УДК 519.7

Кузьмич О.І., к.ф.- м.н., доц.
Мекуш О.Г., к.ф.-м.н.
Гришанович Т.О., к.ф.-м.н.

Нелінійне керування на основі методу управляючої функції Ляпунова для моделі дизельного двигуна з турбонаддувом

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки, 43000, м.Луцьк, просп. Волі, 13,
e-mail: lenamaks79@mail.ru
mekush77@gmail.com
grishanovicht@gmail.com

O.I. Kuzmych, PhD, associate professor
O.G. Mekush, PhD
T.O. Gryshanovych, PhD

Nonlinear control on the basis of the control Lyapunov function method for the model a diesel turbo engine

Lesya Ukrainka National University of Lutsk, 43000, Lutsk, Voli st., 13,

e-mail: lenamaks79@mail.ru
mekush77@gmail.com
grishanovicht@gmail.com

В даній статті представлено альтернативний спосіб розробки оптимального керування з допомогою управляючої функції Ляпунова для дизельного двигуна, який оснащений системою рециркуляції відпрацьованих газів і турбокомпресором змінної геометрії. Розраховуються параметри управляючої функції Ляпунова для досягнення стійкості контролера, розроблено алгоритм оптимізації функції Ляпунова з метою отримання його кращої продуктивності. Запропонований підхід дозволяє замість використання тривіальної квадратичної функції Ляпунова, перейти до більш загальної функції Ляпунова з додатковими ступенями свободи. Можливість маніпулювання і підбору параметрів згідно умов стійкості сприятимуть поліпшенню якості керування. Представлено спосіб пошуку параметрів оптимального керування на базі узагальненої форми управляючої функції Ляпунова для досягнення критерію якості. Основною є умова від'ємності похідної Лі функції Ляпунова, що є функціональною нерівністю залежною від стану системи і формулюється як задача лінійних матричних нерівностей з обмеженнями. Вона може бути вирішена шляхом перетворення її в задачу SOS оптимізації з використанням програмної технології SOS-tools. Перевірено різні функції Ляпунова на базі обчислювальних експериментів з метою отримання більш високої продуктивності.

Ключові слова: технологія "суми-квадратів", керування з допомогою функції Ляпунова, оптимальне керування, модель дизельного двигуна.

This article presents an alternative way to develop an optimal control for a diesel engine equipped of EGR system and variable geometry turbocharger by using of control Lyapunov functions. The parameters of control Lyapunov functions to achieve stability of the controller are calculated, the developed algorithm of optimization of the Lyapunov function is aimed to obtain a better performance of the controller. Proposed approach allows instead of trivial quadratic Lyapunov function, use more general Lyapunov function with additional degrees of freedom. The possibility of manipulation and selection the parameters under the condition of stability will improve the quality of control. The method of finding optimal control parameters based on a generalized form of the management Lyapunov function to achieve the quality criterion is presented. The main condition is negativity of Lee derivative of Lyapunov function, it is depended on functional inequalities of the system and formulated as linear matrix inequalities with restrictions. It can be solved by turning it into a problem of SOS optimization, it can be solved using software technologies of SOS-tools.

Keywords: Sum-of-Square technology, control via Lyapunov functions, optimal control, diesel engine model.

Статтю представив чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф. Анісімов А.В.

Вступ

У зв'язку із зростанням екологічних вимог протягом останніх років аналіз і керування технічними системами є одними з найбільш складних проблем [1]. Тому проектування ефективного керування є ключовою вимогою, що пред'являється до сучасних технологій двигунів внутрішнього згоряння [2-4]. Цього можливо досягти на базі сучасних математичних методів моделювання та аналізу динамічних систем. Дизельні двигуни, оснащені технологіями рециркуляції відпрацьованих газів (Exhaust Gas Recirculation, далі - EGR) і турбокомпресором змінної геометрії (Variable Geometry Turbine, далі - VGT) із запалюванням через стиснення є хорошими рішеннями для застосування в автомобільній техніці через їх низьку витрату палива і довговічність. Шкідливі викиди, в т.ч. оксидів азоту можуть бути зменшені за рахунок збільшення кількості фракції відпрацьованих газів (EGR-фракції) впускного колектора, а кількість диму може бути зменшена за рахунок збільшення співвідношення повітря / паливо [5].

Останнім часом були опубліковані різні підходи до керування систем EGR і VGT шляхом зміни положення пропускного клапана рециркуляції газів та регулювання пропускної здатності турбокомпресора. Так, Кук (Cook) [2] та Янковіч (Jankovic) [6] представили хороший огляд різних методів та технологій керування системами EGR та VGT дизельних двигунів. Підхід Ляпунова був використаний і експериментально перевірений Колмановським [7].

У цій роботі ми зосереджуємо увагу на розробці управляючої функції Ляпунова (Control Lyapunov Function, далі - CLF) для контролера на базі нелінійної динамічної моделі дизельного двигуна. В [8-13] були розглянуті подібні проблеми розробки контролера. Наша стаття є продовженням та розширенням попередньої роботи Кузьмич [14] та роботи Янковіч (Jankovic) [15]. В даній роботі розробляється нелінійне оптимальне керування, що базується на методі CLF [6]. Ми пропонуємо новий спосіб обчислення параметрів управляючої функції Ляпунова для досягнення стійкості і оптимального критерію керування. Нерівність для похідної Лі функції Ляпунова можна розглядати як вираз, що містить функцію суми квадратів. Розв’язок цієї нерівності наближено може бути отриманий для параметрів функції Ляпунова з допомогою інструмента SOSTOOLS в середовищі MatLab [16]. Для заданого квадратичного цільового функціоналу, процедура використання SOS (Sum-of-Square) розкладу полінома дозволяє знайти оптимальну управляючу функцію Ляпунова, що забезпечує стійкість контролера та зводить до мінімуму витрати. SOS являє собою потужний і перспективний метод, який широко використовується в останні роки авторами Праджна (Prajna) [17], Чжен (Zheng) [18] і Танака (Tanaka) [19]. Це базовий метод, який дозволяє розробити оптимізаційний алгоритм знаходження керування з допомогою функції Ляпунова, що базується на основі ітераційної процедури. Результатом цього є отримання керування за допомогою технології Sum-of-Squares програмування.

Запропонований підхід дозволяє замість використання тривіальної квадратичної функції Ляпунова, що розглянуто в [15] перейти до більш загальної функції Ляпунова з додатковими ступенями свободи. Можливість маніпулювання і підбору параметрів згідно умов стійкості сприятимуть розширенню області стійкості нелінійної системи, і як результат - поліпшенню якості керування. Адаптувавши більш “гнучку” функцію Ляпунова та використавши ефективний обчислювально-оптимізаційний підхід до проектування закону керування, отримуємо більше свободи для досягнення вищого рівня продуктивності та ефективне управління. Теоретично, в порівнянні з тривіальними квадратичними функціями Ляпунова, ці узагальнені функції Ляпунова допоможуть знайти найкращу відповідність поверхонь рівня адаптованої функції Ляпунова і побудувати результуючий нелінійний закон керування згідно оптимізаційного критерію якості. Обчислювально, це призводить до систематичної процедури обрахування коефіцієнтів функції Ляпунова, що можна виконати з допомогою SOS-програмування.

1. Динамічна модель дизельного двигуна з турбонаддувом

Розглянемо модель дизельного двигуна, оснащеного турбокомпресором змінної геометрії (VGT) і системою рециркуляції відпрацьованих газів (EGR). Введемо припущення, що всі термодинамічні властивості повітряного потоку і зміна температур впускного і випускного колектора є незначними. Цей підхід був запропонований Янковіч (Jankovic) [15]. У цій статті ми також використовуємо підхід Вальстрем (Wahlstrom) [1] для моделювання повітряного потоку через циліндр і масового потоку через системи EGR і VGT. Принципова схема дизельного двигуна показана на рис. 1.

Турбокомпресор складається із турбіни змінної геометрії і компресора, встановлених на одному валу. Турбіна отримує енергію від вихлопних газів для живлення компресора. Суміш повітря з компресора і відпрацьованого газу, що надходить через EGR клапан нагнітається з впускного колектора в циліндри. Паливо вприскується безпосередньо в циліндри і згоряє, виробляючи крутильний момент для колінчастого валу. Гарячий вихлопний газ відкачується через випускний колектор. Частина вихлопних газів витікає з випускного колектора через турбіну назовні, а інша частина рециркулює назад у впускний колектор.

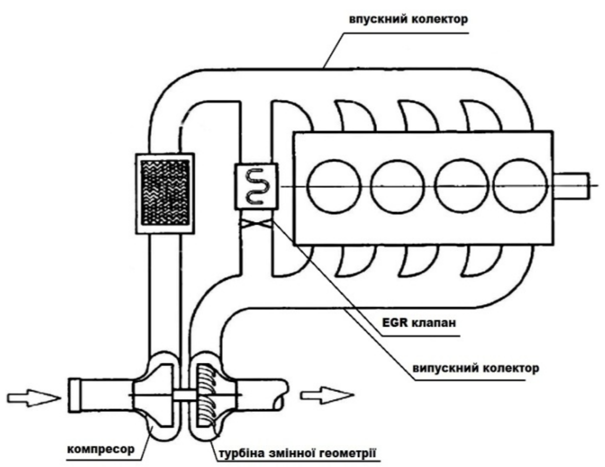

Рис. 1. Схема дизельного двигуна

Динамічна модель має три змінні стану: тиск впускного колектора p_{im}, тиск випускного колектора p_{em}, потужність компресора P_C, які описують основну динаміку і найбільш важливі системні властивості. Отже, вектором стану системи є $x = (p_{im}, p_{em}, P_C)$.

Таким чином, динамічна модель системи має вигляд (див. для деталей [14]):

$$\begin{cases} \dot{p}_{im} = k_1\left(W_C + u_1 - k_e p_{im}\right) \\ \dot{p}_{im} = k_2\left(k_e p_{im} - u_1 - u_2 + W_f\right) \\ \dot{P}_C = \dfrac{1}{\tau}\left(\eta_m P_t - P_C\right) \end{cases} \qquad (1)$$

Тут нелінійні функції мають вигляд:

$W_C = \dfrac{\eta_C}{T_a c_p} \dfrac{P_C}{\left(\dfrac{p_{im}}{p_a}\right)^{\mu} - 1}$ - масовий потік через компресор, $P_t = \eta_t c_p T_2 \left(1 - \left(\dfrac{p_a}{p_{em}}\right)^{\mu}\right) u_2$ - енергія турбіни, P_C - енергія компресора, де: $k_1 = \dfrac{R_a T_1}{V_1}$, $k_2 = \dfrac{R_a T_2}{V_2}$, $k_e = \dfrac{\eta_v N V_d}{R_a T_1}$.

Базуючись на викладках наведених у [14], метою керування є регулювання виходів

$$y_1 = W_C - W_C^d,\ y_2 = W_{egr} - W_{egr}^d \qquad (2)$$

до нуля. Позначимо $u_1 = W_{egr}$ та $u_2 = W_t$ - два входи системи, що мають зміст масових потоків через системи EGR та VGT відповідно. Припустимо, що необхідні цільові значення змінних можуть бути визначені шляхом маніпулювання EGR та VGT приводів, тобто зміною положень клапану k_{egr} і пропускної здатності k_{vgt}. При такому підході треба певним чином інвертувати моделі потоків, щоб отримати положення клапану EGR і положення лопастей VGT, які є керуючими входами до моделі.

2. Методологія розробки керування

Мета розробки закону керування полягає в регулюванні складу паливно-повітряної суміші (AF) і фракції рециркульованого газу (EGR) до відповідних бажаних значень, які визначаються зі статичних даних двигуна з допомогою формул: $AF_{ref} = AF_{ref}\left(N, W_f\right)$, $EGR_{ref} = EGR_{ref}\left(N, W_f\right)$.

Відповідні статичні карти бажаних значень генеруються через проведення серії експериментів на основі балансу між максимальною економією палива та мінімальним значенням шкідливих викидів оксидів азоту. Отже, в той час як бажані значення для AF визначають продуктивність двигуна і запобігають диму, регулювання фракції рециркульованого газу EGR прагне звести до мінімуму кількість викидів оксидів азоту. Відповідний набір операційних точок паливно-повітряної суміші і фракції EGR може бути перетворений в набір точок для масових потоків газів через компресор W_c^d і через систему рециркуляції відпрацьованих газів W_{egr}^d, використовуючи їх зв'язки в стійкому стані (див. Уткін (Utkin) [9-10] для додаткових відомостей).

Розглянемо задачу знаходження оптимального керування $U(x)$ для системи

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \qquad (3)$$

з наступними властивостями:
- $U(x)$ досягає асимптотичної стійкості рівноваги;
- $U(x)$ мінімізує функціонал

$$J = \int_0^\infty \left(l(x) + u^T R(x) u \right) dt \qquad (4)$$

Робастність оптимального керування випливає з рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана

$$l(x) + L_f V(x) - \frac{1}{4} L_g V(x) R^{-1}(x) \left(L_g V(x) \right)^T = 0 \qquad (5)$$

$V(x) = 0$, що задовольняє оптимальне значення функції $V(x)$. Позначення $L_p h(x)$ означає похідну Лі функції $h(x)$ уздовж векторного поля $p(x)$: $L_p h(x) = (\partial h / \partial x) p(x)$.

Використаємо метод, наведений у Янковіч (Jankovic) [15] для розробки закону керування, але замість квадратичної функції Ляпунова ми пропонуємо більш загальну функцію Ляпунова, яка включає компоненти, що містять добутки станів системи. Це робить цю функцію більш "гнучкою", забезпечуючи додаткові ступені свободи, щоб довести стійкість системи.

Теорема (оптимальність і стійкість) Янковіч (Jankovic) [20].

Припустимо, що існує додатна напіввизначена функція $V(x)$, яка задовільняє рівняння Гамільтона-Якобі-Белмана (5) так, що керування зі зворотнім зв'язком $u(x) = -\frac{1}{2} R^{-1}(x) \left(L_g V(x) \right)^T(x)$ досягає асимптотичної стійкості рівноваги при $x = 0$. Тоді $u(x)$ є оптимальним стабілізуючим керуванням, яке мінімізує (4) для всіх $u(x)$ гарантуючи $\lim_{t \to \infty} x(t) = 0$ і $V(x)$ є оптимальним значенням функції. Доведення див. в [20].

Для розробки надійного контролера для дизельного двигуна ми використовуватимемо в роботі метод, що застосовується до нелінійної системи виду (3), для якої управляюча функція Ляпунова $V(x)$ відома. Управляюча функція Ляпунова CLF є гладка, позитивно визначена функція, така, що для всіх $x \neq 0$ існує керування $u(x)$, що задовольняє умову:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x) u < 0 \qquad (6)$$

Ці умови є еквівалентні умовам $L_g V(x) = 0 \Rightarrow L_f V(x) \leq 0$. Для відповідно вибраної позитивної скалярної функції $\gamma(\cdot)$ закон керування отримується з допомогою перетворення:

$$u(x) = -\frac{1}{2} \gamma\left(V(x) \right) \left(L_g V \right)^T(x) \qquad (7)$$

Це керування є глобально стабілізуюче та оптимальне. Для цільового функціоналу використовується $R(x) = I$. Закон керування може бути спрощений шляхом вибору $\gamma(V(x)) = \gamma_0$ де $\gamma_0 > 0$ - стала. Глобальна стійкість втрачається, але оптимальність і асимптотична стійкість можуть бути досягнуті.

Виконаємо лінеаризацію системи (1) методом зворотної трансформації "вхід-вихід" (детально у [14, 15]). Отримаємо лінеаризовану систему:

$$\begin{cases} \dot{\bar{y}}_1 = w_1 \\ \dot{\bar{y}}_2 = w_2 \\ \dot{z} = k_z \left(b - \frac{1}{\tau} \right) y_1 + f_z - k_z w_1 - \frac{k_z b}{k_e} w_2 \end{cases} \qquad (8),$$

де
$$k_z = \mu p_{im}^{\mu - 1} \frac{k_1}{b + a} \qquad (9)$$

$$f_z = k_z \left(\left(b - \frac{1}{\tau} \right) w_c^d + b \frac{k_2}{k_e} W_f + (k_2 - k_e) p_{im} b \right) \qquad (10)$$

і $z = p_{im}^\mu - \left(p_{im}^e \right)^\mu$ є функціями стану [14].

3. Побудова управляючої функції Ляпунова та контролера

Для проектування робастного контролера побудуємо управляючу функцію Ляпунова у вигляді:

$$V(\bar{y}_1, \bar{y}_2, z) = c_1 \bar{y}_1^2 + c_2 \bar{y}_2^2 + c_3 z^2 + c_4 \bar{y}_1 z + c_5 \bar{y}_2 z + c_6 \bar{y}_1 \bar{y}_2 \qquad (11)$$

Згідно з визначенням, для того, щоб V була управляючою функцією для системи (10), повинна виконуватись нерівність $V = L_f V + L_g V u \leq 0$. Будемо використовувати еквівалентну умову: з того, що $L_g V = 0$ випливає, що похідна Лі $L_f V \leq 0$ для всіх $(\bar{y}_1, \bar{y}_2, z) \neq 0$. В процесі розробки закону керування, отримуємо достатню умову того, щоб V була CLF. Після правильно вибраної позитивної скалярної функції γ_0 одержимо закон керування у формі:

$$u(x) = -\frac{1}{2} \gamma_0 \left(L_g V \right)^T(x) \qquad (12)$$

Теорема 1. Для того, щоб функція (11) була CLF для системи (8) достатньо, щоб виконувались умови

$$\begin{cases} d_1 > 0 \\ d_2 > 0 \\ d_2 > \frac{1}{2} d_1 \cdot \max\{|z|\} \end{cases} \quad (13)$$

де $$d_1^2 = (2c_3 + c_4 c_{21} + c_5 c_{22}) k_z \left(\frac{1}{\tau} - b\right) c_{21} \quad (14)$$

$$d_2 = \frac{(2c_3 + c_4 c_{21} + c_5 c_{22}) f_z}{2d_1} \quad (15)$$

$$c_{11} = \frac{c_6 - \frac{k_z b}{k_e} c_4}{2c_1 - k_z c_4} \quad (16)$$

$$c_{22} = \frac{\frac{k_z b}{k_e} 2c_3 - c_5 - c_{11}(k_z 2c_3 - c_4)}{2c_2 - \frac{k_z b}{k_e} c_5 + c_{11}(k_z c_5 - c_6)} \quad (17)$$

$$c_{21} = \left(\frac{k_z 2c_3 - c_4}{2c_1 - k_z c_4}\right) + \left(\frac{k_z c_5 - c_6}{2c_1 - k_z c_4}\right) c_{22} \quad (18)$$

Тут c_{11}, c_{22}, c_{21} є функціями станів (див. [14] для більш докладної інформації). Побудувавши CLF, ми використовуватимемо її, щоб отримати оптимальний закон керування з гарантованим властивостями робастності. Оскільки V є CLF для лінеаризованої системи (8), то вона буде також управляючого функцією Ляпунова і для вихідної системи (1), що отримана шляхом зворотної трансформації. Тоді закон керування набуває вигляду:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \gamma_0 \begin{pmatrix} L_{g1} v \\ L_{g2} v \end{pmatrix}.$$

Для системи (8), при $\dot{z} = \mu p_{im}^{\mu-1} \dot{p}_{im}$ загальна похідна V матиме вигляд:

$$\dot{V} = (2c_1 \bar{y}_1 + c_4 z + c_6 \bar{y}_2) \cdot \left[-a\left(\bar{y}_1 + W_c^d - k_e p_{im}\right) - \frac{1}{\tau}\left(\bar{y}_1 + W_c^d\right) - a u_1 + b u_2 \right] + (2c_2 \bar{y}_2 + c_5 z + c_6 \bar{y}_1)\left[k_2\left(p_{im} k_e + W_f\right) + k_2 u_1 - k_2 u_2\right] + \mu p_{im}^{\mu-1}(2c_3 z + c_4 \bar{y}_1 + c_5 \bar{y}_2) \cdot \left(k_1\left(\bar{y}_1 + W_c^d - k_e p_{im} + u_1\right)\right) \quad (19)$$

Отримуємо:

$$L_{g1} v = \bar{y}_1\left(-a 2c_1 + c_6 k_2 + c_4 k \mu p_1^{\mu-1}\right) + \bar{y}_2\left(-a c_6 + k_2 2c_2 + c_5 k_1 \mu p_1^{\mu-1}\right) + z\left(-a c_4 + k_2 c_5 + 2c_3 k_1 \mu p_1^{\mu-1}\right) \quad (20)$$

$$L_{g2} v = \bar{y}_1(b 2c_1 - k_2 c_6) + \bar{y}_2(b c_6 - k_2 2c_2) + z(b c_4 - k_2 c_5).$$

Будемо позиціонувати керування в їх заданих бажаних значеннях (операційних точках) $v_1 = u_1 - W_{egr}^d$, $v_2 = u_2 - \left(W_c^d + W_f\right)$.

Виберемо матрицю зі сталими коефіцієнтами $\gamma_0 = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{pmatrix}$, яка забезпечує додатковий ступінь свободи в налаштуванні контролера для досягнення стабільності. Після відповідних перетворень остаточно отримуємо закон керування:

$$v_1 = \gamma_1\left[\left(W_c - W_c^d\right)\left(-2ac_1 + c_6 k_2 + c_4 k \mu p_1^{\mu-1}\right) + \left(p_{em} - p_{em}^e\right)\left(-ac_6 + 2k_2 c_2 + c_5 k_1 \mu p_1^{\mu-1}\right) + \left(p_{im}^\mu - \left(p_{im}^e\right)^\mu\right)\left(-ac_4 + k_2 c_5 + 2c_3 k_1 \mu p_1^{\mu-1}\right)\right] \quad (21)$$

$$v_2 = \gamma_2\left[\left(W_c - W_c^d\right)(2bc_1 - k_2 c_6) + \left(p_{im}^\mu - \left(p_{im}^e\right)^\mu\right) \cdot (bc_6 - 2k_2 c_2) + \left(p_{im}^\mu - \left(p_{im}^e\right)^\mu\right)(bc_4 - k_2 c_5)\right] \quad (22)$$

Результати моделювання контролера можна побачити в роботі Кузьмич [14].

4. Поверхні рівня управляючої функції Ляпунова

Розглянемо функцію Ляпунова (11) у формі:

$$V = (y_1, y_2, z)^T P(y_1, y_2, z) \quad (23),$$

де $P = \begin{pmatrix} p_{11} p_{12} p_{13} \\ p_{21} p_{22} p_{23} \\ p_{31} p_{32} p_{33} \end{pmatrix}$ і $c_1 = p_{11}$, $c_2 = p_{22}$, $c_3 = p_{33}$, $c_4 = p_{21} + p_{12}$, $c_5 = p_{31} + p_{13}$, $c_6 = p_{32} + p_{23}$.

Шляхом вибору параметрів функції Ляпунова, можна отримати різні форми та розміри поверхонь рівня функції Ляпунова як показано далі.

Звернемо увагу, що умова $L_f V < 0$ є функціональною нерівністю залежною від стану системи. Вона може бути вирішена шляхом перетворення її в задачу SOS оптимізації з використанням програмної технології SOS. Для перетворення виразу $L_f V < 0$ в алгоритмізовані умови SOS, потрібно додати деякі обмеження у вигляді $R(x) < 0$. Тоді модифікована умова стабілізації керування зворотного зв'язку в термінах SOS буде: мінімізувати функцію $R(x)$ так, що виконується умова:

$$-\left(z^2(2c_3+c_4c_{21}+c_5c_{22})k_z\left(b-\frac{1}{\tau}\right)c_{21}+\right.$$
$$\left.+z(2c_3+c_4c_{21}+c_5c_{22})f_z\right)+R(x)\in SOS \qquad (24)$$

при умові $\left|\left(b-\frac{1}{\tau}\right)\right|>0$.

Основні кроки *оптимізаційного обчислювального алгоритму:*

-маючи умову $L_{g1}V=0$, $L_{g2}V=0$ і $L_fV<0$ для управляючої функції Ляпунова V, розв'яжемо задачу SOS-декомпозиції (24);

-маючи початкові значення констант c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6 функції Ляпунова (23), розрахуємо c_1 за результатами рішення SOS-задачі;

-виконується перевірка умови $V>0$, для розрахунку критерію якості J;

-після цього шляхом ітеративного підбору параметрів, перевіряють умову J→min.

Застосовуючи ітеративний алгоритм, отримуємо стабілізований стан системи при тому, що помилка оцінки прямує до нуля.

5. Результати моделювання

1) Для параметрів $p_{12}=0.004$, $p_{13}=0.0061$, $p_{21}=0.021$, $p_{22}=0.01$, $p_{23}=0.01$, $p_{31}=0.01$, $p_{32}=-0.01$, $p_{33}=0.3$, ми розрахуємо $c_1=3.2$.

Отримаємо $M=\begin{pmatrix}3.2 & 0.004 & 0.0061\\ 0.021 & 0.01 & 0.01\\ 0.01 & -0.01 & 0.3\end{pmatrix}$.

Функція Ляпунова $V=3.6$. Моделювання форми і поверхні рівня функції Ляпунова можна бачити на рис.2.

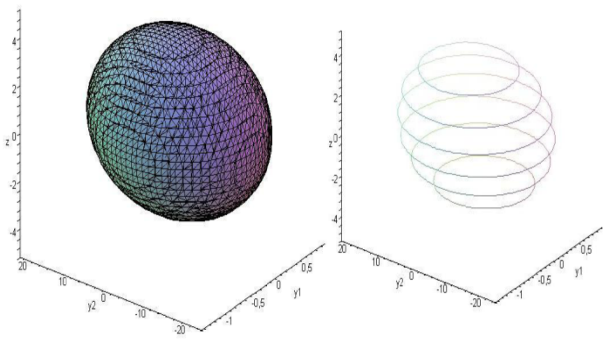

Рис. 2. Функція Ляпунова та поверхні рівня, отримані в експерименті (1).

2) $p_{12}=0.009$, $p_{13}=0.011$, $p_{21}=0.071$, $p_{22}=0.4$, $p_{23}=0.07$, $p_{31}=0.09$, $p_{32}=-0.05$, $p_{33}=0.3$, ми розрахуємо $c_1=489.15$.

Отримаємо матрицю:

$$M=\begin{pmatrix}489.15 & 0.009 & 0.011\\ 0.071 & 0.4 & 0.07\\ 0.09 & -0.05 & 2\end{pmatrix}.$$

Функція Ляпунова $V=491.7$. Можна побачити результати моделювання на рис. 3.

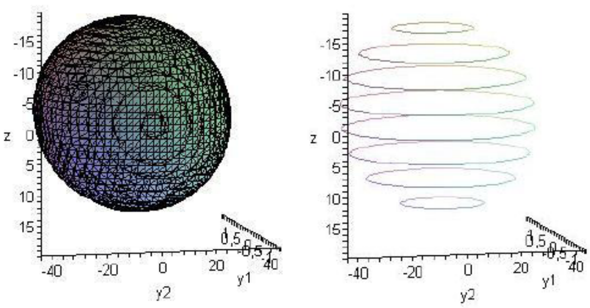

Рис. 3. Функція Ляпунова та поверхні рівня, отримані в експерименті (2).

3) $p_{12}=0.004$, $p_{13}=0.091$, $p_{21}=0.011$, $p_{22}=0.02$, $p_{23}=0.001$, $p_{31}=0.03$, $p_{32}=-0.01$, $p_{33}=0.1$, ми розрахуємо $c_1=1.05$ і отримаємо матрицю $M=\begin{pmatrix}1.05 & 0.004 & 0.0091\\ 0.011 & 0.02 & 0.001\\ 0.03 & -0.01 & 0.1\end{pmatrix}$.

Функція Ляпунова $V=1.21$, це можна бачити на рис. 4.

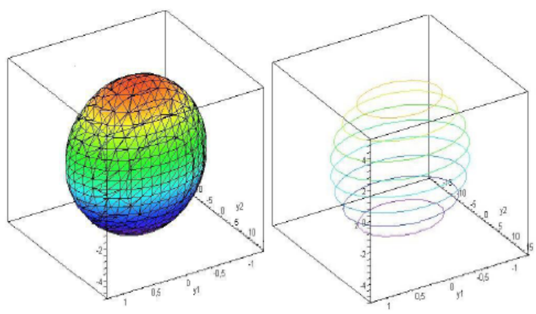

Рис. 4 Функція Ляпунова та поверхні рівня, отримані в експерименті (3).

4) $p_{12}=0$, $p_{13}=0$, $p_{21}=0$, $p_{22}=0.02$, $p_{23}=0.001$, $p_{31}=0.003$, $p_{32}=0$, $p_{33}=0.1$, ми розрахуємо $c_1=2.13$ і отримаємо

$$M=\begin{pmatrix}2.1 & 0 & 0\\ 0 & 0.02 & 0.001\\ 0.003 & 0 & 0.1\end{pmatrix}.$$

Функція Ляпунова $V=2.25$ (див. рис. 5).

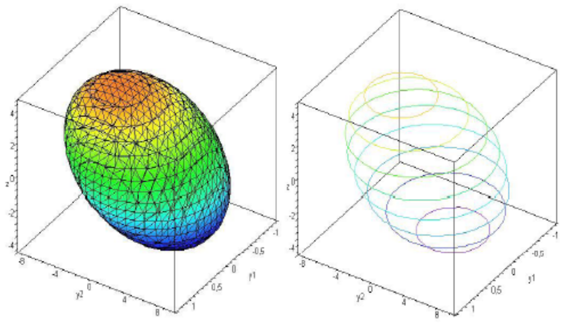

Рис.5. Функція Ляпунова та поверхні рівня, отримані в експерименті (4).

Порівняння функцій Ляпунова для моделювання (3) і (4) представлене на рис.6, і функції моделювання Ляпунова (1), (3) і (4) показані на рис. 7.

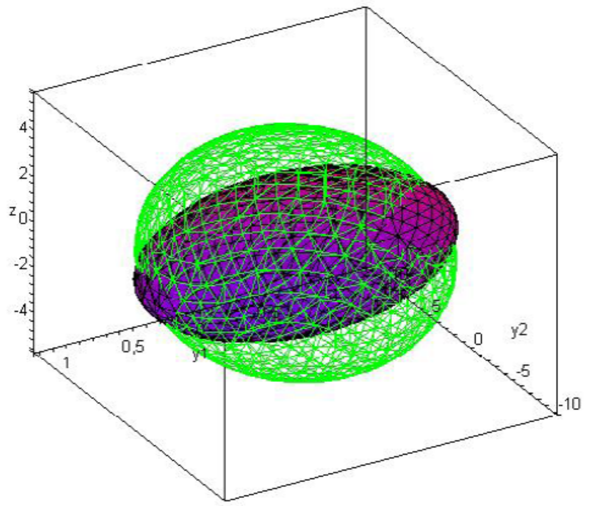

Рис.6. Порівняння функцій Ляпунова отриманих в експериментах (3) та (4).

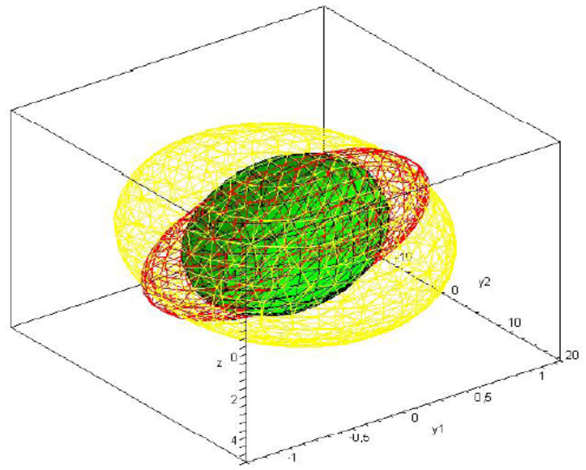

Рис. 7. Порівняння функцій Ляпунова отриманих в експериментах (1), (3) та (4).

Оптимальний підбір параметрів в рамках виконання умов стійкості нелінійної системи покращує продуктивність контролера. Це забезпечує більшу свободу досягнення високого рівня продуктивності для результуючих коефіцієнтів підсилення контролера шляхом адаптації функції Ляпунова та використання обчислювального алгоритму оптимального вибору. Така узагальнена форма функції Ляпунова, забезпечує отримання найкращих її параметрів та в результаті - побудову нелінійного закону керування такого, що забезпечує екстремум цільового функціоналу. Процедура обчислення їх базується на використанні SOS програмування.

Висновки

В даній статті представлено спосіб пошуку найкращої форми управляючої функції Ляпунова та на основі цього обчислення параметрів керування для досягнення оптимального критерію якості. Перевірено різні форми функцій Ляпунова для того, щоб отримати більш високу продуктивність при використанні узагальненої форми функції Ляпунова із додатковими ступенями свободи. Це дає кращу продуктивність керування і глобальну збіжність системи помилок. У майбутніх дослідженнях планується вдосконалити алгоритм оптимізації та провести його апробацію на реальних даних для операційних точок контролера дизельного двигуна.

Список використаних джерел

1. Wahlstrom J. EGR-VGT control and tuning for pumping work minimization and emission control / J Wahlstrom, L.Eriksson, L. Nielsen // In IEEE Transaction on Control Systems Technology. -2010.- Vol. 18. - № 4. - pp. 993–1003.
2. Cook J. Automotive Powertrain Control: A Survey / J Cook, Jing Sunz, J. H. Bucklandy, I. V. Kolmanovskyy, H. Pengz, J. W. Grizzlez // Asian Journal of Control. - 2006. - Vol. 8. - № 3. - pp. 237-260.
3. Stefanopoulou A.G. Control of Variable Geometry Turbocharged Diesel Engines for Reduced Emissions / A.G Stefanopoulou, I. Kolmonovsky, J. S. Freudenberg // In IEEE Transactions on Control System Technology.- 2000. - Vol. 8. - № 4.- pp. 733-745.
4. Dambrosio L. VGT Turbocharger Controlled by an Adaptive Technique / L Dambrosio, G. Pascazio, B. Furtunato // In Transactions on Mechatronics.- 2003. - Vol. 8. - № 4.- pp. 492-499.
5. Kao M. Turbocharged Diesel Engine Modeling for Nonlinear Engine Control and State Estimation / M Kao, J.J.Moskwa // Transactions of ASME.-1995. - Vol. 117. - pp. 20-30.
6. Jankovic M. Robust nonlinear controller for turbo charged diesel engines / M. Jankovic, I.Kolmanovsky // In Proceedings of the American Control conference.- Philadelphia, Pennsylvania.- 1998. - pp. 1389–1395.
7. Kolmanovsky I. Nonlinear Charge Controlin Direct Injection Gasoline Engines / I Kolmanovsky, J. Sun, M. Druzhinina // In Proceedings of the 2002 IFAC World Congress. - Barcelona, Spain. - 2002. - pp. 216-221.
8. Upadhyay D. Multivariable Control Design for Intake Flow Regulation of a Diesel Engine Using Sliding Mode / D Upadhyay, V.I. Utkin, G. Rizzoni // 15th Triennial World Congress.- Barcelona, Spain. 2002. - pp. 21-26.
9. Utkin V. Sliding Modes in Control Optimization.- USA: Springer Verlag.- 1992.-286 p.
10. Utkin V. Sliding Mode Control for Variable Geometry Turbocharged Diesel Engines / V Utkin, Hao-Chi Chang, I. Kolmanovsky, J. A. Cook // In Proceedings of the American Control Conference Chicago. - Illinois. - 2000.- Vol.1.- №6. -pp.584-588.
11. Wahlstrom J. Modeling diesel engines with a variable-geometry turbocharger and exhaust gas recirculation by optimization of model parameters for capturing nonlinear system dynamics / J. Wahlstrom L. Eriksson // In Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part D. Journal of Automobile Engineering. - 2011. -Vol. 225. -№7.- pp. 960-986.
12. Wahlstrom J. Nonlinear EGR and VGT Control with Integral Action for Diesel Engines. Oil and Gas Science and Technology / J Wahlstrom, L. Eriksson // Rev. IFP Energies nouvelles. - 2011. - Vol. 66. - № 4.- pp. 573–586.
13. Djemili I. Control strategy for the air path dynamic system / I Djemili, H.P. Wang, A. Aitouche, V. Cocquempot, J. Bosche, A. El Hajjaji // In Proceedings of the 20th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED).- Barcelona, Spain. - 2012. – pp. 960-965.
14. Kuzmych O. CLF-Based Nonlinear Control Design for Turbocharged Diesel Engine / O. Kuzmych, O.A. Aitouche // IEEE 21st Mediterranean Conference on Control and Automation. - Greece. - 2013. - pp. 821-835.
15. Jankovic M. Constructive Lyapunov Control Design for Turbocharged Diesel Engines / M. Jankovic, I.Kolmanovsky // IEEE Transactionon Control SystemsTechnology. - 2000. -Vol. 8. - № 2.- p. 288.
16. Prajna S. Nonlinear Control Synthesis by Sum of Squares Optimization: A Lyapunovbased Approach / S Prajna, A.Papachristodoulou, F.Wu // In Proceedings of the 5th Asian Control Conference.- 2004. - pp. 157-165.
17. Prajna, S. SOSTOOLS. Sum of Squares Optimization Toolbox for MATLAB / S Prajna, A. Papachristodoulou, P. Seiler, P. A. Parrilo // Users guide. - 2004. – 98 p.
18. Zheng Qian. Sum of Squares Based Nonlinear Control Design Techniques // Dissertation submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University. - 2009. - 44 p.
19. Tanaka K. Guaranteed Cost Control of Polynomial Fuzzy Systems via a Sum of Squares Approach / K. Tanaka, H.Ohtake, H.O. Wang // IEEE Transaction on System, MAN and Cybernetics, Part B: Cybernetics.- 2009. - Vol. 39.- № 2.- pp. 561-567.
20. Jankovic M. Constructive Lyapunov stabilization of nonlinear cascade systems / M. Jankovic R. Sepulchre, P. V. Kokotovic // In IEEE Transaction Automatic Control. - 1996. - pp. 1723–1753.

Referenses

1. WAHLSTROM J., ERIKSSON L. and NIELSEN L. (2010) "EGR-VGT control and tuning

for pumping work minimization and emission control", *In IEEE Transaction on Control Systems Technology*, vol. 18, № 4, pp. 993–1003.
2. COOK J., SUNZ JING, BUCKLANDY J. H., KOLMANOVSKYY I. V., PENGZ H., GRIZZLEZ J. W. (2006) "Automotive Powertrain Control: A Survey". *Asian Journal of Control*, vol. 8, № 3, pp. 237-260.
3. STEFANOPOULOU A. G., KOLMONOVSKY I. and FREUDENBERG J. S. (2000) "Control of Variable Geometry Turbocharged Diesel Engines for Reduced Emissions", *In IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 8, № 4, pp. 733-745.
4. DAMBROSIO L., PASCAZIO G. and FURTUNATO B. (2003) "VGT Turbocharger Controlled by an Adaptive Technique", *In Transactions on Mechatronics*, vol. 8, № 4, pp. 492-499.
5. KAO M. and MOSKWA J.J. (1995) "Turbocharged Diesel Engine Modeling for Nonlinear Engine Control and State Estimation", Transactions of ASME, volume 117, March 1995, pp. 20-30.
6. JANKOVIC M., JANKOVIC M. and KOLMONOVSKY I. (1998) "Robust nonlinear controller for turbo charged diesel engines", *In Proceedings of the American Control conference*, Philadelphia, Pennsylvania, June 1998, pp. 1389–1395.
7. KOLMONOVSKY I., SUN J. and DRUZHININA M. (2002) "Nonlinear Charge Controlin Direct Injection Gasoline Engines", *In Proceedings of the 2002 IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, July, pp. 216-221.
8. UPADHYAY D., UTKIN V.I. and RIZZONI G. (2002) "Multivariable Control Design for Intake Flow Regulation of a Diesel Engine Using Sliding Mode", *15th Triennial World Congress*, Barcelona, Spain 2002, pp.21-26.
9. UTKIN V. (1992) "Sliding Modes in Control Optimization", Springer Verlag U.S.A., 286 p.
10. UTKIN V., CHANG HAO-CHI, KOLMONOVSKY I. and COOK J.A. (2000) "Sliding Mode Control for Variable Geometry Turbocharged Diesel Engines",*In Proceedings of the American Control Conference Chicago*, Illinois, June, vol.1, №6, pp. 584-588.
11. WAHLSTROM J. and ERIKSSON L. (2011) Institution of Mechanical Engineers. Part D. Journal of Automobile Engineering. - 2011. -Vol. 225. -№7.- pp. 960-986.
12. WAHLSTROM J. and ERIKSSON L. (2011) "Nonlinear EGR and VGT Control with Integral Action for Diesel Engines", *Oil and Gas Science and Technology, Rev. IFP Energies nouvelles*, vol. 66, № 4, pp. 573–586.
13. DJEMILI I., WANG H.P., AITOUCHE A., COCQUEMPOT V., BOSCHE J. and HAJJAJI A. EL. (2012) "Control strategy for the air path dynamic system", *In Proceedings of the 20th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, Barcelona, Spain, pp 960-965.
14. KUZMYCH O., AITOUCHE A. (2013) "CLF-Based Nonlinear Control Design for Turbocharged Diesel Engine", *IEEE 21st Mediterranean Conference on Control and Automation, Greece*, pp.821-835.
15. JANKOVIC M., JANKOVIC M. and KOLMONOVSKY I. (2000) "Constructive Lyapunov Control Design for Turbocharged Diesel Engines", IEEE Transactionon Control Systems Technology, vol. 8, № 2, p. 288.
16. PRAJNA S., PAPACHRISTODOULOU A. and WU F. (2004) "Nonlinear Control Synthesis by Sum of Squares Optimization: A Lyapunovbased Approach", *In Proceedings of the 5th Asian Control Conference*, pp. 157-165.
17. PRAJNA S., PAPACHRISTODOULOU A., SEILER P. and PARRILO P.A. (2004) "SOSTOOLS. Sum of Squares Optimization Toolbox for MATLAB", Users guide. Version 2.00. 98 p.
18. ZHENG QIAN (2009) "Sum of Squares Based Nonlinear Control Design Techniques*", Dissertation submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University*, 44 p.
19. TANAKA K., OHTAKE H. and WANG H.O. (2009) "Guaranteed Cost Control of Polynomial Fuzzy Systems via a Sum of Squares Approach", *IEEE Transaction on System, MAN, and Cybernetics* Part B: Cybernetics, vol. 39, № 2, pp. 561-567.
20. JANKOVIC M., SEPULCHRE R. and KOKOTOVIC P.V. (1996) "Constructive Lyapunov stabilization of nonlinear cascade systems", *In IEEE Transaction Automatic Control*, pp. 1723–1753.

Надійшла до редколегії 8.12.16