

УДК 330.43

Ройко Л.Л. к.пед.н. доц., Ройко О.О. студентка

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

## ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ КУРСУ “МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ ТА ЕКОНОМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ”

**Ройко Л.Л., Ройко О.О.** Прикладна спрямованість курсу “Математика для економістів та економічне моделювання”. У статті обґрунтовано реалізацію прикладної спрямованості курсу “Математика для економістів та економічне моделювання” з використанням прикладних задач.

**Ключові слова:** прикладна задача, математика для економістів, економічне моделювання, студент економічного профілю.

**Ройко Л.Л., Ройко О.О.** Прикладная направленность курса “Математика для экономистов и экономическое моделирование”. В статье обосновано реалізацію прикладной направленности курса “Математика для экономистов и экономическое моделирование” с использованием прикладных задач.

**Ключевые слова:** прикладная задача, математика для экономистов, экономическое моделирование, студент экономического профиля.

**Royko L.L., Royko O.O.** Applied orientation of the course “Mathematics for economists and economic modeling”. The article substantiates the implementation of the applied orientation of the course “Mathematics for economists and economic modeling” with the use of applied tasks.

**Keywords:** applied problem, mathematics for economists, economic modeling, economics student.

**Постановка проблеми.** Метою системи вищої освіти – є формування кваліфікованого та конкурентоспроможного фахівця, який володіє сучасними технологіями виробництва у своїй галузі, здатністю до прийняття нестандартних рішень, усвідомленням завдань і засобів самовдосконалення, розвиненими навичками самоосвіти. Факультет “Міжнародних відносин” у Східноєвропейському університеті імені Лесі Українки (СНУ) забезпечує підготовку фахівців з міжнародної економіки для різних підрозділів зовнішньоекономічної діяльності, приватного бізнесу, державних установ. Міжнародна економіка як спеціалізація є однією з провідних і постійно збільшує значущість міжнародної діяльності як основного чинника підвищення рівня конкурентоспроможності. Стрімкі зміни зовнішнього середовища, прискорення темпів науково-технічного прогресу, потреба у впровадженні нових технологій для забезпечення конкурентних переваг підприємств на внутрішньому та зовнішньому ринках вимагає нових підходів у забезпеченні міжнародних зв'язків.

Навчальна дисципліна “Математика для економістів та економічне моделювання” у (СНУ) передбачена для студентів підготовки бакалавр, спеціальності: 292 – міжнародні економічні відносини, за освітньою програмою: міжнародні економічні відносини. Дисципліна викладається у 4 семестрах і складає 270 годин.

Викладання у великому обсязі чистої математики – неефективна справа, яка не сприймається студентами. Математика стає чужою для них наукою, якщо вони не бачать у ній можливості використання у майбутній професійній діяльності. Тому слід кардинально змінити стиль викладання математики для економістів міжнародників, який передбачав би доступне, комплексне викладання класичних розділів вищої математики, теорії ймовірностей, математичної статистики, економіко-математичного моделювання, фінансової математики і реалізацію тісних зв'язків з економікою. У процесі реалізації цих зв'язків основні поняття і методи математики повинні бути підкріплені сучасними економічними поняттями і розв'язуванням актуальних завдань ринкової економіки.

Одним із важливих засобів реалізації прикладної спрямованості курсу “Математика для економістів та економічне моделювання”, на наш погляд, є використання прикладних задач, які відображають реальні економічні ситуації та процеси, а їх розв'язання показує необхідність застосування математичного апарату в економіці.

**Аналіз наукових досліджень і публікацій.** Методологічну базу дослідження склали ідеї: застосування методів математичного моделювання в економіці (Г. Берегова, О. Бобик, І. Буркінський, В. Вітлінський, Б. Грабовецький, В. Здрок, Н. Лепа, В. Осипов, С. Прокопов, К. Рум'янцева, Є. Слуцький та інші); проблеми розробки та впровадження активних методів навчання (В. Буркова, Г. Ковальчук, В. Петрук, І. Смолін та інші); різні аспекти підготовки

фахівців економічного профілю (Н. Ванжа, Г. Дутка, Н. Захарченко, Т. Коваль, Л. Нічуговська, Т. Поясок, О. Смілянець, Ю. Ткач та інші) [1].

Професійну спрямованість навчання вищої математики студентів економічного профілю розглянуто у дисертаційних дослідженнях В. Зінченко, Л. Гусак, А. Савіної, Н. Самарук, І. Коновалової, О. Попової, К. Словак та інших [5].

Питання прикладної спрямованості вищої математики з використанням прикладних задач відображено у працях Л. Васяк, К. Власенко, І. Гурана, О. Гутіка, І. Главатських, Т. Думанської, О. Королюка, В. Коваленко, Т. Крилової, Л. Нічуговської, В. Чернишева та інших.

У працях Т. Архіпової, М. Бакланової, О. Ващук, Є. Вінниченка, М. Голованя, С. Лещук, І. Іваськіва, С. Семерікова, О. Собаєвої, О. Співаковського показано значимість впровадження у навчальний процес ІКТ.

Дослідження В. Бикова, М. Жалдака, Т. Капустіної, В. Клочка, Ю. Лотюка, К. Словак, С. Ракова, Ю. Рамського, М. Рафальської, Ю. Триуса, С. Шокалюк показали, що одним з найбільш ефективних засобів ІКТ навчання математики є системи комп'ютерної математики (СКМ).

**Мета статті** – обґрунтувати реалізацію прикладної спрямованості курсу “Математика для економістів та економічне моделювання”, що викладається студентам міжнародникам, з використанням прикладних задач.

**Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження.** Застосування математики в економіці дає змогу формалізувати істотні зв'язки між економічними об'єктами, а використання математичної термінології – стисло і точно формулювати економічні проблеми. Сучасні підходи до розв'язання цих завдань передбачають наявність ґрунтовних знань та вмінь фахівців із математичного моделювання, математичних методів обробки інформації, оптимізації економічних задач, визначення економічних ризиків, застосування кількісних методів прийняття ефективних рішень тощо. Саме ці знання та вміння закладають основи успішного засвоєння дисциплін економічного циклу: міжнародного та фінансового менеджменту, міжнародних фінансів, маркетингу, проблем міжнародних стратегій економічного розвитку, практичних методів управління зовнішньоекономічною діяльністю, макроекономіки, мікроекономіки, статистики, економіки підприємств, економічного аналізу, економічного ризику, національної економіки, регіональної економіки, управління витратами тощо.

Більшість тем із дисциплін цього циклу містять матеріал, який можна ефективно використовувати для наочної ілюстрації та практичного використання при вивченні математичного матеріалу, що сприятиме глибокому й більш усвідомленому вивченню абстрактної математичної теорії, а також підвищенню інтересу студентів до вивчення математики.

Наведемо приклади міжпредметних зв'язків деяких розділів дисципліни “Математика для економістів та економічне моделювання” з економічними дисциплінами та основні задачі на їх використання [4]:

– **елементи лінійної алгебри:** макроекономіка, економічна теорія, економіка підприємств, економіко-математичне моделювання, оптимізаційні методи і моделі (задачі: модель багатогалузевої економіки Леонтьєва, лінійна модель обміну (модель міжнародної торгівлі)).

– **елементи векторної алгебри:** економіка підприємств, оптимізаційні методи і моделі (задачі: простір товарів, вектор цін).

– **елементи аналітичної геометрії:** економіка підприємств, мікроекономіка, оптимізаційні методи і моделі (задачі: лінійні моделі виробничих функцій, лінійні моделі попиту і пропозиції, аналіз прибутковості – збитковості на основі лінійних моделей функцій доходу і витрат, закон розподілу прибутків (закон Парето)).

– **функція однієї та багатьох змінних:** мікроекономіка, економічна теорія, статистика, економетрика, економіка підприємств (задачі: функції попиту і пропозиції, рівноважна ціна і навутиноподібна модель, виробничі функції: функція витрат, функція доходу, функція прибутку, функція собівартості, функція залежності попиту на різні товари від доходу населення, прості та складені відсотки, задача про неперервне нарахування відсотків, економічна інтерпретація числа  $e$ , функція Кобба-Дугласа).

– **диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних:** оптимізаційні методи і моделі, мікроекономіка, економетрика, кількісні методи фінансового прогнозування, фінанси підприємств (задачі: економічний зміст похідної, похідна функції обсягу виробництва як продуктивність праці, похідна виробничої функції як: граничні витрати, граничний виторг, граничний дохід, граничний прибуток виробництва, еластичність функції однієї змінної і

частинні еластичності функції багатьох змінних виробничих функцій, функції попиту і пропозиції, максимізація доходу і прибутку та мінімізація витрат у випадку виробничих функцій однієї та багатьох змінних, мінімальність транспортних витрат, опуклість функції корисності та її економічний зміст, оптимізація оподаткування підприємств).

– **інтегральне числення:** теорія ймовірностей та математична статистика, мікроекономіка, фінанси підприємств, статистика (задачі: обчислення загальних витрат, доходу, прибутку за відомими відповідними граничними витратами, доходом, прибутком, обчислення обсягу виробленої продукції за відомою продуктивністю праці, обчислення додаткових витрат, доходу і прибутку, обчислення прибутку від відсотків вкладу при неперервному нарахуванні).

– **диференціальні рівняння:** мікроекономіка, макроекономіка, економічний аналіз (задачі: демографічний аналіз, аналіз ефективності реклами, аналіз зростання випуску продукції при інвестиціях, залежність національного доходу від динаміки споживання, модель ринку з прогнозованими цінами, модель зростання в умовах конкуренції).

– **ряди:** фінансова математика (задачі: на використання складних відсотків для підрахунку вартостей грошових потоків).

Важливим засобом прикладної спрямованості навчання математики майбутніх фахівців з міжнародної економіки є прикладні задачі економічного змісту. Стосовно нашого дослідження, вважаємо, можна використовувати наступне формулювання: прикладні задачі – це задачі, які виникають поза курсом вищої математики але розв'язуються з використанням математичних методів та прийомів.

Сформулюємо основні вимоги до прикладних задач, які використовуються у навчанні вищої математики [2]:

- задачі повинні мати реальний практичний зміст;
- задачі повинні відповідати навчальним програмам за формулюванням і змістом методів і фактів, які будуть використовуватися в процесі їх розв'язування;
- задачі повинні бути сформульовані доступною і зрозумілою мовою;
- числові дані в прикладних задачах повинні бути реальними, відповідати існуючим на практиці.

У деяких задачах макроекономіки ставиться питання про ефективність ведення багатогалузевого господарства. Тут кожна галузь є і виробником, і споживачем деякої продукції (як своєї, так і продукції, виробленої іншими галузями). Однак, з економічної точки зору, міжгалузевий баланс є більш ефективним у вартісному виразі. При цьому об'єднання окремих галузей у підгрупи полегшує складання балансів продукції.

Візьмемо, наприклад, тему **елементи лінійної алгебри** після того як студенти ознайомились із поняттям матриці, видами матриць, діями над матрицями, алгоритмом відшукування оберненої матриці, визначником та основними методами його обчислення їм можна запропонувати розв'язання наступних задач [3]:

- У таблиці наведено дані балансового звіту для двогалузевої моделі економіки.

Таблиця 1. Балансовий звіт для двогалузевої моделі економіки

Галузь	Споживання		Валовий продукт
	Енергетика	Машинобудування	
Енергетика	120	200	800
Машинобудування	140	180	1000

Знайти необхідний об'єм валового продукту кожної галузі, якщо кінцевий продукт  $Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 400 \end{pmatrix}$  енергетичної галузі потрібно збільшити удвічі, а машинобудування залишити на тому ж рівні.

Розв'язання. За формулою  $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) знаходимо матрицю коефіцієнтів прямих витрат  $A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,2 \\ 0,175 & 0,18 \end{pmatrix}$ , яка є продуктивною (сума елементів кожного її стовпця менше одиниці).

Для будь-якого вектора кінцевого продукту  $Y$  вектор валового продукту  $X$  обчислюється за формулою  $X = (E - A)^{-1}Y$ .

Знайдемо матрицю повних витрат  $S = (E - A)^{-1}$ :

$$E - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,15 & 0,2 \\ 0,175 & 0,18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,85 & -0,2 \\ -0,175 & 0,82 \end{pmatrix}$$

Знайдемо обернену матрицю до матриці  $E - A = \begin{pmatrix} 0,85 & -0,2 \\ -0,175 & 0,82 \end{pmatrix}$

$$|E - A| = \begin{vmatrix} 0,85 & -0,2 \\ -0,175 & 0,82 \end{vmatrix} = 0,85 \cdot 0,82 - (-0,2) \cdot (-0,175) = 0,662$$

$$S = (E - A)^{-1} = \frac{1}{0,662} \begin{pmatrix} 0,82 & 0,2 \\ 0,175 & 0,85 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1,24 & 0,30 \\ 1,77 & 1,28 \end{pmatrix}$$

Новий вектор кінцевого продукту  $Y = \begin{pmatrix} 200 \\ 400 \end{pmatrix}$ . Відповідний вектор кінцевого продукту:

$$X = SY = \begin{pmatrix} 1,24 & 0,30 \\ 1,77 & 1,28 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 200 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 368 \\ 866 \end{pmatrix}.$$

Отже, валовий продукт енергетичної галузі необхідно збільшити до 368 гр.од., а машинобудівної – до 866 гр.од.

• *Лінійна модель обміну (модель міжнародної торгівлі)* дає можливість знайти співвідношення національних бюджетів країн для збалансованої торгівлі. Нехай є  $n$  країн, бюджети яких відповідно  $x_1, x_2, \dots, x_n$  витрачаються на закупку товарів всередині країни або із зовні (торговий бюджет). Позначимо через  $a_{ij}$  частку бюджету  $j$ -ї країни, яка витрачається на закупку товарів у  $i$ -ї країни. Матрицю  $A = (a_{ij})_{n \times n}$  називають *структурною матрицею торгівлі*. Її елементи повинні задовольняти умову

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n.$$

Для збалансованої торгівлі потрібно знайти вектор-стовпець  $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ , при якому

$$(A - E)X = 0,$$

де  $E$  – одинична матриця розміру  $n \times n$ . (3) – однорідна система лінійних рівнянь, причому її визначник  $|A - E| = 0$ . Тому вона має ненульовий розв'язок  $X$ .

Для структурної матриці  $A$  торгівлі трьох країн  $S_1, S_2, S_3$ , яка має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$$

знайти співвідношення між національними доходами країн для збалансованої торгівлі.

Розв'язання. Міжнародна торгівля буде збалансованою тоді і тільки тоді, коли для кожної країни  $S_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , дохід  $p_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n$  від зовнішньої та внутрішньої торгівлі співпадає з національним доходом  $x_i$  цієї країни, тобто коли виконується рівність  $(A - E)X = 0$ .

$$\text{Підставляємо дані: } \begin{pmatrix} 0,2-1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4-1 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ або } \begin{cases} -0,8x_1 + 0,3x_2 + 0,2x_3 = 0 \\ 0,6x_1 - 0,6x_2 + 0,6x_3 = 0 \\ 0,2x_1 + 0,3x_2 - 0,8x_3 = 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо систему методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} -0,8 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & -0,6 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & -0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -0,8 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & -0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -0,5 & 1 \\ 0 & 0,5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0,5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Перепишемо останню матрицю у вигляді системи:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ -0,5x_2 + x_3 = 0, \end{cases}$$

$x_3 = c$ ,  $x_2 = 2c$ ,  $x_1 = c$ , де  $c$  – довільне число.

Отже, система має розв'язок  $x_1 = c$ ,  $x_2 = 2c$ ,  $x_3 = c$ . З отриманого результату можна зробити висновок, що збалансованість торгівлі трьох країн досягається при співвідношенні національних доходів 1:2:1.

Теорія диференціальних рівнянь дає можливість розібратися у розв'язанні наступної задачі після того, як студенти ознайомились із поняттям диференціального рівняння, його розв'язку, відокремленням змінних:

У початковий момент часу  $t_0=0$  кількість населення деякої країни становить  $P_0$ . Нехай темп приросту кількості цього населення є сталим (значимо, що приріст може бути як додатнім, так і від'ємним) і дорівнює величині  $T$ .

Нагадавши, що темп приросту функції  $y=y(t)$  обчислюється за формулою  $T_y = \frac{y'}{y}$ , приходимо до такої задачі Коші:

$$\begin{cases} \frac{y'}{y} = T \\ y(0) = P_0 \end{cases}$$

Розділяємо змінні і знаходимо загальний розв'язок:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{y} &= y dt ; \\ \ln y &= T \cdot t + \ln C ; \\ y &= C \cdot e^{T \cdot t} . \end{aligned}$$

Оскільки при  $t=0$  величина  $y(0)=P_0$ , то  $P_0=Ce^{T \cdot 0}=C$  і далі  $y(t)=P_0 e^{T \cdot t}$  (розв'язок задачі Коші).

Знайдена функція  $y(t)=P_0 \cdot e^{T \cdot t}$  дозволяє прогнозувати кількість населення у довільний момент часу. Наприклад, при річному темпі приросту  $T = -2\%$  (темпі спаду в розмірі 2%) через  $t=25$  (років) кількість населення становитиме  $P_0 \cdot e^{-0,02 \cdot 25} = P_0 \cdot e^{-0,5} \approx 0,607 P_0$ .

Зауважимо, що ця ж функція  $y(t)=P_0 \cdot e^{T \cdot t}$  описує динаміку росту цін при постійному темпі інфляції.

Розв'язування задач економічного змісту досить часто приводить до громіздких обчислень, що забирає багато аудиторного часу. Тому для швидкого отримання результату студентам пропонується використання математичного редактора Mathcad. Простота інтерфейсу середовища, широкий набір графічних, аналітичних і чисельних методів вирішення математичних завдань дозволяють ефективно використовувати його у навчальному процесі. Mathcad дозволяє виконувати як чисельні, так і аналітичні (символьні) обчислення, має зручний орієнтований інтерфейс (сукупність засобів, які забезпечують управління системою за допомогою клавіатури і миші).

**ВИСНОВКИ.** Базові знання з математики є основою для вивчення економічних дисциплін та важливою складовою професійної підготовки майбутніх економістів [2]. Використання прикладних задач під час вивчення курсу "Математика для економістів та економічне моделювання" для студентів міжнародників дає позитивні результати, а саме:

- сприяє розвитку творчих здібностей майбутніх фахівців;
- демонструє зв'язок теорії з практикою;
- викликає інтерес у студентів нестандартною постановкою математичного завдання;
- сприяє застосуванню математичного апарату для дослідження економічних процесів і явищ;
- допомагає побудові моделей економічних ситуацій;
- сприяє знаходженню математичних залежностей у реальних виробничих процесах.

1. Бобик О.І., Берегова Г. І. Основні принципи реалізації міжпредметних зв'язків математичних та економічних дисциплін у вузівській підготовці спеціаліста-економіста / О.І. Бобик., Г. І. Берегова // Фінансово-кредитна діяльність: проблеми теорії та практики: Зб. наук. праць. – 2015. – С. 106 – 118
2. Гусак Л.П. До питання навчання математики студентів економічних спеціальностей в умовах кредитно-модульної системи

- організації навчання / Л.П. Гусак // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в педагогіці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб. наук. пр. Вип. 7. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма "Планер", 2005. – С. 258 – 261.
3. Ройко Л.Л. Реалізація професійної спрямованості математичної підготовки студентів економічного профілю / Л.Л. Ройко //Збірник статей V Міжнародної науково-практичної конференції "Математика. Інформаційні технології. Освіта". № 3 – Луцьк: ПП Іванюк В. П., 2016.– С. 135 – 142
  4. Рум'янцева К.Є. Методичні рекомендації до розв'язання творчих фахових завдань з дисципліни "Математика для економістів" засобами моделювання для студентів галузі знань 0305 "Економіка і підприємництво":[метод. рек. для студ. вищ. навч. закл.] / К. Рум'янцева. – Вінниця: ВІЕ ТНЕУ, 2008. – 72 с.
  5. Самарук Н. Педагогічні умови вдосконалення математичної підготовки студентів економічного профілю / Н. Самарук // Викладач і студент: проблеми ефективної співпраці. Збірник матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції. Черкаси: Видавництво ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2006. – С.41 – 43.
  6. Пуханова Л. С. Професійно орієнтоване навчання теорії ймовірностей і математичної статистики студентів – один із напрямків підвищення рівня якості підготовки студентів економічного профілю / Л. С. Пуханова // Навчання математики в сучасних умовах: міжнар. наук.-практ. конф., 23-25 трав. 2007р.: тези доп. – Донецьк: ДонНТУ, 2007. – С. 81 – 82.