УДК 519.854

ЗАСТОСУВАННЯ ОЦІНОК ВІДХИЛЕНЬ ЦІЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ ЗАДАЧІ ПРО ПОКРИТТЯ ДЛЯ СТРАТЕГІЙ ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ.

Баранова Наталія Василівна

старший викладач кафедри прикладної математики, Волинський національний університет імені Лесі Українки

При невеликих змінах у вхідних даних більшість задач дискретного програмування ведуть себе нестандартно і непередбачено: відбуваються значні зміни в оптимальних розв'язках. При проведенні постоптимального аналізу задач про покриття важливою і мало дослідженою є проблема оцінки відхилення значень цільових функцій, встановлення порядку асимптотики цих відхилень.

В даній статті продовжені дослідження задачі про покриття, описані в [2] , [3].

Розглянемо задачу про покриття вигляду:

$$\min\left\{ f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \,\middle|\, x \in Q(A) \right\}, \qquad (1)$$

де

$$Q(A) = \left\{ x \in E^n \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge 1, i = \overline{1,m} \right\},$$

$x_j = 0 \vee 1$, $c_j -$ задані дійсні невід'ємні числа, $j = \overline{1,n}$

$A = (a_{ij}) \in M$, де M - множина всіх булевих $m \times n$ матриць. E^n – n–вимірний одиничний куб.

Введемо відстань між матрицями $\rho(A,B) = \sum_{ij} |a_{ij} - b_{ij}|$, де

$B = (b_{ij}), i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n} \in M$.

Розглянемо матриці, які не містять нульових рядків і стовпців, і такі, що $m \ge n$. Зафіксуємо довільну $m \times n$ матрицю $A \in M$ і розглянемо клас матриць $U_k(A) = \{B = (b_{ij}) : \rho(A,B) = k\}$.

Припустимо, що стосовно матриці А відомо лише, що вона може бути замінена деякою іншою матрицею $A' \in U_k(A)$.

Песимістична стратегія для задачі (1) полягає в знаходженні такої ("найгіршої") матриці $A' \in \Gamma_k(A)$, для якої задача (1) має максимальне гарантоване значення оптимуму цільової функції.

Оптимістична стратегія - в знаходженні такої ("найкращої") матриці $A' \in \Gamma_k(A)$, для якої задача (1) має мінімальне гарантоване значення оптимуму цільової функції.

Песимістична стратегія приводить до задачі знаходження

$$c^*(A) = \max\{c(A') \mid A' \in \Gamma_k(A)\},$$

$$x^* = \arg\max\{c(A') \mid A' \in \Gamma_k(A)\},$$

де $c(A) = \min\{f(x) \mid x \in D(A)\}$.

Оптимістична стратегія - до задачі знаходження

$$c^{**}(A) = \min\{c(A') \mid A' \in \Gamma_k(A)\},$$

$$x^{**} = \arg\min\{c(A') \mid A' \in \Gamma_k(A)\},$$

Нехай $p(A) = \min\{f(x) \mid x \in D(A)\}$. Позначимо $\alpha(A, A', c, k) = |p(A) - p(A')|$, де вектор $c = (c_1, ..., c_n)$ такий, що $c_j \geq 0$, $j = \overline{1,n}$ і задовільняють умову $c_1 \leq c_2 \leq ... \leq c_n$

$$\alpha(A, c, k) = \max_{A' \in \Gamma_k(A)} \alpha(A, A', c, k)$$

$$\alpha(c, k) = \max_{A \in \Gamma} \alpha(A, c, k)$$

Величини типу $\alpha(c, k)$ вивчалися в [3], де знайдені їх точні значення для деяких класів задач на покриття.

Якщо відома величина $\alpha(A, c, k)$ або $\alpha(c, k)$ (принаймні відомо, що $\alpha(c, k) \geq \alpha(A, c, k)$), то

$$|c(A') - c(A)| \leq \alpha(A, c, k),$$

$$|c(A') - c(A)| \leq \alpha(c, k),$$

наприклад, для $\alpha(c, k)$ маємо (аналогічно для $\alpha(A, c, k)$):

$$c(A) - \alpha(c, k) \leq c(A') \leq c(A) + \alpha(c, k).$$

Оскільки останні нерівності виконуються для будь-якого $A' \in \Gamma_k(A)$, то

$$c^*(A) \leq c(A) + \alpha(c, k),$$

$$c^{**}(A) \geq c(A) - \alpha(c, k).$$

Ці оцінки можуть бути використані при розв'язанні задач з неточними даними[4].

Для відшукання величин типу $\alpha(A,k)$ ($\alpha(A,c,k)$) як характеристик песимістичної і оптимістичної стратегій, можна використати алгоритмічний підхід. Алгоритм для відшукання $\alpha(A,c,k)$ наступний:

1. Фіксуємо $k(k = const, ціле)$, N (кількість ітерацій) і деяку матрицю $A \in \Gamma$.

2. Розв'язуємо задачу (1) з матрицею A (наближеним або точним методом), $p(A)$ - розв'язок.

3. Для i-ої ітерації ($i=1,...,N$) вибираємо (випадково або детерміновано) матрицю $A_i' \in \Gamma_k(A)$ і розв'язуємо (1) з матрицею A_i', $p\left(A_i'\right)$ – розв'язок.

Знаходимо результат роботи алгоритма $\alpha = \max\limits_{1 \le i \le N} \left| p(A) - p(A_i') \right|$.

В п. 2,3 в якості наближеного метода можна застосувати метод локальної оптимізації (наприклад, метод вектора спада [1]), а в якості точного – метод гілок і меж.

В роботі для обчислення оцінок відхилень цільових функцій задачі про покриття пропонується алгоритмічний підхід. Отримані оцінки можуть бути використані для песимістичної і оптимістичної стратегій розв'язання цієї задачі.

1. Сергиенко И.В. Математические модели и метода решения задач дискретной оптимизации.— Киев:Наукова думка 1988.—471 с.

2. Баранова Н.В., Михайлюк В.О. Про оцінки відхиленя цільових функцій задачі про покриття.// XLI наукова конференція професорсько-викладацького складу і студентів Волинського університету (серія математична):Тез.доп. /Луцьк, 5-7 квітня 1995р./.—Луцьк: Волинський університет,1995.—С.5-6.

3. Баранова Н.В. Задачі про покриття: оцінка відхилень цільової функції. Доповіді НАН України.- Київ, №6, 1996.- С.68-70.

4. Рощин В.А. ,Семенова Н.Б.,Сергиенко И.В. Декомпозиционнній подход к решению некоторых задач целочисельного программироваиия с неточними даннними //Журн. Вычисл. математики и мат.физики.—1990. —29, №5.—С. 786-791.