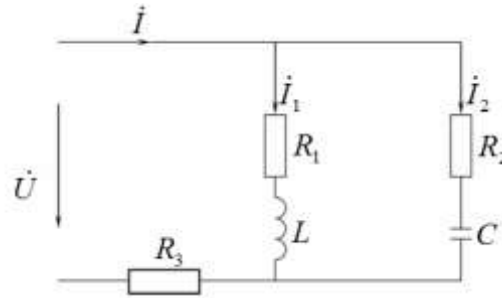
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1800^2 + 675^2} = 1922 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Задачі для самостійного розв'язання

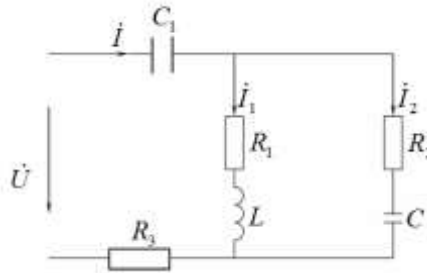
1. У мережу змінного струму паралельно котушці індуктивності включений конденсатор і резистор, які з'єднані паралельно. Визначити струми у вітках, а також загальний струм, якщо $U = 220 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $X_L = 3 \text{ Ом}$, $X_C = 8 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 12 \text{ Ом}$.



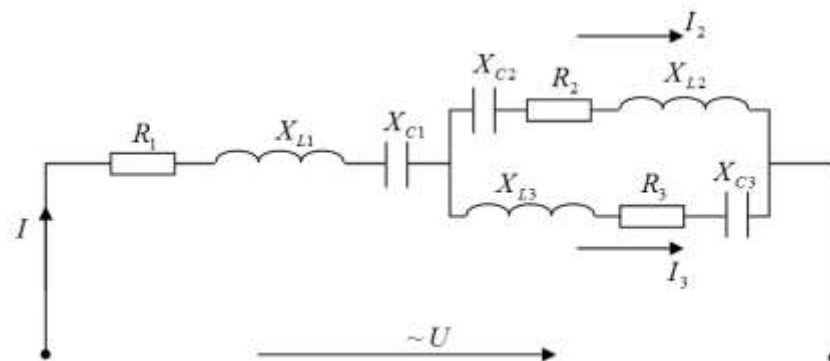
2. У мережу змінного струму паралельно котушці індуктивності включений конденсатор і резистор, які з'єднані паралельно. Визначити струми у вітках, а також загальний струм, якщо $U = 80 \text{ В}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $X_L = 6 \text{ Ом}$, $X_C = 7 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$.



3. У мережу змінного струму паралельно котушці індуктивності включений конденсатор і резистор, які з'єднані паралельно. Визначити струми у вітках, а також загальний струм, якщо $U = 180 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$, $X_L = 4 \text{ Ом}$, $X_C = 8 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 9 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$.

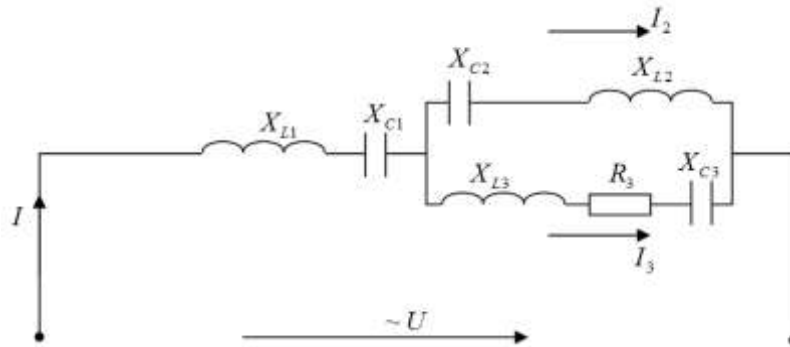


4. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напруга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $R_2 = 14 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 9 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 6 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 14 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 15 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 6 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 7 \text{ Ом}$.

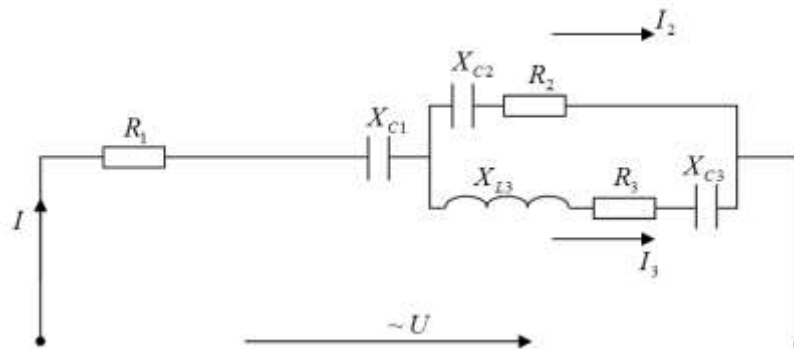


5. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напруга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори

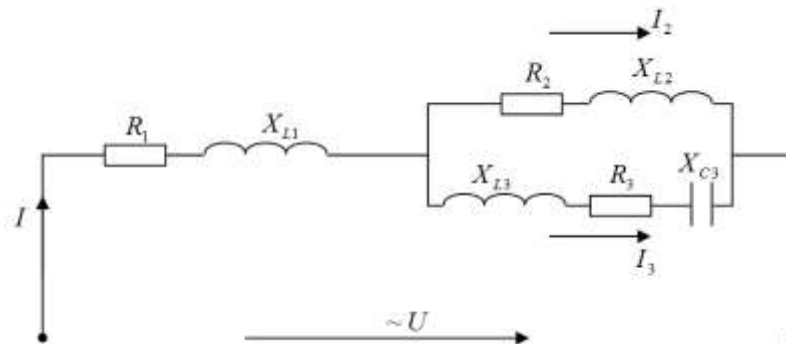
кола: $R_3 = 18 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 19 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 16 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 10 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 12 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 16 \text{ Ом}$
 $X_{C3} = 18 \text{ Ом}$.



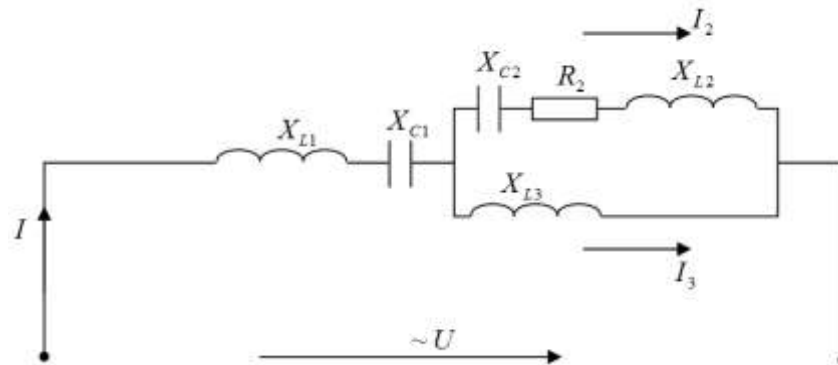
6. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 4 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 5 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 7 \text{ Ом}$
 $X_{C3} = 6 \text{ Ом}$.



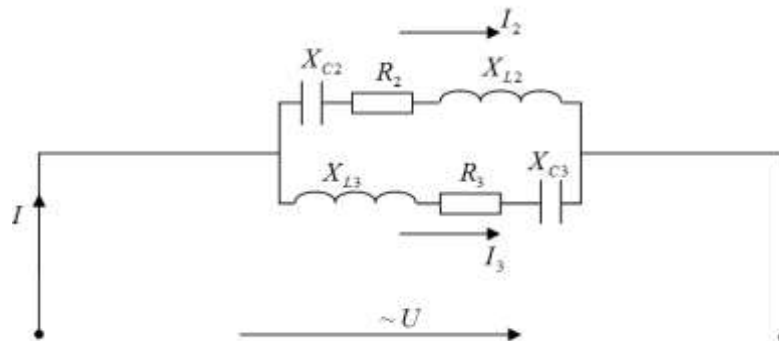
7. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 5 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 8 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 9 \text{ Ом}$
 $X_{C3} = 12 \text{ Ом}$.



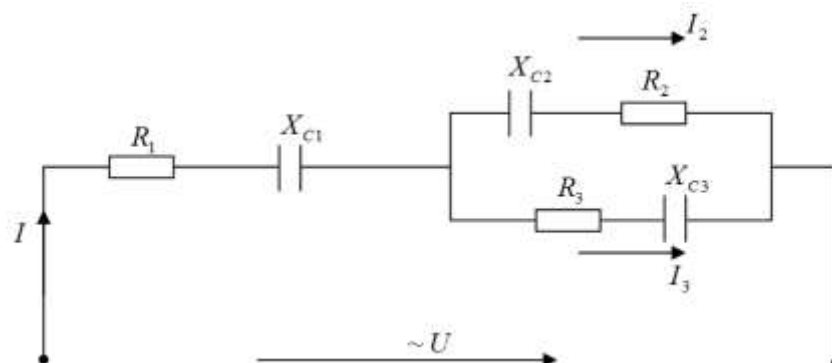
8. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 12 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 16 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 18 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 14 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 13 \text{ Ом}$.



9. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 10 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 12 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 4 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 5 \text{ Ом}$.

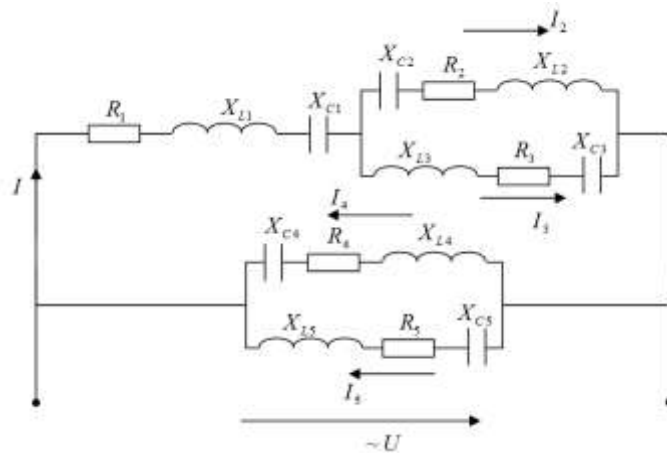


10. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $R_2 = 14 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 9 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 15 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 14 \text{ Ом}$.

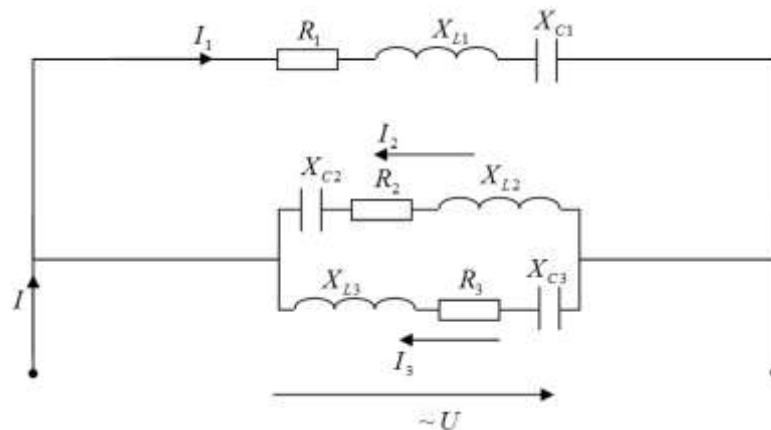


11. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $R_2 = 14 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$, $R_5 = 9 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 9 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 6 \text{ Ом}$,

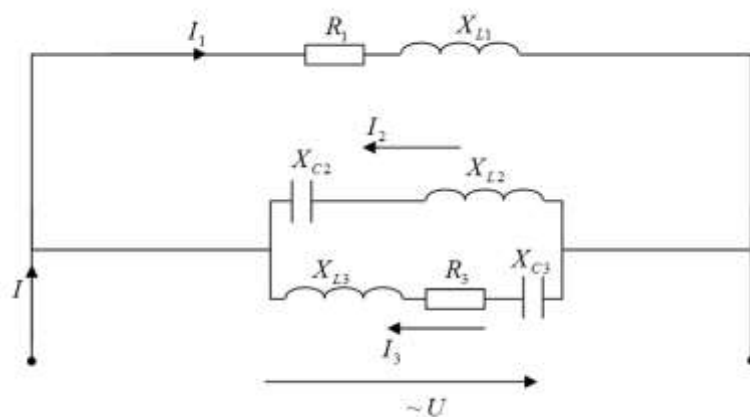
$X_{L2} = 14 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 15 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 6 \text{ Ом}$ $X_{C3} = 7 \text{ Ом}$, $X_{L4} = 14 \text{ Ом}$ $X_{C4} = 9 \text{ Ом}$,
 $X_{L5} = 18 \text{ Ом}$ $X_{C5} = 13 \text{ Ом}$.



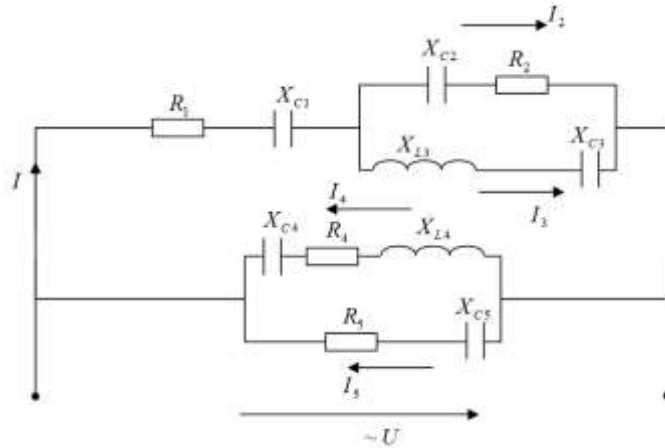
12. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_1 , I_2 , I_3 , на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 5 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 3 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 4 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 5 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 8 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 6 \text{ Ом}$.



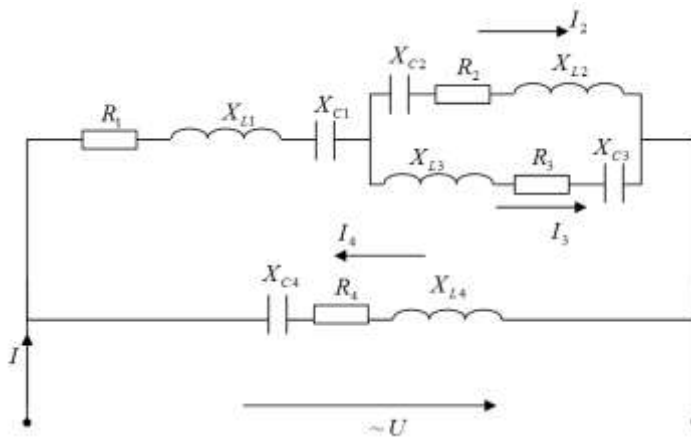
13. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_1 , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 7 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 4 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 5 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 8 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 6 \text{ Ом}$.



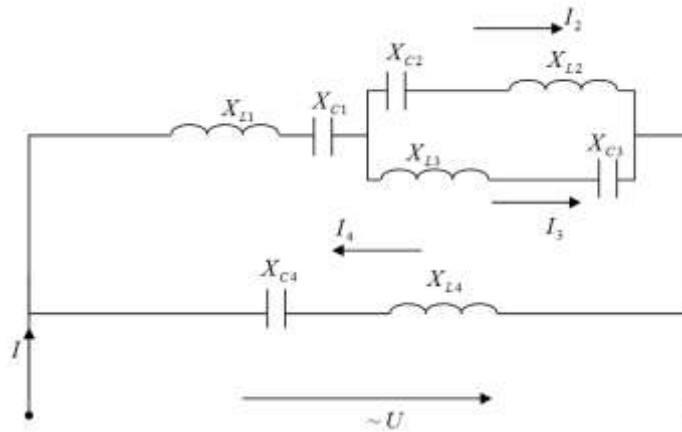
14. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I, I_2, I_3, I_4, I_5 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 7 \text{ Ом}$, $R_5 = 6 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 8 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 5 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 7 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 9 \text{ Ом}$, $X_{L4} = 2 \text{ Ом}$, $X_{C4} = 6 \text{ Ом}$, $X_{C5} = 3 \text{ Ом}$.



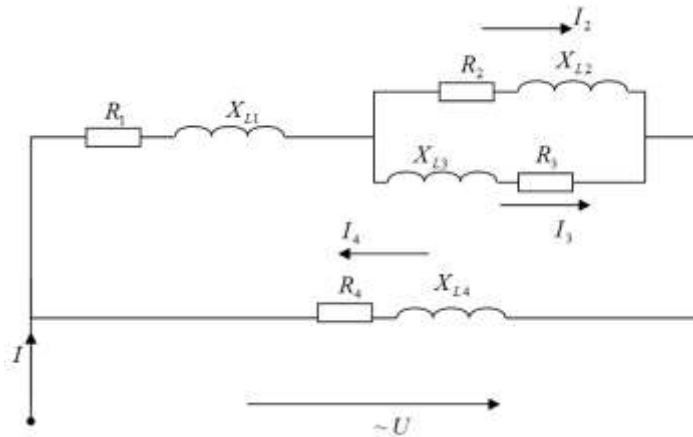
15. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I, I_2, I_3, I_4 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $R_4 = 8 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 10 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 6 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 4 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 5 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 6 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 7 \text{ Ом}$, $X_{L4} = 4 \text{ Ом}$, $X_{C4} = 6 \text{ Ом}$.



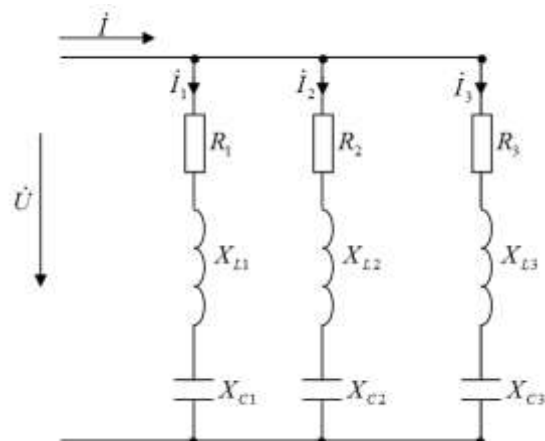
16. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I, I_2, I_3, I_4 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $X_{L1} = 2 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 4 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 7 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 6 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 8 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 12 \text{ Ом}$, $X_{L4} = 13 \text{ Ом}$, $X_{C4} = 16 \text{ Ом}$.



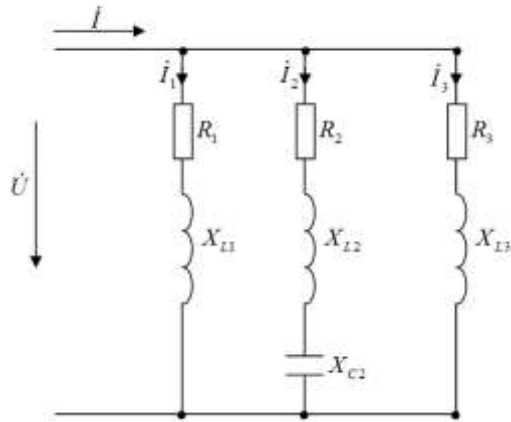
17. Для послідовно-паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_2 , I_3 , I_4 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 120 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $X_{L1} = 3 \text{ Ом}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 17 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 8 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$, $X_{L4} = 13 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$.



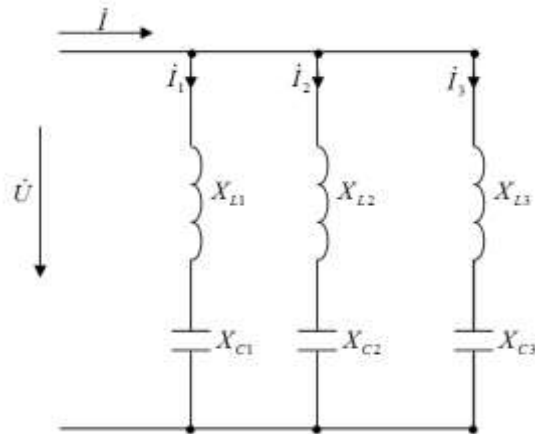
18. Для паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_1 , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 8 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 20 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 6 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 10 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 13 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 12 \text{ Ом}$



19. Для паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_1 , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 1 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 2 \text{ Ом}$, $X_3 = 3 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 9 \text{ Ом}$.



20. Для паралельного кола змінного струму визначити струми I , I_1 , I_2 , I_3 на усіх ділянках кола, активну P , реактивну Q і повну S потужності кола. Напряга живлення $U = 220 \text{ В}$; активні і реактивні опори кола: $X_{L1} = 2 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 6 \text{ Ом}$, $X_{L3} = 3 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 5 \text{ Ом}$, $X_{C2} = 7 \text{ Ом}$, $X_{C3} = 8 \text{ Ом}$.



ЛІТЕРАТУРА

1. Городжа А.Д. Загальна електротехніка / А.Д. Городжа. – К.: КНУБА, 2000. – 150 с.
2. Загальна електротехніка: навчально-методичний посібник / під ред. Глухова Д.Я.) – К.: Вища шк., 1970. – 370 с.
3. Борисов Ю.М. Общая электротехника: учебное пособие для вузов / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов. – М.: Высш. шк., 1974. – 252 с.
4. Борисов Ю.М. Электротехника: учебник для студентов вузов / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов, Ю.Н. Зорин. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 180 с.
5. Вартабелян В.А. Загальна електротехніка / В.А. Вартабелян. – К.: Вища шк., 1979. – 160 с.
6. Касаткин А.С. Основы электротехники / А.С. Касаткин. – М.: Энергия, 1966. – 172 с.
7. Кевшин А. Г. Електротехніка : конспект лекцій / А. Г. Кевшин. – Луцьк, : Вежа-Друк, 2016. – 69 с.
8. Малинівський С.М. Загальна електротехніка / С.М. Малинівський. – Львів: Ви-во Львівської політехніки, 2001. – 596 с.
9. Пантюшин В.С. Электротехника / В.С. Пантюшин. – М.: Высш. шк., 1976. – 260 с.
10. Попов В.С. Общая электротехника с основами электроники / В.С. Попов, С.А. Николаев. – М.: Энергия, 1976. – 312 с.
11. Рибалко, М.П. Теоретичні основи електротехніки: Лінійні електричні кола: підручник / М.П. Рибалко, В.О. Есауленко, В.І. Костенко. Донецьк: Новий світ, 2003. – 513 с.
12. Титаренко М. В. Електротехніка: Навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів / М.В. Титаренко. – К.: Кондор, 2004. – 240 с.
13. Шегедін, О.І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1: Навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів / О.І. Шегедін, В.С. Маляр. Львів: Новий Світ, 2004. – 168 с.

Навчально-методичне видання

Кевшин Андрій Григорович
Галян Володимир Володимирович
Федосов Сергій Анатолійович

Електротехніка

Задачі

Частина 2

Трансформатори

**Комплексний метод розрахунку електричних кіл
синусоїдного струму**

Друкується в авторській редакції