

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СХІДНОЄВРОПЕЙСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЛЕСІ УКРАЇНКИ
Педагогічний інститут

Серія «Посібники та підручники СНУ імені Лесі Українки»

Марія Іванців

**ВИБІР МЕТОДІВ І ПРИЙОМІВ
НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ
В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ**

Навчально-методичний посібник

Луцьк – 2016

УДК 373.3.016:51(07)

ББК 74.262.21-25_я7

I-23

*Рекомендовано до друку вченою радою
Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки
(протокол № 6 від 24.12.2015 р.)*

Серія «Посібники та підручники СНУ імені Лесі Українки»

Рецензенти:

Максимович В. М. – доктор фізико-математичних наук, професор Луцького національного технічного університету;

Смолюк І. О – доктор педагогічних наук, професор Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки;

Трачук Т. В. – кандидат педагогічних наук, доцент Волинського інституту післядипломної педагогічної освіти.

Іванців М. І.

I-34 Вибір методів і прийомів навчання математики в початковій школі : навч.-метод. посіб. / Марія Іванівна Іванців. – Луцьк, 2016. – 224 с.

ISBN 978-966-500-684-7

Розвиток логічного мислення молодших школярів завжди був і залишається одним із основних завдань учителя. А чіткої методики вибору логічних прийомів мислення та поєднання їх із дидактичними методами навчання математики в початковій школі немає.

Для математики основними прийомами діяльності є логічні прийоми – аналіз-синтез, порівняння, класифікація, узагальнення (індуктивне, дедуктивне), аналогія тощо. У поєднанні з дидактичними методами вони ефективно впливають і на вивчення математичного матеріалу, і на використання його в нових ситуаціях.

Матеріал посібника сформовано у п'яти розділах, кожен із яких відповідає конкретній змістовій лінії робочої програми навчальної дисципліни «Методика навчання освітньої галузі “Математика”».

Для студентів педагогічних факультетів та коледжів, учителів початкових класів, методистів та батьків, діти яких навчаються в початкових класах.

УДК 373.3.016:51(07)

ББК 74.262.21-25_я7

© Іванців М. І., 2016

© Гончарова В. О. (обкладинка), 2016

© Східноєвропейський національний

університет імені Лесі Українки, 2016

ISBN 978-966-500-684-7

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ I. ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ	7
1.1. Аналіз процесу навчання математики в початковій школі	7
1.2. Теоретичні передумови формування в молодших школярів основних логічних прийомів	16
РОЗДІЛ II. СТРУКТУРУВАННЯ АРИФМЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ, ЩО ВИВЧАЄТЬСЯ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ.....	31
2.1. Структура уроку математики в початковій школі та основні вимоги до неї	31
2.2. Структури основних тем арифметичного матеріалу	41
РОЗДІЛ III. ФОРМУВАННЯ ОСНОВНИХ ЛОГІЧНИХ ПРИЙОМІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АРИФМЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ	54
3.1. Ознайомлення з основними логічними прийомами в процесі вивчення теми «Нумерація цілих невід’ємних чисел»	54
3.2. Застосування основних логічних прийомів під час вивчення теми «Арифметичні дії, усні табличні, позатабличні та письмові обчислення»	78
РОЗДІЛ IV. ВИБІР МЕТОДІВ ТА ОСНОВНИХ ЛОГІЧНИХ ПРИЙОМІВ ВИВЧЕННЯ АРИФМЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ.....	92
4.1. Вибір методів та основних логічних прийомів під час вивчення теми «Нумерація цілих невід’ємних чисел»	92
4.2. Вибір методів та основних логічних прийомів вивчення теми «Арифметичні дії, усні табличні, позатабличні та письмові обчислення»	119
РОЗДІЛ V. ВИБІР МЕТОДІВ ТА ОСНОВНИХ ЛОГІЧНИХ ПРИЙОМІВ ПІД ЧАС РОБОТИ НАД МАТЕМАТИЧНИМИ ЗАДАЧАМИ	141
5.1. Методи й прийоми роботи над простими та складеними арифметичними задачами	141
5.2. Методи й прийоми роботи над простими та складеними типовими задачами	187
ДЖЕРЕЛА ТА ЛІТЕРАТУРА.....	216

ВСТУП

Методи навчання як надзвичайно мінливе педагогічне явище потребують постійного перегляду, переоцінки тих або інших їх акцентів відповідно до ритму життя школи, завдань навчання й виховання учнів, досягнень педагогічної та психологічної наук.

Педагогіка розробила ряд умов для вибору методів навчання залежно від різних сторін навчального процесу. Пропонується виділяти об'єктивні і суб'єктивні залежності методів навчання. До об'єктивних залежностей відносять: визначальний вплив змісту навчального матеріалу на методи навчання, їх кінцева зумовленість умовами розвитку суспільства, метою та завданнями школи, віковими особливостями дітей тощо. До суб'єктивних залежностей належать: досконалість чинних навчальних програм, кількість годин, відведених на вивчення теми, наочність, ТЗН.

У нинішніх умовах навчання змінилися співвідношення між методами навчання, які використовуються в початкових класах. Ця зміна особливо яскраво проявилася в процесі навчання математики. Під час розгляду особливостей початкового курсу і підручників математики ми зафіксували в роботі вчителів великі зміни у виборі методів навчання цього предмета.

Раніше переважала розповідь та пояснення вчителя, а тепер вибір методу навчання повинен чітко відповідати структурі навчального матеріалу.

Тому сьогодні навчально-виховний процес має зміцнювати інтерес дитини до пізнання, відкриття нового, забезпечувати міцність та надійність засвоєння знань і водночас сприяти становленню в учнів продуктивного характеру їхньої особистості, тобто осмисленого, відповідального й творчо-перетворювального ставлення до індивідуального та суспільного життя.

Багаторічна практика переконує, що свідоме набуття знань відбувається за допомогою пізнавальних завдань у процесі активної розумової діяльності учнів. Пізнавальними є ті завдання, які передбачають активний пошук, у процесі якого учні розрізняють істотні і неістотні ознаки, виділяють головне, зіставляють та порівнюють, тобто, виконуючи певні завдання, міркують, а не сприймають готову інформацію чи відтворюють добре засвоєні дії. Тою чи іншою мірою такі

завдання виконуються під час уроків кожного з навчальних предметів у початкових класах. Проте найширші можливості для цього дають уроки математики.

Засвоєння шкільного курсу математики потребує високого розумового напруження учнів, високого ступеня абстрагування й узагальнення. Тому одним з основних завдань педагога є формування у молодших школярів основних логічних прийомів, які сприяють розвитку мислення, причому його найвищої стадії – логічного мислення. Саме воно лежить в основі успішного засвоєння учнями знань, умінь і навичок. Адже дитина стане допитливою, старанною в навчанні лише тоді, коли міркуватиме правильно, послідовно, несуперечливо.

Неодмінна передумова логічного мислення – логічна грамотність, тобто деякий мінімум знань та вмінь, необхідних для будь якої інтелектуальної діяльності. Складовою частиною логічної грамотності є основні логічні прийоми: порівняння, аналогія, класифікація, узагальнення тощо. Отже, навчити учнів логічної грамоти насамперед означає сформулювати основні логічні прийоми, що неможливо без систематичної, планомірної роботи над розвитком розумової діяльності учнів.

Формувати логічні прийоми мислення в молодших школярів – справа нелегка, оскільки програмою не передбачено окремого часу для цього, а також немає чіткої методики формування логічних прийомів мислення молодших школярів. Учителю потрібно самому систематично працювати над цим у ході навчально-виховного процесу. Успішність цієї роботи визначається вмінням педагога застосовувати нові ефективні й активні методи навчання в поєднанні з основними логічними прийомами у процесі навчання математичного матеріалу молодших школярів.

Однак, незважаючи на значну увагу, що приділяється вибору методів та прийомів навчання математики, проблема їх ефективного поєднання досі недостатньо описана і в дидактиці, і в окремих методиках.

Отже, написання посібника «Вибір прийомів і методів навчання математики в початковій школі» якраз на часі.

Зміст посібника відповідає робочій програмі дисципліни «Методика навчання освітньої галузі “Математика”».

Матеріал посібника сформовано в п'яти розділах. Кожен із них складається з двох підрозділів.

У першому розділі «Психолого-дидактичні основи процесу навчання математики в початковій школі» дано аналіз процесу навчання математики молодших школярів та розглянуто теоретичні передумови формування в них основних логічних прийомів.

Другий розділ «Структурування арифметичного матеріалу, що вивчається в початковій школі» розглядає структури основних тем «Нумерація цілих невід’ємних чисел» та «Арифметичні дії, усні табличні, позатабличні та письмові обчислення» з погляду використання основних логічних прийомів.

У третьому розділі «Формування основних логічних прийомів у процесі вивчення арифметичного матеріалу» ми по-новому підходимо до формування логічного мислення молодших школярів за допомогою використання основних логічних прийомів у процесі вивчення арифметичного матеріалу.

Четвертий розділ присвячений поєднанню дидактичних методів та основних логічних прийомів і їх ефективному використанню в процесі навчання математики молодших школярів. Детально розкрито методику вивчення основних тем «Нумерація цілих невід’ємних чисел» та «Арифметичні дії, усні табличні, позатабличні та письмові обчислення».

П’ятий розділ «Поєднання методів та основних логічних прийомів під час роботи над математичними задачами» присвячений розкриттю методичних можливостей у розвитку мислення та основних прийомів логічного мислення молодших школярів за допомогою різного виду математичних задач. Основну увагу тут приділено формуванню таких прийомів: аналіз – синтез, порівняння, класифікація, конкретизація, абстрагування, узагальнення, аналогія. Ці прийоми є азбукою логічного мислення, а отже одним з основних способів покращити якість знань учнів з математики, зокрема знань, умінь і навичок роботи над математичними задачами.

Використані джерела (159) дали змогу розкрити раніше мало описану тему – поєднання методів та основних логічних прийомів у процесі навчання математики молодших школярів.

Посібник рекомендований для студентів педагогічних факультетів університетів (коледжів), учителів початкових класів, методистів та для батьків, діти яких навчаються в початкових класах.

Розділ І. ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

1.1. Аналіз процесу навчання математики в початковій школі

Розглянемо процес навчання математики в початковій школі. У цьому процесі основним предметом навчання є арифметичний матеріал, а учасниками виступають учитель та учні. Опосередковану участь у процесі беруть батьки, дирекція школи, методисти, науковці, працівники органів народної освіти.

Отож структура процесу навчання дуже складна. Аналізувати її можна з різних поглядів. Л. М. Фрідман [151] виділяє декілька видів аналізу.

Онтодидактичний аналіз характеризує взаємозв'язок між математичними науками і навчальним предметом математика. Якщо розглядати навчальний процес із погляду діяльності вчителя, то матимемо **методичний аналіз**. Якщо за основу процесу взяти його організацію і забезпечення матеріальною базою, то це буде **школознавчий аналіз**. Коли ж навчальний процес розглядати з погляду відносин усіх осіб, що так чи інакше беруть участь у ньому, то матимемо справу із **соціологічним аналізом**.

Але навчання організовується і функціонує для учнів. Вони є головними дійовими особами в навчальному процесі. Результати цього процесу також розглядаються й оцінюються з позиції учня, фіксуючи те, які зміни відбулися з учнями під час навчання, які знання і вміння вони отримали, які мають навички, чи відбулися потрібні зрушення у психічному розвитку.

Через це аналіз процесу навчання математики з погляду діяльності учня як головної дійової особи цього процесу названо **психолого-педагогічним аналізом**.

Аналіз структурної побудови предмета має назву **логічного аналізу**.

Мета нашого дослідження – аналіз процесу навчання математики з трьох позицій:

- 1) логічної побудови математичного матеріалу;
- 2) психолого-педагогічної;
- 3) логіко-психологічної.

Є й інші види аналізу процесу навчання, такі як кібернетичний, соціально-психологічний і т. д. Усі вони взаємопов'язані й взаємозумовлені. Однак провідними є два – психолого-педагогічний аналіз навчального процесу та логічний аналіз навчального предмета. Результати цих аналізів є основою для прийняття рішень щодо забезпечення навчальними програмами, підручниками, посібниками, наочністю і т. д., а найголовніше – такі аналізи дають можливість сконструювати й логічно побудувати навчальний предмет.

Аналіз математичного матеріалу з погляду психологічних можливостей учня має назву *логіко-психологічного аналізу*.

Логічну побудову основних розділів математичного матеріалу, який вивчається в початковій школі, ми детально розглянемо далі; а зараз зупинимося на психолого-педагогічному аналізі програми та процесу навчання математики молодших школярів.

Стрижнем навчального предмета є його програма, тобто систематичний ієрархічний опис тих знань і умінь, які підлягають засвоєнню. Програма визначає: 1) зміст навчального предмета; 2) методи викладання й навчання; 3) характер дидактичних посібників; 4) терміни вивчення логічної теми.

Указуючи на склад знань, якими повинні оволодіти учні, розкриваючи зв'язки між ними, програма тим самим проектує той тип мислення, який формується у школярів під час засвоєння математичного матеріалу.

Тому розробка програми, структурування її змісту являє собою не вузькометодичне питання, не тільки вибір змісту і методів навчання, а й розуміння особливостей його побудови як форми відображення дійсності, розуміння природи, зв'язку психологічного розвитку дітей зі змістом засвоєних знань і вмінь.

Недоліки теперішніх програм із математики для початкової школи мають троякий характер: занижені загальні вимоги до розвитку учнів; порушена структура математичних знань; недостатнє використання результатів наукових досліджень із математики та методики початкового навчання [104].

На нашу думку, заниження вимог до розвитку учнів, особливо до розвитку в них основних логічних прийомів, полягає у такому.

По-перше, існує розбіжність між тим, що написано в пояснювальній записці, і тим, що викладено в програмі. У пояснювальній записці від учителя вимагають «забезпечити найбільш сприятливі умови для

зіставлення, протиставлення, порівняння, узагальнення» і т. д. У програмі не виділено жодної години для того, щоб ознайомити дітей із цими прийомами. Цей недолік програми не доповнює жоден підручник із математики, жоден методичний посібник для вчителів.

Отже, учні початкових класів позбавлені можливості використувати основні логічні прийоми в процесі навчання математики.

Наведемо приклад. Пояснювальна записка вимагає від учителя сприяти розвитку розумової діяльності учнів. Якщо користуватися загальноосвітньою концепцією мислення, то воно проходить у дитини в три етапи: конкретне, наочно-образне, абстрактне. Марні наші намагання знайти в пояснювальній записці, якими способами й методами можна це здійснювати. Детального теоретично обґрунтованого методичного опису здійснення цієї вимоги програми теж немає майже в жодних методичних посібниках. Програма вимагає від учителя розвивати пам'ять, увагу, уяву учнів, а також інші психічні процеси. І, знову ж таки, ці вимоги не підкріплені ні підручником, ні аргументованими методичними рекомендаціями.

Звідси можна зробити висновок, що вчителям початкових класів залишається одна можливість – самотужки добиватися виконання вимог пояснювальної записки та програм із математики для учнів молодших класів

Ідеться про те, що в теперішній початковій школі майже немає педагогічної технології навчання.

Пояснювальна записка має інструктивно-вимогливий характер, а не пояснювальний. У практичній діяльності вчителя вона розбігається з власне програмою навчання, яка, у свою чергу, часто-густо не збігається з підручником математики. А підручник розрахований на учнів, а не на вчителів. Тому виникає ще один парадокс: учителі, користуючись підручником і не маючи методичних рекомендацій технологічного характеру, повторюють помилки і програми, і пояснювальної записки до неї.

З'ясуємо тепер, у чому ще ми вбачаємо порушення структури математичних знань.

Зупинимося лише на досить яскравих прикладах. Програма вимагає від учителя ознайомлення учнів із термінами: «число», «цифра», «числа-сусіди» і т. д. Підручник має малюнки для лічби предметів у межах кожного числа й ознайомлює з кожною цифрою. То як же ознайомити школярів із терміном «число»? Що під цим словом ма-

ють розуміти учні? Де про це прочитати? Ніде. У результаті учні під «числом» розуміють його цифрове позначення. Так створюється помилкове уявлення учнів про математичні терміни.

Таких спотворень безліч. Велика кількість термінів і понять, які програма називає і вимагає їх засвоєння учнями, не були висвітлені ні в підручнику для учнів, ні в методичних посібниках для вчителів.

Щоб бути більш точними й послідовними, спробуємо скласти таблицю, в якій детально покажемо розбіжність між програмою, підручником для учнів та методичними посібниками з математики для вчителів. Зупинимося лише на математичному матеріалі першого класу.

Таблиця 1.1

Вимоги програми	Завдання в підручнику	Методичні рекомендації в посібниках
1. Формування поняття про натуральне число, арифметичні дії починаються в 1 класі (Поясн. записка [104]).	У підручнику завдання стосуються лише лічби в межах кожного числа, позначення цифрою, утворення кожного числа, називання чисел – сусідів, порівняння чисел та складу їх. Немає завдань, які тлумачать смисл слова «число» [11].	Фрагментарно описано посібнику [25].
2. ...Відбувається ознайомлення з деякими величинами та одиницями їх виміру (Поясн. записка [104]).	У підручнику розміщено завдання, які ознайомлюють спочатку з лінійкою, потім з одиницею виміру довжини – сантиметром, тоді даються завдання на вимірювання відрізків [11]. Термін «довжина» та властивості довжини не згадуються в жодному завданні ні тут, ні в наступних класах.	Зовсім не згадано в посібнику [25]. Описово згадуються в посібниках російських авторів М. Т. Моро, М. В. Бантової та ін.
3. В учнів формулюють поняття про структуру простої задачі... [104].	У підручнику дано завдання на складання задач і відразу ж записані дії, які вказують на розв'язок їх [11]. Але немає жодної вправи на розкриття слова «задачі» та виділення умови й запитання задачі, на підведення учнів до висновку: якщо в задачі є запитання, то на нього треба дати відповідь. А для того, щоб дати відповідь на запитання задачі, її потрібно розв'язати.	Зовсім не згадано в посібнику [25]. Описова характеристика задач дається в посібнику [31]. Ніде немає опису покрокової методики ознайомлення учнів із задачею, її компонентами та роботою над задачею в повному обсязі.

Звідси можемо зробити висновок, що програма з математики, підручник для учнів та методичні посібники для вчителів потребують дальшого переосмислення, перебудови з урахуванням вимог сучасної наукової думки: психології, дидактики, математики.

Окремо зупинимось на підготовчому періоді до вивчення нумерації чисел. У М. В. Богдановича розділ називається так: «Властивості предметів. Геометричні фігури». Тепер цей етап розмитий і в новій програмі, і в підручниках математики різних авторів.

На нашу думку, цей розділ і кількість годин, відведених на нього, мав би знову повернутися у програму навчання математики молодших школярів і в підручники.

Основні теми розділу:

1. Виділення з групи предметів одного чи декількох предметів, яким властиві певні ознаки (форма, розмір, розміщення).

2. Розуміння змісту слів: кожний, усі, крім, решта.

3. Уміння показувати один предмет цієї групи, кожен предмет, усі або частину предметів.

4. Розміщення предметів у просторі (зверху, знизу, між, зліва, справа, поза, посередині).

5. Порівняння кількості предметів (стільки само, більше, менше).

6. Геометричні фігури – круг, трикутник, чотирикутник, п'ятикутник.

7. Порівняння предметів за розмірами (більший, менший, довший, коротший, такої самої довжини і т. п.).

8. Підготовка до письма: зафарбування та обведення фігур, написання паличок.

На вивчення цієї теми відведено 20 уроків. Учні виконують відповідні вправи. Але процес розвитку мислення не відбувається. Цей час можна було б ще використати для ознайомлення учнів з основними логічними прийомами, особливо порівнянням та його компонентами. Адже деякі зі складових частини порівняння називаються в програмі, а саме: виділення властивостей предметів, порівняння за кількістю, за розміром. А чому б не розробити методику ознайомлення з порівнянням у повному його обсязі? Тобто:

1) навчити дітей виділяти різні властивості предметів;

2) навчити виділяти основи для порівняння предметів;

3) знаходити спільні властивості;

4) знаходити відмінні властивості;

5) навчити формулювати висновок про подібність/відмінність цих предметів.

Порівняння – це основний логічний прийом, який міститься в основі решти всіх розумових прийомів класифікації, конкретизації, узагальнення, аналогії. А без прийомів, без оволодіння ними неможливе свідоме засвоєння математичного матеріалу. Про це зовсім забули автори програми та підручників із математики для початкових класів.

Отже, виходячи навіть з такого поверхового аналізу процесу навчання математики в початковій школі, можна зробити декілька важливих висновків.

1. Програма навчання математики не повністю сприяє розвитку розумової діяльності молодших школярів. Упущено таку можливість, як формування розумових операцій: аналізу, синтезу, порівняння, класифікації, аналогії, конкретизації, узагальнення, виділення головного, підведення до висновку.

2. Вимоги до навчання математики не зовсім забезпечуються завданнями для учнів у підручниках. Упущено багато завдань на формування математичних понять, розкриття смислу математичних термінів і символів.

3. Методичні посібники, які писалися стосовно конкретних підручників, недосконалі, написані фрагментарно, описово. У них недостатньо врахований науковий підхід до формування в учнів понятійного апарата з математики, не завжди забезпечені вимоги вчених-психологів щодо психічного розвитку дітей; майже зовсім не опрацьовано, не описано технологію навчання математики в початковій школі, хоча в цьому напрямі вже працює багато дидактів.

Об'єктивні труднощі вивчення математики пов'язані зі специфікою предмета й зумовлюють необхідність урахувати психологічні закономірності мислення, індивідуальні особливості пізнавальної діяльності молодших школярів. Н. А. Побірченко вважає, що слід визначити зону найближчого розвитку дитини й побудувати навчальний процес таким чином, щоб вона могла самотужки знайти те особливе, що становить зміст результативної навчальної діяльності [120].

Звернемо увагу на найважливіші аспекти проблеми навчання математики в початковій школі.

1. У перші дні перебування в школі діти сприймають цілі дорослих як свої особисті і намагаються їх досягати.

2. Однак поступово в них розвивається довільність психічних процесів, формується вміння свідомо ставити власні цілі дій і знаходити способи для їх досягнення.

3. У молодшому шкільному віці в дітей швидко розвиваються (за сприятливих умов) такі важливі психічні явища, як рефлексія (уміння об'єктивно аналізувати власні дії та вчинки з погляду їх відповідності меті та умовам діяльності), внутрішній план дій (уміння планувати, здійснювати в думці, про себе, різні операції відповідно до поставленого завдання).

4. У дітей 6–7 років швидко розвиваються пізнавальні потреби та здібності.

5. Діти початкових класів починають володіти довільною увагою, пам'яттю, увагою [120].

Але вчителям потрібно пам'ятати, що розвиток усіх здібностей і вмінь, які відіграють вирішальну роль у становленні особистості учнів, у формуванні їх пізнавальних можливостей, не відбувається автоматично.

Успішне засвоєння математичних знань учнями початкових класів залежить від багатьох факторів: індивідуальних особливостей учня, роботи вчителя, психологічного клімату в класі і т. д. Тобто потрібно враховувати, що існують **об'єктивні і суб'єктивні умови навчання**. До **об'єктивних умов** відносять властивості навчального матеріалу, способи подачі його, конкретні умови навчальної діяльності учня.

Суб'єктивні умови навчання – це психічні можливості учня. А це складний процес, який постійно змінюється і не завжди в кращу сторону. Психічні можливості школяра об'єднують не тільки певний набутий досвід, а й рівень набутих знань, вмінь і навичок. Внутрішні передумови засвоєння знань характеризують ставлення учня до навчання.

Отже, щоб учень добре оволодів навчальним матеріалом, на нашу думку, потрібно: 1) формувати способи дій, які необхідні для засвоєння цього матеріалу; 2) навчити виділяти в матеріалі головне і другорядне; 3) зосередити його увагу на тому, що подаватиметься вперше; 4) не перевантажувати учня новою інформацією; 5) пов'язати нові знання в поєднанні з раніше вивченими; 6) використовувати опору на наочність, але тільки в разі необхідності.

Чому ми зупинилися саме на цих моментах підготовки учнів до сприймання нового матеріалу? Тому, що вони видаються нам найголовнішими. Нерідко здається, що добре прочитаний матеріал і наочне його моделювання забезпечують сприймання й усвідомлення учнями змісту навчального матеріалу. Але, на жаль, це не завжди так. Справа в тому, що зміст матеріалу, форма його викладу – це тільки частина всіх тих подразників, які діють на учня. У класі багато інших подразників, які відвертають увагу школяра від основного, а це зменшує адекватність засвоєння нового матеріалу.

Крім того, дитина не може одночасно охоплювати весь матеріал, особливо, якщо він складається з 5–6 моментів (кроків), які є новими для неї. Якщо всі ці кроки подати один за одним відразу, може статися так, що сприйняття буде неявним, неточним, а тому неправильним. У такому разі кожен крок нового матеріалу потрібно закріплювати поступово, один за одним. Треба мати на увазі ще й те, що дитина сприймає матеріал вибірково. **Вибірковість** – це властивість психіки, пов'язана з особливостями механізмів сприймання, уваги, пам'яті, мислення. Вибірковість у процесі засвоєння – здатність психіки учня відображати навчальний матеріал. А це ще раз підтверджує нашу думку про те, що новий матеріал, який складається з великої кількості кроків, потребує детального покрокового закріплення. У такому разі можна буде уникнути неповноти сприймання і засвоєння нового матеріалу.

Процес свідомого засвоєння навчального матеріалу, на думку таких психологів, як В. В. Давидов, І. Л. Підласий, З. І. Слєпкань, Л. М. Фрідман, Р. В. Ельконін, М. В. Савчин, С. Д. Максименко, Н. Г. Матейчук, О. П. Степаненко, Л. В. Долинська, Т. М. Лисянська, складається з логічно пов'язаних між собою дій: виділення істотних ознак у заданих об'єктах математичного матеріалу; встановлення зв'язків і відповідності між ними (аналіз, синтез, порівняння); включення заданих об'єктів у нові зв'язки, відношення (класифікація, аналогія, узагальнення, конкретизація); аналіз учнями власної діяльності.

Під час виконання цих дій також не всі учні однаково добре сприйматимуть навчальний матеріал. Одним із них потрібна буде опора на наочність, іншим – достатньо вербального матеріалу. Деякі учні відтворюють навчальний предмет на основі широких словесних міркувань, інші – відразу роблять відповідні висновки. Слід сказати, що у процесі засвоєння математичного матеріалу учні застосовують

наочний, конкретно-образний, конкретно-символічний, абстрактно-символічний, абстрактно-образний способи дій.

1. Учням, які володіють **конкретно-образним** способом дій, потрібні опори на числові формули, опорні схеми, короткі записи. Тоді в них легко відбуватиметься перехід дій від зовнішнього до внутрішнього плану дії.

2. Учні, для яких характерний **конкретно-символічний** спосіб дій, спираються на уявлення, що відображені конкретними компонентами змісту завдання чи задачі, вираженими у вербальній формі. Процес формування в них супроводжується широким словесним міркуванням.

3. Якщо учні засвоюють матеріал **абстрактно-символічним** способом дій, то вони спираються на буквені вирази – символи, судження, подають їх у вигляді буквених формул.

4. Учні, в яких **абстрактно-образний** спосіб дій, відчують потребу в зорових образах, схемах. Процес розв'язування в них розгортається у внутрішньому плані дій і майже не переходить у зовнішній.

Крім усього сказаного вище, психологи звертають велику увагу на мотиви учіння. Мотивування нового матеріалу є засобом виховання в учнів позитивного ставлення до навчальної діяльності, зокрема пізнавальних мотивів, інтересу до знань і самого процесу навчання. Мотиви учіння формуються в ситуаціях співвідношення зовнішніх умов навчання з внутрішніми можливостями учня. Наприклад, якщо мотивом учіння є пізнавальний процес, то успішність у навчанні залежатиме від використання вчителем спеціальних прийомів організації пояснення навчального матеріалу, а якщо мотивом учіння є результат засвоєння знань, то успішність цього процесу зумовлена наявністю в учнів потреби в знаннях.

Не треба забувати, що особистість учня теж відіграє велику роль у сприйманні нового матеріалу. Ставлення до себе, до товаришів, учителя, вимогливість до своїх дій, самоустановка і т. п. добре впливають на навчання, якщо учень уміє критично себе сприймати.

За Н. А. Побірченко [120], джерелами діяльності учнів, спрямованими на оволодіння навчальним матеріалом, можуть бути:

1) внутрішні умови, які визначаються потребами школярів. Потреби мають природжений і набутий характер. До природжених відносять потребу в активності та інформації. Сформованими є потреби в знаннях, бажання бути корисним;

2) зовнішні умови визначаються змістом навчального матеріалу з математики та діяльністю вчителя.

Отже, з усього сказаного вище можна зробити такий висновок.

Для того, щоб учні ефективно засвоювали математичні знання в початковій школі, вчителям необхідно на практиці використовувати вчення В. І. Бондаря, Л. С. Виготського, В. В. Давидова, І. Я. Лернера, Н. А. Побірченко, О. Я. Савченко, А. В. Семенової, Н. Ф. Тализіної та інших видатних психологів і дидактів. А для цього потрібно удосконалити: а) програму навчання з математики; б) підручники; в) методичні посібники для вчителів (які повинні містити поради технологічного змісту).

У процесі підготовки до навчання математики в початковій школі велике значення має глибоке розширення вчителями смислу математичних понять, умінь та навичок, які є основою початкового курсу математики. Це дасть можливість не допускати неточностей та помилок у формуванні основних математичних понять і виробленні навичок та умінь учнів.

1.2. Теоретичні передумови формування в молодших школярів основних логічних прийомів

Поняття – це форма мислення, в якій відображається суть предметів та явищ реального світу в їх істотних ознаках і відношеннях. За змістом ознак поняття поділяються на конкретні та абстрактні.

Конкретні поняття відображають предмет у сукупності його ознак. Цим поняттям відповідають певні конкретні предмети («підручник», «цифра 3», «кулька», «м'яч», «школа» і т. п.).

Абстрактні поняття відображають ознаку предмета, яка відділяється подумки від предмета і сама виступає як предмет мислення («хоробрість», «рівність», «довжина», «куля», «циліндр» і т. п.).

Різні математичні поняття – результат різних ступенів абстракції. Наприклад, абстракцією від багатьох залежностей, що існують у природі й суспільстві, є функція $y = 3x + 2$. Та це конкретний приклад більш загального (абстрактнішого) поняття «лінійна функція»: $y = ax + b$.

У математиці як науці і як навчальному предметі розглядають різні об'єкти: числа, фігури, вирази, рівняння і т. д. Усе це математичні поняття.

З великою кількістю математичних понять школярі ознайомлюються вже в початковій школі. Лічачи реальні предмети, круги, трикутники, квадрати, учні вже з перших уроків ознайомлюються з поняттям натурального числа і геометричної фігури, поняттями «більше», «менше», «дорівнює». У подальшому навчанні вводяться поняття дій: «додавання», «віднімання», «множення», «ділення», «арифметична дія». Математичними поняттями виступають компоненти й результати арифметичних дій, таблиці дій. З розширенням множини чисел учні ознайомлюються з поняттями розряду й класу, дробового числа. Немало математичних понять запроваджується у зв'язку з пропедевтикою алгебри та геометрії.

У початкових класах уперше кожне поняття вводиться наочно, через споглядання конкретних предметів чи практичне оперування (наприклад, при лічбі їх). Учитель спирається на знання та досвід дітей, набуті ще в дошкільному віці. Ознайомлення з математичними поняттями фіксується за допомогою терміна або терміна та символу.

Така методика роботи над математичними поняттями в початковій школі зовсім не засвідчує невикористання різних видів означень.

Означити поняття – це перелічити всі істотні ознаки об'єктів, що входять у це поняття. Словесне позначення поняття називається терміном. Наприклад, «число», «трикутник», «коло», «рівняння» – терміни.

Означення розв'язує два завдання. Перше – відрізняє і відмежовує якість певне поняття від усіх інших. Друге полягає в тому, що вказує ті головні ознаки, без яких вони не можуть існувати і від яких залежать усі інші їх ознаки.

Означення може бути більш або менш глибинним. Це залежить від рівня знань про поняття, що означається. Чим краще ми його знаємо, тим більша ймовірність, що ми зможемо дати для нього краще означення.

У практиці навчання молодших школярів застосовуються явні і неявні означення.

Явні означення мають форму рівності або збігу двох понять. Наприклад: «Пропедевтика є вступом у будь-яку науку». Тут прирівнюють один до одного два поняття – «пропедевтика» і «вступ у будь-яку науку». В означенні «Квадрат – це прямокутник, у якого всі сторони рівні» маємо збіг понять.

У навчанні молодших школярів особливий інтерес серед неявних означень становлять контекстуальні та остенсивні означення.

Це має місце і в навчанні молодших школярів. Багато загальних математичних понять у початковій школі означаються через контекст. Це, зокрема, такі поняття, як «великий – малий», «будь-який», «кожний», «один», «багато», «більше – менше», «число», «арифметична дія», «рівняння», «задача» тощо.

Контекстуальні означення залишаються здебільшого неповними й нестійкими. Вони застосовуються у зв'язку з невідповідністю молодшого школяра до засвоєння повного і більш наукового означення.

Остенсивні означення – це означення способом демонстрації. Вони нагадують звичайні контекстуальні означення, але контекстом тут є не уривок якогось тексту, а ситуація, в якій опиняється об'єкт, позначений поняттям. Учитель показує квадрат (рисунок чи паперову модель) і говорить: «Дивись – це квадрат». Це – типове остенсивне означення.

У початкових класах остенсивні означення застосовуються під час розгляду таких понять, як «червоний (білий, чорний і т. д.) колір», «лівий – правий», «зліва направо», «цифра», «попереднє і наступне число», «знаки арифметичних дій», «знаки порівняння», «трикутник», «чотирикутник», «куб», «куля» тощо.

На основі засвоєння остенсивним способом знань слів є можливість вводити в словник дитини уже вербальне значення нових слів і словосполучень. Остенсивні означення – і тільки вони – пов'язують слово з речами. Без них мова – лише словесне мереживо, яке не має об'єктивного, предметного змісту.

У математиці використовуються різні явні означення. Найпоширеніше з них – означення через найближчий рід і видову ознаку. Родово-видове означення ще називають класичним.

Наприклад: «Квадратом називається прямокутник, у якого сторони рівні», «Квадратом називається ромб, у якого прями кути».

Розглянемо означення квадрата. У першому означенні найближчим родом буде «прямокутник», а видовою ознакою – «всі сторони рівні». У другому означенні найближчий рід «ромб», а видова ознака – «прямі кути».

Якщо ж узяти не найближчий рід («паралелограм»), то видових ознак квадрата буде дві: «Квадратом називається паралелограм, у якого всі сторони рівні і всі кути прямі».

У родово-видовому відношенні перебувають поняття «додавання (віднімання, множення, ділення)» й «арифметична дія»; поняття «гострий (прямий, тупий) кут».

Окремі означення можуть розглядати поняття і за способом його утворення або виникнення. Означення такого типу називають генетичними. Прикладом генетичного означення є: «Діагональ прямокутника – відрізок, який з'єднує протилежні вершини прямокутника». У початкових класах генетичні означення застосовують для таких понять, як «відрізок», «ламана», «прямий кут», «коло».

До генетичних можна віднести й означення через перелік. Наприклад: «Натуральний ряд чисел – це числа 1, 2, 3, 4 і т. д.».

Деякі поняття в початкових класах вводять тільки через термін. Наприклад, одиниці часу: рік, місяць, година, хвилина.

Є в початкових класах поняття, які подаються символічною мовою у вигляді рівності, наприклад: $a \cdot 1 = a$, $a \cdot 0 = 0$.

У початкових класах багато математичних понять спочатку засвоюються поверхово, розпливчасто. При першому ознайомленні школярі дізнаються тільки про деякі властивості понять, дуже вузько уявляють їх обсяг. І це закономірно. Не всі поняття легко засвоїти. Але безперечно, що розуміння і своєчасне використання вчителем тих чи інших видів означень математичних понять – одна з умов формування в учнів міцніших знань про ці поняття.

Ж. Піаже говорив, що дуже помиляються ті, які думають, ніби діти засвоюють поняття числа чи інші математичні поняття безпосередньо у процесі навчання. Навпаки, значною мірою дитина розвиває їх самостійно, незалежно й спонтанно. Коли дорослі намагаються нав'язати дитині математичне поняття передчасно, вона заучує його, але розуміння приходить з її розумовим ростом. Якщо говорити про поняття чисел, то діти спочатку повинні вловити принцип збереження кількості. Звичайно, збереження кількості саме собою не є числовим поняттям, це швидше логічне поняття [117].

Ми не ставимо своїм завданням виробити власні методики введення математичних понять у початковій школі. Наша мета – показати, як можна було б використати наукові доробки психологів та дидактів у сучасній початковій школі, як покращити сучасну програму навчання математики, де знайти для цього час і можливості вчителю початкових класів. Крім того, ми хочемо наголосити, що вчителям не

можна заспокоюватися на досягнутому, а потрібно постійно вчитися, самовдосконалюватися, шукати нові способи для розв'язання проблеми навчання молодших школярів.

У цьому параграфі ми розглянемо декілька нових поглядів на вивчення математичних понять у початковій школі.

В. В. Давидов пропонує вводити поняття числа, виходячи з принципу «від загального до конкретного» й використовуючи при цьому поняття величини [40].

План ознайомлення з числом за Давидовим такий:

1. Уведення поняття кратного відношення двох величин.
2. Уведення поняття числа «один» на основі рівності будь-якої частини об'єкта на будь-якій основі для визначення кратного відношення.
3. Уведення поняття кратного відношення на нескінченних (вимірювання) і на дискретних (лічба) величинах.
4. Уведення загальної форми визначення числової характеристики величини.
5. Вивчення залежності між величиною і числом.
6. Числовий промінь.
7. Утворення чисел за формулою.
8. Ознайомлення з властивостями чисел.

Кожен пункт плану розраховано на 20 уроків, поділено на навчальні завдання, які у свою чергу складаються з навчальних ситуацій.

Не маючи змоги описати всю методику введення числа за Давидовим, зупинимося лише на доцільності такого підходу до ознайомлення з числом у початковій школі.

1. Цей підхід до введення числа дає можливість вводити поняття на основі теоретичних абстракцій і узагальнень, а не емпірично.
2. Ознайомлення з числом за В. В. Давидовим дає можливість спеціально організувати навчальну діяльність учнів.
3. Навчальна діяльність повинна охоплювати специфічні навчальні дії.
4. Дії учнів повинні супроводжуватися контролем і оцінкою вчителя.
5. Систематичне введення теоретичних абстракцій і узагальнень у формі розв'язання адекватних задач через виконання спеціальних навчальних дій уже в третьокласників формує той тип засвоєння, який характерний для власне навчальної діяльності.

6. Систематичне відтворення навчальних ситуацій і навчальних дій забезпечує повноцінне засвоєння понять «величина», «число» на основі теоретичних абстракцій і узагальнень.

7. Засвоєння понять на основі теоретичних узагальнень і у формі навчальної діяльності істотно відрізняється за своїм змістом та способом роботи від традиційного введення поняття «число» і «величина» в початковій школі, де домінує емпіричне мислення учнів та конкретно-практичний спосіб передачі знань від учителя до учня [40].

Процес формування математичних понять можна поділити на такі ступені: чуттєвий, який полягає в утворенні відчуттів, сприйняття та уявлень; логічний, який полягає в переході від уявлень до понять за допомогою узагальнення й абстрагування.

Отже, у процесі ознайомлення з математичними поняттями наявні основні логічні прийоми: аналіз – синтез, порівняння, класифікація, абстрагування, узагальнення (індуктивне, дедуктивне).

На прикладах формування понять – число, нумерація чисел, арифметичні дії, усні табличні, позатабличні та письмові обчислення – розглянемо необхідність використання основних логічних прийомів.

1. Нумерація чисел у початкових класах вивчається концентрично і кінцева мета вивчення полягає у засвоєнні низки загальних принципів, на яких ґрунтується десяткова система числення та усна й письмова нумерація. Тому тут для вчителя важливим є систематично, послідовно й цілеспрямовано вести дітей до використання основних логічних прийомів.

Наведемо конкретні приклади необхідності їх використання.

1) Полічити фрукти у кожній групі (6 яблук, 6 груш, 6 слив). Що спільного (однакового) у цих групах? (Прийоми абстрагування й узагальнення).

2) 3-поміж ряду чисел 2, 3, 4, 5, 6, 8, 3 назвати ті, які менші від числа 5. (Приєм порівняння за основою кількісної величини числа).

3) Назвати сусідів числа 9. (Приєм синтезу – об'єднання трьох послідовних чисел).

4) Полічити палички підряд. Скільки всього паличок? (Приєм синтезу й узагальнення).

5) Продовжити ряд чисел 1, 2, 3 і т. д. до 10. (Приєм аналізу, порівняння й узагальнення).

6) Відлічити 15 паличок, зв'язати десять паличок у десяток. Скільки десятків і скільки одиниць у числі 15? (Приєм аналізу і синтезу).

7) Записати число 425 у таблицю розрядів. (Прийом аналізу).

8) Скільки у числі 425 усього сотень? Усього десятків? Усього одиниць? (Прийом аналізу і синтезу у взаємозв'язку) і т. д.

Майже всі завдання, на основі яких у молодших школярів формується поняття про десяткову позиційну систему числення, потребують використання всіх основних логічних прийомів.

Арифметичні дії. У початкових класах арифметичні дії вивчаються індуктивним методом на основі конкретних числових прикладів. Теоретико-методичний зміст дії додавання розкривають на основі об'єднання декількох множин. Арифметичні дії віднімання та множення є в певному взаємозв'язку з дією додавання. Дія ділення вводиться на прикладі спеціально підібраних задач.

У початковій школі в процесі формування поняття арифметичної дії здебільшого бере участь логічний ступінь його пізнання. Обов'язковими в цьому процесі виступають прийоми абстрагування й узагальнення. Ці прийоми виявляються у зміні числових даних при розв'язанні прикладів, у запровадженні буквених позначень компонентів і результатів дій.

У багатьох завданнях, спрямованих на формування поняття арифметичних дій додавання, віднімання, множення і ділення, наявні прийоми аналізу і синтезу.

1) Назвати компоненти результатів дій віднімання: $26 - 9 = 17$. (Аналіз).

2) З прикладу на додавання скласти два приклади на віднімання. (Аналіз у поєднанні із синтезом).

3) У прикладі $2 + 2 + 2 + 2$ замінити суму однакових доданків дією множення. (Синтез).

4) Приклад $4 \cdot 9$ замінити прикладом на додавання. (Аналіз).

5) Скласти і розв'язати приклад на ділення, у якому ділене 42, а дільник 7. (Синтез).

Прийом **порівняння** застосовується при порівнянні результатів завдань на збільшення чи зменшення числа на кілька одиниць чи в кілька разів, при порівнянні значень двох числових виразів.

Табличні обчислення. Таблиці арифметичних дій є математичним поняттям. Вивчення їх здійснюється впродовж майже двох років. Їх значення в навчанні й практичній діяльності не зменшується.

Табличні обчислення є основою для усних позатабличних та письмових обчислень.

Методика складання й заучування таблиць загальновідома, тому виділяємо лише основні логічні прийоми, які застосовують у цьому процесі.

Для кожної окремої таблиці на додавання можна ставити такі запитання:

1. Скільки всього прикладів у таблиці?
2. Назвати перші доданки таблиці по порядку.
3. Назвати другі доданки таблиці по порядку.
4. Які доданки збільшуються в таблиці, а які – залишаються без змін?
5. Назвати результати таблиці по порядку.
6. Як змінюється результат залежно від збільшення доданка?
7. Прочитати всю таблицю на додавання.

Завдання 1, 2, 3 є нічим іншим, як **аналізом** таблиці як цілісного поняття. П'яте завдання відповідає прийому **синтезу**, а шосте і сьоме завдання – прийому **порівняння**. За спільними та відмінними ознаками тут є прийоми **узагальнення** – прирівнювання процесу складання таблиці до збільшення числа на кілька одиниць.

Перед складанням таблиць на додавання 6, 7, 8, 9 (у межах 10) та на множення числа на 6, 7, 8, 9 учні ознайомлюються з переставними властивостями додавання та множення, їх потім використовують для спрощення процесу складання, а особливо для заучування таблиць.

Логічні висновки, що їх роблять учні під час такої роботи, називають **індукцією**, тому що цей умовивід сформульовано в результаті спостережень кількох окремих однотипних властивостей чи залежностей.

У тісному взаємозв'язку з індукцією застосовується і дедукція. Дедукція – це спосіб міркування від загального до окремого, при якому нове знання про предмет виводиться на основі знання правил і положень, загальних для цього класу поняття.

Наприклад: $2 + 7 = 9$ – запис у підручнику. Діти, знаючи переставну властивість, усно додають до 7 число 2, тому що так легше – це **дедукція**. Індукція і дедукція постійно перебувають у **єдності**.

Усні позатабличні обчислення

Такі обчислення виконуються над числами в межах ста та тисячі. Їх теоретичною основою є принцип побудови десяткової системи числення та властивості арифметичних дій. Виділимо логічні прийо-

ми, які застосовують під час вивчення цієї теми. Розглянемо зразки записів, за якими проводиться усне позатабличне обчислення:

$$\begin{array}{cccc}
 1) \ 34 + 45 = \dots & 2) \ 68 - 42 = \dots\dots & 3) \ 27 \cdot 4 = \dots & 4) \ 84 : 4 = \dots \\
 \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 30 \ 4 \end{array} \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 40 \ 5 \end{array} & \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 60 \ 8 \end{array} \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 40 \ 2 \end{array} & \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 20 \ 7 \end{array} & \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 80 \ 4 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 30 + 40 = 70 & 60 - 40 = 20 & 20 \cdot 4 = 80 & 80 : 4 = 20 \\
 4 + 5 = 9 & 8 - 2 = 6 & 7 \cdot 4 = 28 & 4 : 4 = 1 \\
 70 + 9 = 79 & 20 + 6 = 26 & 80 + 28 = 108 & 20 + 1 = 21
 \end{array}$$

У кожній з наведених схем є розклад числа на суму розрядних доданків (аналіз) й утворення числа з розрядних доданків (синтез). Тут чітко видно нерозривний зв'язок між аналізом і синтезом.

Приєм порівняння широко застосовується під час зіставлення чи протиставлення розв'язань однотипних прикладів, які обчислюються різними способами.

Наприклад, знайдемо різними способами різницю чисел 340 і 30.

$$\begin{array}{cc}
 1) \ 340 - 30 = \dots & 2) \ 340 - 30 = \dots\dots \\
 \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 200 \ 140 \end{array} & \begin{array}{r} / \ \backslash \\ 300 \ 40 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 140 - 30 = 110 & 40 - 30 = 10 \\
 200 + 110 = 310 & 300 + 10 = 310
 \end{array}$$

Вибираючи зручний спосіб обчислення, учні змушені будуть **порівнювати** весь процес роботи.

У ході усних позатабличних обчислень чітко простежується використання логічних прийомів абстрагування і конкретизації, на основі яких формують узагальнення про те, що у процесі додавання двоцифрових чисел десятки додають до десятків, одиниці до одиниць і т. д.

Письмові обчислення

Основна відмінність письмових обчислень порівняно з усними позатабличними полягає в тому, що усні позатабличні обчислення починаються з вищих розрядів, а письмові – з одиниць. Структурний запис письмових обчислень дає змогу подати пояснення на основі зразка розв'язання.

Застосування прийомів аналізу і синтезу тут чітко виділяється під час коментування обчислення, наприклад: числа 325 і 463 додати письмово.

Коментування буде таким:

- одиниці записуємо під одиницями, десятки під десятками і сотні під сотнями

$$\begin{array}{r} 325 \\ + 463 \\ \hline 788 \end{array}$$

- додавання виконуємо, починаючи з одиниць. До 5 одиниць додати 3 одиниці буде 8 одиниць. Записуємо під рискою під одиницями.

До 2 десятків додати 6 десятків буде 8 десятків. Записуємо під десятками.

До 3 сотень додати 4 сотні буде 7 сотень. Записуємо під сотнями. Отримали: 788.

Порозрядне додавання – *аналіз*, читання відповіді – *синтез*.

У докладному аналізі письмового ділення багатоцифрового числа на одноцифрове має місце застосування прийомів порівняння та аналізу-синтезу в їх взаємозв'язку.

Абстрагування у процесі ділення відбувається тоді, коли немає усвідомлення подібності алгоритмів знаходження кожної цифри частки. *Узагальнення* алгоритму письмового ділення виявляється в умінні користуватися «пам'яткою письмового ділення».

Отже, *основні логічні прийоми – аналіз і синтез, порівняння, класифікація, узагальнення, аналогія* є обов'язковими складовими частинами методики формування математичних понять у початковій школі. Їх застосування якісно підвищує логічне мислення учнів – як правильне, послідовне, несуперечне мислення. Але для того, щоб формувати таке мислення, треба по-новому підійти до структурування математичного матеріалу, що вивчається в початковій школі.

Більшість дітей, які приходять до школи, уже вміють лічити й мають свої уявлення про кількість. Але для дитини, яка вміє лічити, число є тільки назвою кількості предметів, причому окремий предмет приймається за одиницю лічби. Таке емпіричне уявлення про одиницю і лічбу. У школі вчителям потрібно значною мірою перебудувати доматематичні уявлення дитини про число й перетворювати їх у математичне поняття, предметом якого є певні відношення кількостей.

Істотно важливою рисою засвоєння математики є також і те, що тут наукові поняття являють собою систему і їх не можна вивчати у випадковій послідовності.

Розглянемо тепер питання, як зменшити розрив між емпіричним і теоретичним мисленням у початковій школі. На нашу думку, це неможливо без докорінної ломки сучасного змісту програми навчання математики в школі, яка не дає можливості розвивати словесно-логічне мислення, оскільки вона не забезпечує основного – вивчення системи наукових понять. Адже **поняття – це знання** про істотні відношення між окремими сторонами предмета чи явища.

Тому для формування поняття потрібно насамперед виділити ці сторони. Тобто треба виконати певні дії з предметами для того, щоб ці сторони чи властивості проявилися. Виділивши їх, можна визначити, у яких відношеннях вони перебувають, треба міняти відношення, перевіряти їх достовірність. Таким чином, процес формування понять міцно поєднаний із формуванням дій із предметами задля розкриття їх істотних властивостей. А це, у свою чергу, тягне обов'язкове включення в програму навчання математики спеціальних прийомів логічного мислення – аналізу, синтезу, порівняння, виділення основного, істотного, підведення під поняття; аналогії, класифікації, узагальнення і т. д. Адже найважливішою особливістю засвоєння понять є те, що їх не можна завчити. Поняття треба сформувати, а сформувати його повинен учень під керівництвом учителя.

Наприклад, якщо ми вивчаємо числовий ряд, то необхідно добитися від учнів розуміння відношень між числами, які входять до цього ряду, а, можливо, і вивести загальну формулу побудови такого ряду. Якщо хочемо ознайомити дітей із десятковою системою числення, то обов'язково треба з'ясувати, які ж істотні відношення лежать в основі її побудови. Якщо будемо ознайомлювати учнів з арифметичними діями, то теж треба встановити істотні відношення з елементами, що входять у їх структуру.

Отже, знову повертаємося до логіки, тому що істотним є не лише формування окремих понять, а створення їх системи. Хоча систему створює сама наука, але поняття пов'язані між собою логікою. Логічне судження, з одного боку, – це судження з приводу окремих сторін предмета, а з другого – судження про зв'язки між поняттями. Рух у логіці цих зв'язків і є логікою мислення. У результаті ми матимемо можливість добитися того, щоб навчання в школі було розвивальним. Адже розвиток мислення дітей у початковий навчальний період – ключ до їх розумового розвитку в цілому.

Відомий фізик М. Лауе в афористичній формі дав таке визначення освіти: «Освіта – це те, що залишається, коли все вивчене вже забуто».

А що залишається в людини після того, як усе вивчене в школі забуто? У неї залишаються певні вміння і навички. Що ми розуміємо під навичками і вміннями?

Навчальна діяльність учнів складається з окремих дій. Ці дії дуже різноманітні й утворюють складну ієрархічну структуру. Серед них є найпростіші, які виконуються часто, наприклад, дії написання цифр, дії знаходження суми, різниці і т. д., дії розчленування задачі на умову і запитання. Кожна з цих дій входить як складовий елемент до більш складних дій. Необхідно, щоб учень виконував їх швидко й безпомилково, автоматизовано. Таке *автоматизоване* виконання простих основних дій називають *навичками*. Самі дії, які виконують за допомогою навичок, перетворюються в операції – складову частину більш складних дій. «Навичка, – вказує С. Л. Рубінштейн, – виникає як свідомо автоматизована дія, а потім функціонує як автоматизований спосіб виконання дій. Те, що дана дія стала навиком, означає, що учень в результаті вправління дістав можливості здійснювати дану операцію, не роблячи її виконання своєю свідомою ціллю» [32].

Для виконання більш складних дій, таких як розв'язування рівнянь, складених задач та ін., учень повинен володіти діями з використання знань і навичок. А оволодіння складною системою теоретичних і практичних дій, необхідних для доцільної регуляції діяльності наявних в учнів знань і навиків, називають уміннями.

Отже, *вміння* – це свідоме використання наявних в учнів знань і навичок для виконання складних дій у різних умовах. Формування *навичок і вмінь* – дуже складний, довготривалий процес. Розглянемо деякі загальні умови його ефективності.

Спостерігаючи за діями дорослих, наслідуючи їх, дитина сама починає виконувати ті чи інші дії. Під час навчання вчитель спеціально показує і пояснює, як потрібно здійснювати ту чи ту дію, керує її виконанням. Спочатку дитина виконує нову дію предметно, наприклад, рахуючи, перекладає палички; пише елементи цифр, а потім і самі цифри, сприймаючи їх спочатку як матеріалізовані об'єкти і т. д. І лише поступово дія ця стає внутрішньою, психічною, розумовою; дитина може вже виконати її в думці, вона може вільно регулювати, планувати, передбачати результати її планування і т. д.

Процес переходу зовнішньої предметної дії у внутрішню психічну дію називають *інтеріоризацією*.

Які ж вимоги до організації процесу формування розумових дій, виконання яких забезпечує високу ефективність навчання навичок і вмінь? На нашу думку, відповідь на це та інші питання щодо формування вмінь та навичок можна знайти у праці Н. Ф. Тализіної [147]. Вона виділяє такі вимоги:

I. Повнота орієнтованої основи розумових дій. Формування будь-якого навичку чи вміння починається з надання учням такої системи вказівок і орієнтирів, з допомогою яких учень зможе самостійно виконати цю дію. Ця система вказівок і орієнтирів називається орієнтовною основою формувальної дії.

Така основа подається в різних формах:

- 1) у вигляді зразка;
- 2) у вигляді словесного пояснення з одночасним показом процесу виконання дії;
- 3) у вигляді покрокового алгоритму і т. д.

Важливо, щоб ця орієнтовна система була повною, тобто щоб містила всі необхідні вказівки й орієнтири. Наприклад, навчання учнів письма цифр звичайно проводиться за допомогою показу процесу написання. Природно, що такий показ не містить повної системи орієнтирів, тому потребує великої кількості повторень (вправлень) для того, щоб дитина набула міцного навичку з написання цифр. Якщо ж дітям орієнтовно дати основу у вигляді вказівок, що для написання цифри треба розставити опорні точки в тих місцях цифр, де їх складові лінії міняють напрямок, а потім з'єднати ці опорні точки відповідними лініями, то діти оволодіють загальним навичком написання будь-якої цифри за досить короткий період.

II. Розгорнутість дії під час її початкового показу й засвоєння. Коли учні вже засвоїли розумову дію й набули достатнього навичку чи вміння в її виконанні, то процес виконання проходить згорнуто, у ньому вже відсутні деякі ланки, окремі операції виконуються по думки й не фіксуються. Наприклад, алгоритм письмового ділення багатоцифрового числа на двоцифрове число. (Пояснити поетапно, тобто подати його виконання в розгорнутому вигляді на прикладі ділення 232 047 на 23).

III. Поелементне засвоєння складної дії. Багато математичних операцій, що їх учні повинні засвоїти, досить складні за своєю струк-

турою і складаються з ряду елементарних дій. Коли учень набув навичку виконання такої складної операції, він виконує всі елементарні дії поступово одну за одною. Однак під час засвоєння навичку цієї операції кожен окремих її елемент треба засвоювати окремо, як самостійну дію. Наприклад, операція обчислення такого виразу $467\,915 : (31\,353 - 48 \cdot 609)$ складається з цілого ряду елементарних дій, першою з яких є встановлення порядку виконання дій. Для того, щоб учні не робили помилок, треба операцію встановлення порядку виконання дій виділити в окрему й виробити в учнів міцний навик її виконання. Тому перед тим, як давати учням вправи на обчислення, потрібно виконати з ними достатню кількість вправ такого характеру: «Вкажи порядок дій у виразі ...».

IV. Усвідомленість та повноцінність навиків і вмінь. Учні повинні мати знання, на основі яких виконуються ці навички і вміння, тобто вони повинні знати, чому ця операція виконується саме так і як її можна виконати по-іншому. До складу вмінь повинні входити навички планування операції, прогнозування її результатів і навички контролю за ходом виконання цієї дії. Важливо, щоб учень завжди міг пояснити, чому і як він виконує цю операцію, у яких випадках її можна використовувати.

V. Тривалість процесу формування навиків і вмінь. Формування міцних навиків є процесом довготривалим, тому його не можна проводити ущільнено, протягом короткого часу методом багаторазових і частих вправлянь. Більш ефективним є розтягування процесу формування навиків чи вмінь у часі. Для цього можна, по-перше, використовувати вправи, які готують учнів до оволодіння новими навичками чи вміннями. Це вправи, за допомогою яких учні відпрацьовують елементи нового, поки що їм не відомого навичку чи вміння. По-друге, після того, як учні ознайомляться з новою навичкою чи вмінням і певною мірою вже оволодіють ним, вправляння в цій навичці не повинні закінчуватися, а мають тривати як складова частина нових навичок і вмінь. Адже всі математичні навички і вміння взаємопов'язані, треба лише виявити ці зв'язки й використовувати для вправляння в раніше засвоєних навичках та вміннях.

VI. Поетапне відпрацювання кожної навички і вміння. У процесі формування розумових дій виділяють такі етапи:

1. Етап ознайомлення учнів з орієнтовною основою дії, яка формується. Діти ознайомлюються з нею, стежать, як учитель виконує

цю дію, спостерігають, як відповідно до орієнтирів та вказівок виконуються окремі елементи цієї дії.

2. Етап формування дії в матеріальному (матеріалізованому) вигляді. На цьому етапі учні вже виконують дії, але поки що в зовнішній, матеріальній чи матеріалізованій формі з розгорнутим виконанням усіх операцій, які входять до її складу.

3. Етап формування дії як зовнішньомовної (коли всі елементи дії учень фіксує у формі зовнішньої мови).

4. Етап формування дії при промовлянні окремих елементів її в думці (про себе). На цьому етапі і на двох попередніх учень стежить за відомою йому схемою орієнтовної основи дій (на прикладі алгоритму письмового множення) за виконанням кожного кроку програми. Відмінність між цими етапами полягає в тому, що на матеріальному чи матеріалізованому етапі учень фактично використовує схему, маючи її перед собою, а на наступних етапах її забирають, і учень по пам'яті промовляє вголос чи подумки всі кроки операції. Але при потребі він може заглянути в схему.

5. Завершальний етап – формування дій як внутрішніх розумових. На цьому етапі дія набуває швидкого автоматичного характеру й недоступна для спостереження.

Такого розгорнутого поетапного формування розумових операцій необхідно дотримуватись у тих випадках, коли ставиться завдання сформувати в учнів міцні навички виконання певної дії. У математиці таких дій багато, тому виконання вчителем поетапного формування дій є неодмінною умовою ефективності навчання навичок у них.

Розділ II. СТРУКТУРУВАННЯ АРИФМЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ, ЩО ВИВЧАЄТЬСЯ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

2.1. Структура уроку математики в початковій школі та основні вимоги до неї

Урок є складним «відрізком» навчального процесу. Як усі складні об'єкти, уроки можуть бути поділені на типи за різними ознаками. За якими ж ознаками групуються уроки математики? Кількість класифікацій сьогодні сягає десятків.

Із педагогів минулого найстрункішу класифікацію уроків дав К. Д. Ушинський. Він виділив такі типи уроків:

1) уроки змішані, метою яких є повторення вивченого, пояснення і закріплення нового матеріалу;

2) уроки усних вправ,

3) уроки письмових вправ,

4) уроки перевірки й оцінки знань, які проводяться після певного періоду навчання та наприкінці навчального року.

Сучасна дидактика (В. О. Онищук, М. А. Сорокін, М. І. Махмутов, М. В. Богданович, В. Ф. Шаталов, О. Я. Савченко та ін.) загалом зберігає розроблену К. Д. Ушинським класифікацію уроків, але дещо її уточнює. Основними типами уроків, які проводяться в школі, є такі:

1) комбіновані (змішані);

2) уроки засвоєння нових знань;

3) уроки засвоєння навичок і умінь;

4) уроки застосування знань, навичок і умінь;

5) уроки узагальнення й систематизації знань;

6) уроки перевірки, оцінки і корекції знань, навичок і умінь.

Названі вище типи уроків уходять до системи, створеної на основі дидактичної (навчальної) мети занять. Класифікація уроків за основною дидактичною метою найзручніша для вчителя. Складаючи календарний або тематичний план занять, учитель розподіляє уроки на весь розділ за дидактичною метою: якщо вивчаються поняття, закони, теорії і ставиться завдання свідомого та міцного засвоєння їх

учнями, то такі заняття належать до уроків засвоєння нових знань; якщо ж передбачається формування в учнів навичок, то такі заняття належать до уроків засвоєння вмінь і навичок. Після вивчення великих та важливих розділів уводяться уроки узагальнення й систематизації знань.

Під поняттям «структура уроку» розуміють побудову уроку: елементи або етапи будови уроку, їх послідовність, взаємозв'язки між ними.

Характер елементів структури визначається тими завданнями, які постійно слід вирішувати на уроках певного типу, щоб найбільш раціональним способом досягти тих чи інших дидактичних завдань. Характер і послідовність цих завдань залежать від логіки і закономірностей того навчального процесу, який реалізується на уроках певного типу. Зрозуміло, що логіка засвоєння знань відрізняється від логіки засвоєння умінь і навичок, а тому й відрізнятиметься структура уроків відповідних типів. У зв'язку з цим кожний тип уроку має власну структуру.

У структурі кожного типу уроку є внутрішня структура кожного етапу (мікроструктура). Вона визначається найдоцільнішим добром методів, прийомів і засобів навчання, необхідних для вирішення поставлених навчальних завдань. Наприклад, етап сприймання й усвідомлення учнями навчального матеріалу з математики може відбуватися на основі пояснення вчителя нового, створення проблемної ситуації, бесіди з використанням основних логічних прийомів, самостійної роботи з підручником тощо. Етап осмислення знань – за допомогою ширшої мисленнєвої діяльності учнів: аналізу вивчених матеріалів або здобутих фактів, порівняння, узагальнення, розкриття логічно-наслідкових зв'язків, формування висновків, виконання проблемних завдань тощо.

Сьогодні вчитель вільно вибирає структуру уроку. Йому не обов'язково дотримуватися формального поєднання й послідовності етапів уроку. Але при цьому вчитель не може порушувати закономірностей пізнавальної діяльності, не враховувати її ефективності. Важливим сучасним положенням є також те, що доцільність тих чи інших типів і структур уроку пропонується оцінювати за кінцевим результатом процесу навчання, а не за структурною досконалістю окремих уроків.

Комбінований (змішаний) урок має класичну чотириетапну структуру, яка бере свій початок від Я. А. Коменського і І. Ф. Гербарта. Вона спирається на формальні ступені (рівні) навчання: підготовку до засвоєння нових знань; засвоєння нових знань, умінь; їх закріплення і систематизацію; застосування на практиці. Етапи комбінованого уроку визначаються так:

1. Повідомлення теми, мети й завдань уроку, мотивація учіння школярів.

2. Перевірка, оцінка та корекція засвоєних раніше знань, навичок і вмінь.

3. Відтворення й корекція опорних знань учнів.

4. Сприймання й осмислення, узагальнення та систематизація учнями нових знань.

5. Підсумки уроку, повідомлення домашнього завдання [149].

З наведеної структури видно, що комбінований урок має досягти двох або кількох рівнозначних освітніх цілей. Етапи уроку можуть бути скомбіновані в будь-якій послідовності, що робить його гнучким і придатним для вирішення широкого кола навчально-виховних завдань.

З усіх зазначених типів комбінований урок найпоширеніший у сучасній початковій школі. Згідно з деякими даними комбіновані уроки займають 75–80 % загальної кількості уроків, що проводяться в початковій школі.

Спробуємо розкрити суть та дидактичні основи названих вище етапів комбінованого уроку.

Насамперед нагадаємо, що, готуючись до уроку, учитель детально продумує їх цільові установки, зокрема конкретні освітні, розвивальні та виховні завдання, які він буде вирішувати на кожному етапі уроку. Без цього урок матиме аморфний характер.

Організація учнів до активної участі на уроці не повинна забирати багато часу. Важливо залучити їх до роботи з першої хвилини. Саме тому початок уроку має бути динамічним, давати учням заряд енергії, бадьорості, діловитості.

Повідомлення теми, мети та завдань уроку. Тему кожного уроку учитель повідомляє на початку заняття або під час переходу до роботи над новим матеріалом. При цьому важливо її чітко сформулювати, визначити завдання уроку й основні питання, які учні повинні засвоїти (освітні завдання уроку). Водночас учитель наголошує на

необхідності активності й самостійності при осмисленні та засвоєнні нової теми, що спричиняє розвивальне й виховне завдання уроку. Повідомлення теми, мети та завдань уроку сприяє підвищенню організаційної чіткості й цілеспрямованості уроку.

Мотивація навчальної діяльності учнів. Під мотивом учіння розуміють внутрішні імпульси, які спонукають учнів до активної пізнавальної діяльності, спрямованої на засвоєння й застосування знань, навичок і вмінь. Звідси мотивація учіння – це застосування різних способів і засобів формування в учнів позитивних мотивів учіння.

Способи мотивації можуть бути різні: постановка проблемного навчального завдання, створення проблемної ситуації, ситуації успіху, повідомлення учням практичного чи теоретичного значення нового матеріалу, формування інтересу до знань.

Мотивація учіння не складає окремого етапу. Ця робота ведеться протягом усього уроку.

Повторювально-навчальна робота щодо пройденого матеріалу є досить важливим етапом комбінованого уроку. Її навчальне значення обумовлене трьома положеннями:

1) якщо учень передбачає, що його знання будуть перевірені, то він краще готується до уроку;

2) перевірка знань завжди пов'язана з активним відтворенням матеріалу, що є кращим засобом його засвоєння;

3) повторення й перевірка знань пов'язані з мовленнєвим (словесним) відтворенням вивченого матеріалу, що, природно, сприяє розвитку мови та мислення [106].

Це означає, що піддаватися перевірці й відтворенню повинні знання не окремих учнів, а всього класу. Тому передові вчителі, не відмовляючись від індивідуального усного опитування, широко застосовують фронтальне й ущільнене опитування, а також виставлення учням поурочного бала.

Поряд із різними методами усного опитування в школах поширена методика письмових відповідей учнів на запитання з пройденого матеріалу.

Повторювально-навчальна й перевірна робота має поєднуватися з актуалізацією (відтворенням, оживленням у пам'яті) знань, навичок і вмінь, які повинні стати опорою для засвоєння нових понять.

Сприймання, осмислення й засвоєння (запам'ятовування) нового матеріалу. Сприймання є першим етапом процесу засвоєння учнями

навчального матеріалу. Найбільш успішно цей процес забезпечується правильним поєднанням усього викладу, наочних посібників і самостійної роботи учнів із підручником. При первинному сприйманні учні усвідомлюють і запам'ятовують основні факти, події, ознаки, властивості предметів, явищ, процесів, відомості про те, коли, що і як відбувалося, до яких наслідків привело. Проте це сприймання є поверховим, неповним і не зовсім точним – таким, що не дає ґрунтовних знань.

Тому після первинного ознайомлення з новим матеріалом і усвідомленням зовнішніх ознак та властивостей учитель організовує його поглиблене вивчення. Ця робота може мати різні варіанти:

а) учитель сам двічі викладає новий матеріал за допомогою розповіді, пояснення, бесіди, а потім переходить до опитування учнів за його змістом;

б) учитель спочатку сам пояснює новий матеріал, а потім організовує самостійну роботу учнів із підручником для глибшого осмислення й засвоєння нової теми;

в) учитель визначає тему й мету уроку, створює проблемну ситуацію, визначає питання, які учні повинні засвоїти, а потім організовує їх самостійну роботу з підручником. Після цього проводиться бесіда для поглибленого осмислення й засвоєння нового матеріалу.

Осмислення знань – це заглиблення в суть явищ, процесів. Воно передбачає насамперед розкриття внутрішніх закономірних зв'язків і відношень між об'єктами вивчення або всередині об'єктів, між їх складовими елементами.

Основними прийомами й операціями в осмисленні є аналіз і синтез, абстрагування і конкретизація, порівняння й узагальнення, застосування логічного й генетичного (історичного) підходу, моделювання тощо.

Задля осмислення на уроці нового матеріалу вчитель може запропонувати учням відповісти на питання підручника, скласти проблемні завдання й розв'язати їх.

Узагальнення й систематизація знань. Під узагальненням розуміють мисленнєве виділення властивостей, які належать певному класу предметів чи понять; перехід від одиничного до загального. Систематизація – це мисленнєва діяльність, у процесі якої виучувані поняття організовуються в певну систему понять на основі вибраного

принципу. Вищою формою систематизації є організація виучуваного й засвоєного раніше матеріалу в систему знань, у якій розрізняють поняття, факти, висновки.

Узагальнення й систематизація як етап уроку має визначити послідовність та підпорядкованість вивчених на уроці й засвоєних раніше споріднених понять на основі встановлених між ними істотних зв'язків і взаємозалежностей, визначити місце виучуваного поняття в системі відповідних знань. Результати узагальнення – поняття різного ступеня загальності: правила, теореми, задачі, схеми, алгоритми, орієнтири, принципи.

Підбиваючи підсумки уроку, вчитель коротко повідомляє, якими знаннями оволоділи учні, як працював клас, окремі учні.

Домашнє завдання не слід давати наспіх. Потрібно пояснити зміст роботи, способи й послідовність її виконання. В окремих випадках доцільно перевірити, як учні зрозуміли зміст домашньої роботи.

Крім своєї важливої переваги – можливості досягати на одному уроці декількох цілей, комбінований урок має і недоліки. Вони полягають у тому, що в учителя не вистачає часу не тільки на засвоєння нових знань, а й на інші види пізнавальної діяльності. Продуктивність усіх етапів знижується ще й тому, що значно виріс обсяг знань, які вивчаються на уроці; у багатьох школах переповнені початкові класи, що ускладнює управління пізнавальними процесами; погіршилося ставлення учнів до навчання. У зв'язку з цим виникли і практикуються інші типи уроків, на яких учні займаються переважно яким-небудь одним видом діяльності: уроки засвоєння нових знань; формування нових умінь; узагальнення й систематизації знань, умінь; застосування знань, умінь на практиці; контролю і корекції знань. Структура цих типів уроків складається здебільшого з трьох частин: 1) організації роботи – перевірки домашнього завдання, актуалізації опорних знань, навичок і умінь; мотивації учіння; повідомлення теми, мети, завдань уроку; 2) головної частини – формування, засвоєння, повторення, закріплення, узагальнення, систематизації знань, умінь; контролю; 3) підведення підсумків і домашнього завдання.

Ми описали етапи уроків традиційної структури.

Сучасна програма навчання математики молодших школярів спрямовує вчителів на пошук такої логіки взаємозв'язків між структурними компонентами методичної системи навчання, яка б забезпе-

чувала найбільш ефективний результат навчання. *Визначити ефективність* – означає порівняти досягнуті результати з тими результатами, які проектувалися як оптимальні. Щоб виявити ефективність на рівні навчального предмета чи окремої його теми, треба порівняти результати їх засвоєння (у вигляді теоретичних, емпіричних та практичних знань і умінь) з вимогами програми.

Співвідношення результату і міри дають можливість визначити коефіцієнт ефективності навчання (від 0 до 1). Розкривши суть ефективності, з'ясуємо, що ж є результатом та мірою ефективності навчання. *Результат навчання* – засвоєння теоретичних знань (закономірності, правила, знання про ознаки, властивості тощо) та практичних умінь і навичок.

Мірою навчання, з якою потрібно порівнювати результати навчання, є мета уроку, яка повинна бути дидактично грамотно сформульована вчителем.

Наприклад: сприйняти та усвідомити знання (про число й цифри), осмислити й зрозуміти зв'язки (між різними способами утворення числа при лічбі, при прилічуванні одиниці до попереднього числа, при утворенні нових лічильних одиниць); навчити застосовувати знання та вміння; узагальнити й систематизувати знання (про число й цифри); перевірити та оцінити знання чи вміння і, якщо потрібно, внести корекцію тощо.

Якщо результат навчання повністю збігається з метою уроку, можна зробити висновок про високу ефективність роботи вчителя та учнів. Вона відображена в ході уроку, правильно підібраному типі уроку та його структурних компонентів, які логічно взаємозв'язані між собою.

Чому саме за таких умов можна забезпечити ефективність навчання? А тому, що сучасна класифікація уроків математики в початковій школі будується на основі ідеї про мету уроку.

Саме тут ми бачимо проблему:

1. Методичні рекомендації для вчителів некоректно формують мету уроку.

2. Вчителі, відповідно, підбирають недоцільний тип уроку і його структуру.

3. Логіки зв'язків між етапами уроку і в більшості методичних посібників, і в учительських конспектах майже немає.

4. Як результат, ефективність навчання математики на уроці зменшується на 40–50 %, а інколи й більше. На це, зокрема, вказують такі автори, як В. І. Бондар, О. Я. Савченко [21; 135].

Опишемо нашу методику проведення основних етапів уроку ознайомлення з новим математичним матеріалом. Оскільки навчально-пізнавальна діяльність учнів і керування нею з боку вчителя становлять єдиний процес, то, відповідно, основні етапи підготовки до ознайомлення з новим матеріалом такі:

1. Актуалізація опорних знань, умінь і навичок або підготовка до вивчення нового матеріалу.

2. Мотивація необхідності вивчення нового навчального матеріалу (*постановка* учням пізнавального завдання).

3. Оголошення теми нового навчального матеріалу (*усвідомлення* учнями пізнавального завдання).

4. Ознайомлення з новим навчальним матеріалом (*сприймання* учнями навчального матеріалу).

5. Первинне закріплення (*осмислення* нового навчального матеріалу; розуміння основної його інформації – алгоритм дій, правило міркування; узагальнення і систематизація, тобто доведення до розуміння учнями змісту нового матеріалу). Завдання для учнів узяті в дужки відповідно для кожного етапу роботи вчителя з учнями.

Отже, мета кожного уроку ознайомлення з новим математичним матеріалом має починатися зі слів:

а) усвідомити і сприйняти

б) осмислити і зрозуміти

в) узагальнити й систематизувати знання про... (якщо це урок узагальнення й систематизації знань).

Визначившись із метою, спробуємо показати нашу методику проведення основних етапів вивчення нового матеріалу.

Урок узагальнення знань (урок вивчення нового матеріалу)

Тема. Узагальнення знань учнів про числа першого десятка. Виділення основних властивостей чисел цього ряду.

Мета уроку: узагальнити й систематизувати знання про числа першого десятка й виділити основні властивості чисел цього ряду.

Основні етапи уроку

1. Актуалізація опорних знань, умінь і навичок

Вчитель: Назвіть числа від одного до 10. (Учні називають хором).

Вчитель: Запишемо ці числа в порядку їх зростання. (Вчитель пише на дошці, а учні – в зошитах).

Вчитель: Як називаються знаки, за допомогою яких ми можемо записувати числа? (Цифри).

Вчитель: Скільки цифр ми знаємо (10). Покажіть їх.

Вчитель: Покажіть цифру 1. Що можна розповісти про число, позначене цією цифрою? (Отримуємо при лічбі. Один предмет (олівець, ручка, зошит...). Відповідає на запитання «Скільки?», означає «всього по 1». Позначається цифрою 1.

Вчитель: Покажіть цифру 5. Складіть розповідь про число, яке позначає ця цифра.

Вчитель: Складіть розповідь (оповідання) про число 7, число 10 і т. д.

Вчитель: Скільки знаємо способів утворення числа? (Два – при лічбі і при прилічуванні, відлічуванні (одиниці до попереднього числа, одиниці від наступного числа).

Вчитель: Як утворити наступне (попереднє) число?

Вчитель: Яка різниця між числами і цифрою? (Число відповідає на питання «Скільки?», тобто це кількість. Число означає – «всього по ...», цифра – знак, який позначає число).

2–3. Оголошення теми нового матеріалу і мотивація необхідності його вивчення

Вчитель: Отже, ми сьогодні будемо узагальнювати наші знання про числа першого десятка та спробуємо знайти їх властивості.

Чи потрібно нам це робити? (Потрібно, щоб можна було скласти розповідь про кожне число).

Вчитель: Чи не могли б ви полегшити мені роботу, для того, щоб не ставити вам постійно одних і тих самих запитань? (Можна).

Вчитель: А яким чином? (Учні пропонують різні варіанти).

4. Ознайомлення з новим матеріалом

Вчитель: Давайте складемо таку опорну схему. (Вчитель складає разом з учнями).

Число:

1) отримуємо такими способами – при лічбі; при прилічуванні одиниці до попереднього числа (відлічуванні одиниці від наступного числа);

2) відповідає на питання «Скільки?»;

- 3) означає «всього по ...» (усього по 2, 3 і т. д.);
- 4) позначається цифрою (знаком);
- 5) для запису чисел існує десять цифр;
- 6) складається з окремих одиниць;
- 7) числа можна порівнювати – із двох чисел більшим буде те число, в якому більше одиниць;
- 8) має числа-сусіди, тобто попереднє і наступне числа;
- 9) має своє місце в числовому ряді.

Кожен пункт схеми унаочнюється конкретними прикладами.

5. Первинне закріплення

Учитель ставить запитання з опорної схеми по порядку – учні відповідають. Учні ставлять запитання з опорної схеми по черзі – вчитель відповідає. Учні ставлять запитання з опорної схеми по порядку – учні відповідають. (Таким чином здійснюється мимовільне запам'ятовування учнями порядку запитань опорної схеми).

Ми навели зразок методики проведення основних етапів уроку узагальнення й систематизації знань, саме тому, що цей урок є уроком вивчення нового матеріалу, а не уроком закріплення знань, умінь і навичок, як помилково думають окремі вчителі та методисти. На цьому уроці ми використали такий етап, як *актуалізація опорних знань, умінь і навичок*.

Під актуалізацією опорних знань, умінь і навичок розуміємо *відтворення в пам'яті учнів у певній системній логічній послідовності тих знань, умінь і навичок, які потрібні їм для сприймання нового матеріалу*. Цей етап уроку ніяк не підміняє назви – *підготовка до вивчення нового матеріалу*. Це одні й ті ж етапи, але з різним структурним навантаженням, тому що етап підготовки до вивчення нового матеріалу не передбачає побудови завдань у системній логічній послідовності.

Первинне закріплення як етап уроку передбачає переклад із математичної мови на літературну, тобто на цьому етапі потрібно завжди формулювати правила, алгоритми дій, міркування, судження, але не виконувати обчислення, подібні до тих, що виконувалися на етапі ознайомлення з новим матеріалом. Для подібних обчислень існує свій етап уроку – етап закріплення нових та раніше вивчених знань, умінь і навичок. Цей етап детальніше описаний у різних

методиках викладання математики в початковій школі, тому ми на ньому зупинятися не будемо.

Максимальний розвиток тут мають дістати методи і прийоми, які сприяють підвищенню інтересу до вивчення математики, свідомому засвоєнню математичних понять, стимулюють активність учнів, розвивають у них навички самостійної роботи, уміння раціонально й творчо виконувати завдання, самостійно застосовувати набуті раніше знання. А щоб цього досягти, вчителеві ніколи не можна забувати про основні дидактичні принципи – доступності, наступності й послідовності. Але, не здійснивши структурування змісту навчального матеріалу, якого потрібно буде навчити молодших школярів на уроках математики впродовж чотирьох років навчання, стає зрозуміло, що досягти поставлених вище завдань майже неможливо.

2.2. Структури основних тем арифметичного матеріалу

У процесі підготовки вчителів початкових класів до проведення уроку математики велике значення має глибоке ознайомлення їх з основними формами математичних знань, які є теоретичною основою початкового курсу математики. Деякі аспекти цього питання розроблено в працях В. М. Богдановича, Н. А. Глузмана, І. Я. Зязюна, Л. В. Коваль, Л. С. Сухаревої та інших.

Детальний аналіз уроків математики показав, що вчителі недостатньо уявляють собі цілісну систему навчального матеріалу з математики. Основною причиною цього є нечітке виділення основних форм знань, які входять в обсяг кожної теми в підручниках із методики викладання математики в початковій школі та методичних посібниках для вчителів, а також відсутність у них структурно-логічних схем основних тем математичного матеріалу та взаємозв'язку між ними.

Для того, щоб покращити ознайомлення студентів і вчителів з основними формами математичних знань, ми розробили логічні структури двох тем: «Нумерація невід'ємних чисел» та «Арифметичні дії, усні табличні, позатабличні і письмові обчислення».

Учителі повинні знати, що до складу кожної теми входять, зокрема: наукові факти, уявлення та поняття, закони, закономірності, принципи, теорії та ідеї, методи і правила.

Наукові факти: властивості множини натуральних чисел (нескінченність, дискретність, упорядкованість), властивості чисел (рефлексивність, симетричність, транзитивність) і т. д.

Уявлення та поняття. Виділяють уявлення трьох ступенів узагальненості. Уявлення першого ступеня узагальненості відображають спільні риси багатьох однорідних поодиноких предметів (уявлення про сосну взагалі). До уявлень другого ступеня відносять схематичні образи, які відображають головні схожі риси однорідних поодиноких предметів (наприклад, уявлення про дерево взагалі). Уявлення третього ступеня узагальненості (схематизовані уявлення) – відображення предмета у вигляді умовного графічного зображення. Таке уявлення про певний предмет являє собою чуттєве знання про нього. Своїми узагальненими рисами уявлення наближаються до поняття.

До знань, якими повинні оволодіти учні під час вивчення теми «Нумерація чисел» у формі уявлень різного ступеня узагальненості, відносять такі: множина, елемент множини, порівняння множин предметів за кількістю елементів, порожня множина; однакова кількість, неоднакова кількість, лічба і число, позначення числа цифрою, число і цифра нуль, лічильна одиниця, усна та письмова нумерація, десяткова система числення та ін.

Принципи: принцип побудови десяткової системи числення; принцип побудови позиційної та непозиційної систем числення.

Теорії та ідеї. В основу нумерації чисел покладено теорію чисел. Основна ідея цієї теми – ідея побудови позиційної системи числення та ідея створення десяткової системи числення.

Методи і правила. Розрізняють загальні методи наукового пізнання та методи ознайомлення учнів із різними формами знань. У структурі навчального предмета правила складають компоненти системи способів виконання відповідних дій. Розглядають правило написання цифр, правила запису багатоцифрових чисел і т. д.

Далі подаємо структурно-логічні схеми основних тем арифметичного матеріалу, що вивчається в початковій школі.

1) Нумерація цілих невід'ємних чисел

Структурно-логічна схема цієї теми за чинною програмою має такий вигляд (схема 2.1).

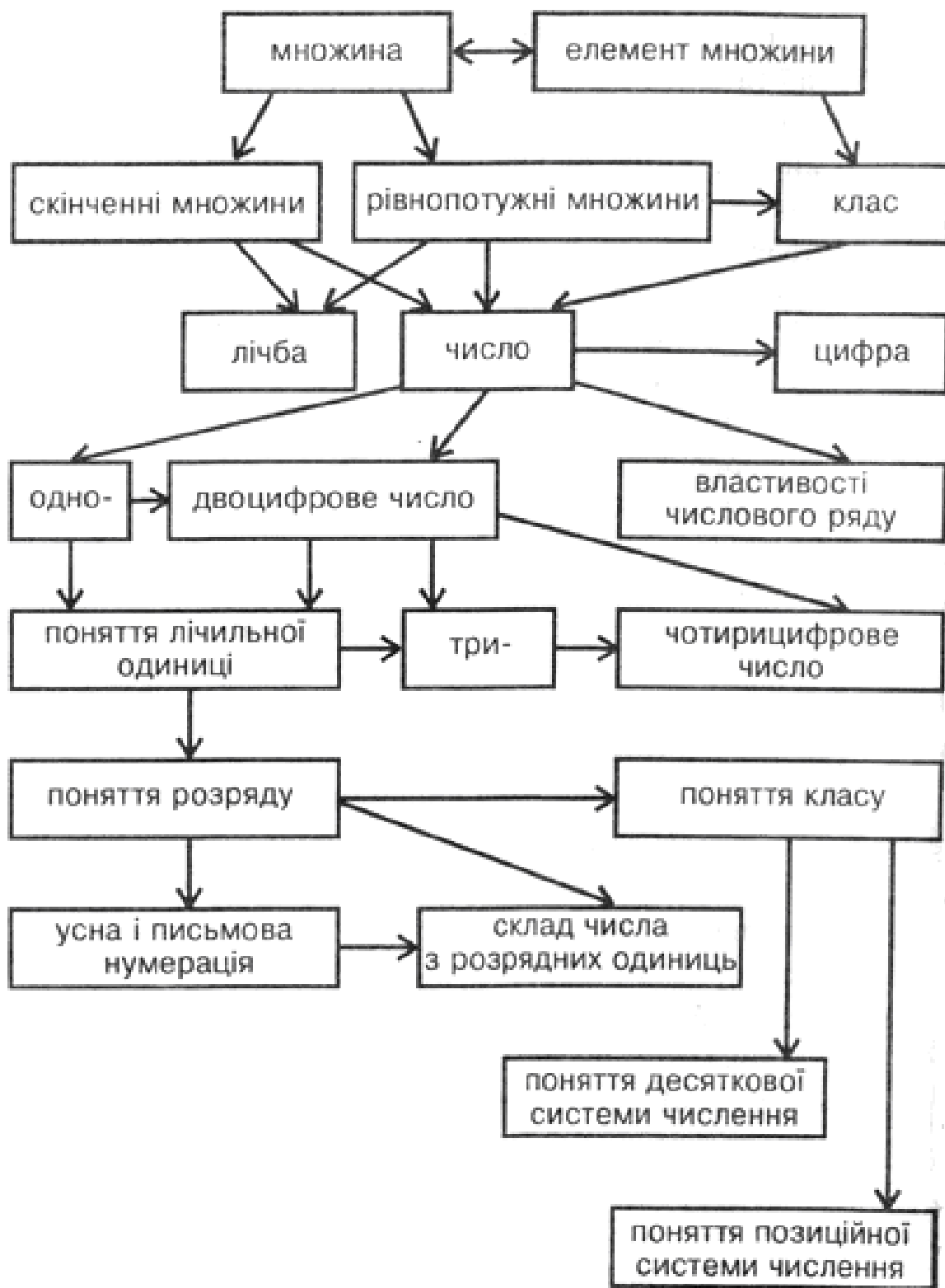


Схема 2.1. Логічна структура теми «Нумерація цілих невід’ємних чисел»
(за чинною програмою навчання)

Зробимо короткий логічний аналіз теми «Нумерація цілих невід’ємних чисел» у порядку викладу:

1. Основне поняття «Число». Визначається на рівні уявлення (означення цього поняття не дається).

2. Ознаки кількісного числа: а) відповідає на питання «Скільки?»; б) означає «Всього по...».

3. Ознаки порядкового числа: а) відповідає на питання «Який по порядку?»; б) треба знати, звідки починати лічити.

4. Ознайомлення з терміном «цифра».

5. Виділення окремих властивостей чисел (за допомогою наочності):

а) кожне число має числа-сусіди (дискретність множини натуральних чисел);

б) кожне наступне число утворюється з попереднього додаванням до нього 1 (множина натуральних чисел нескінченна у бік збільшення), кожне попереднє число утворюється з наступного відніманням від нього 1;

в) кожне число утворюється з окремих одиниць;

г) для чисел, завжди можна сказати, яке з них більше, а яке менше (кожне число має своє місце в числовому ряді);

г) для запису чисел існує тільки десять цифр.

6. Для запису чисел, більших від 10, застосовують поняття «лічильна одиниця». Таких лічильних одиниць у початковій школі розглядають шість: одиниці, десятки, сотні, тисячі, десятки тисяч, сотні тисяч.

7. Ці лічильні одиниці мають назву розряди.

8. Розряди групуються в класи: клас одиниць, клас тисяч і т. д.

9. Виходячи з такої побудови числа, кожна цифра в ньому має своє місце і своє значення.

10. Цифра 0 у середині і в кінці числа означає відсутність одиниць відповідного розряду.

11. Залежно від кількості цифр у ньому, кожне число має свою назву (одноцифрове, двоцифрове і т. д.).

12. Кожне число, починаючи з двоцифрового, можна розкласти на суму розрядних одиниць (розрядних доданків).

Це основні поняття й властивості, які потрібно розкрити учням початкової школи, ознайомлюючи їх із цілим невід'ємним числом. Тут учні дізнаються про різні способи утворення числа «нуль» та його місця в числовому ряді.

Дамо коротку психологічну характеристику матеріалу теми:

1. Усі терміни вводяться на рівні уявлень.

2. З числом та його властивостями ознайомлюють за допомогою наочності.

3. Числа вивчають концентрично: десяток; сотня; тисяча; багатоцифрові числа. Це забезпечує постійне відтворення в пам'яті раніше вивчених чисел, їх властивостей, а також допомагає використовувати прийом аналогії у вивченні нового матеріалу.

Кожен учитель, який може скласти аналіз матеріалу за темами, легко добирає дидактичні методи й прийоми роботи з учнями.

Отже, ціль структурного аналізу – виявити зміст і побудову тих конкретних дій учня, за посередництвом яких його можна буде ввести у сферу знань цієї теми.

Завдання аналізу:

1. Вивчити історію виникнення і розвитку в математиці основних понять теми; проаналізувати в наявній навчально-методичній літературі трактування цих понять; виділити ідеї, які лежать в основі цієї теми й оволодіння якими становить мету вивчення.

2. Встановити логічну структуру теми, виділити основні поняття, на основі яких можна ввести решту понять і показати логічні зв'язки між ними.

3. Скласти перелік знань, які повинні засвоїти учні, а також перелік умінь і навичок, якими вони мають оволодіти.

Тут можна було б спеціально формувати основні логічні прийоми (прийоми розумової діяльності).

Прийом порівняння – основний логічний прийом – можна вводити вже під час ознайомлення учнів із множинами та операціями над ними (див. схему 2.2). Методику ознайомлення з прийомами описала Н. Ф. Тализіна [147].

Прийом класифікації, в основі якого лежать основні вміння прийому порівняння, доцільно вводити відразу ж після ознайомлення з порівнянням.

Уведення цих прийомів полегшить усвідомлення учнями поняття «числа», яке вивчається після введення множин і операцій над ними. В такий спосіб ми могли б більш ефективно сприяти розвитку розумової діяльності молодших школярів і свідомому засвоєнню ними понятійного апарата математичного матеріалу.

Тому, удосконалена нами структурно-логічна схема теми «Нумерація цілих невід'ємних чисел» має наступний вигляд (див. схему 2.2).

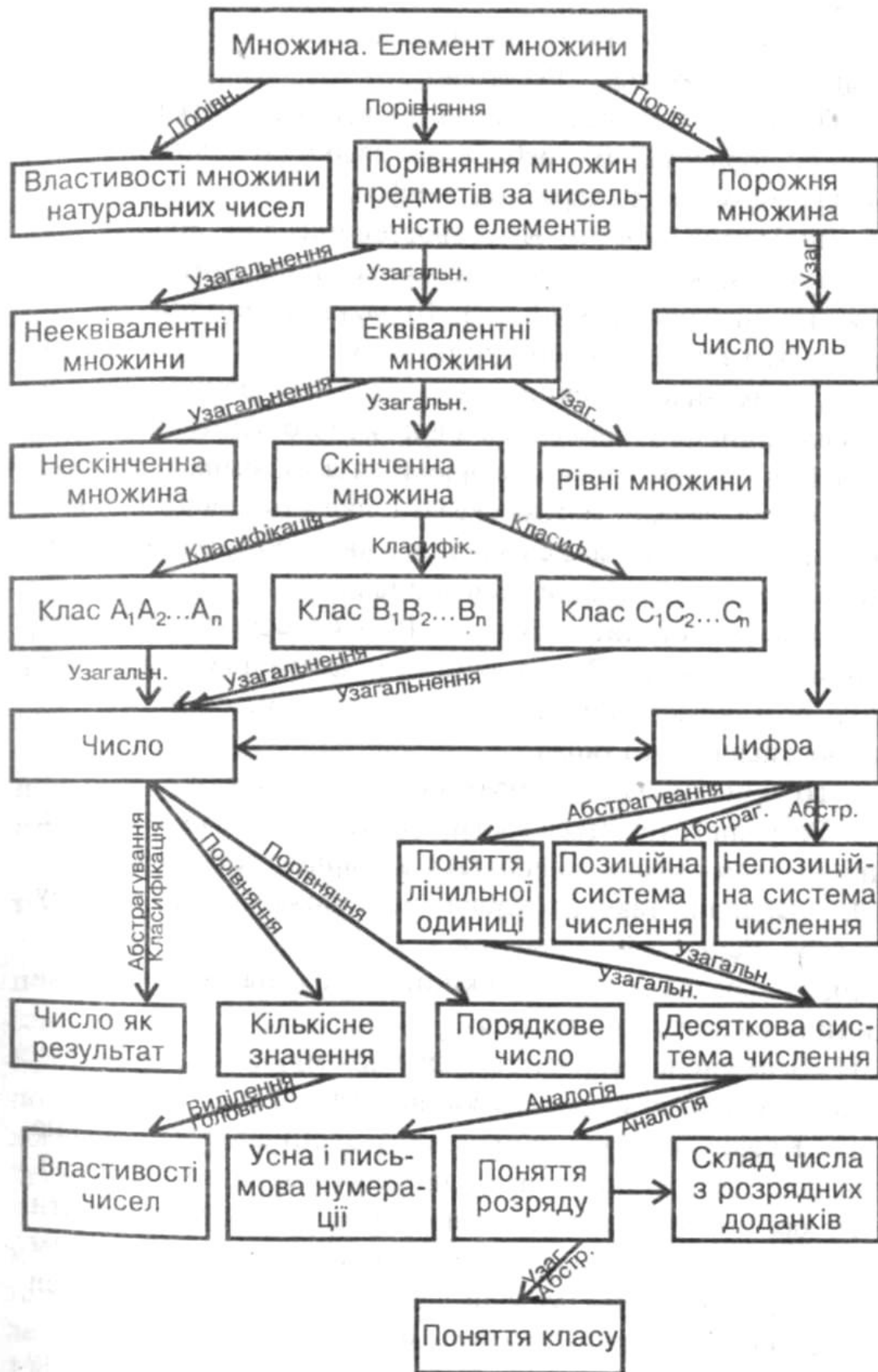


Схема 2.2. Логічна структура теми «Нумерація цілих невід’ємних чисел» (з погляду удосконалення)

Під час складання логічної структури теми «Нумерація цілих невід’ємних чисел» ми опиралися на дослідження видатних психологів та дидактів [20; 21; 26; 29; 30; 42; 47; 84; 86; 95; 99; 101; 113; 114; 125; 132; 136; 143; 155], які свідчать про те, що учні початкових класів можуть оволодівати математичними абстракціями і формальними операціями в більш ранній період, якщо навчання спиратиметься на їхній досвід і якщо приділяти посилену увагу формуванню в них прийомів розумової діяльності, тобто основних логічних прийомів, зокрема порівняння, класифікації, конкретизації, абстрагування, узагальнення (індуктивного, дедуктивного), аналогії тощо.

Аналогічні міркування ми використали під час складання структури наступної теми арифметичного матеріалу, що вивчається в початковій школі.

2) Арифметичні дії, усні табличні, позатабличні та письмові обчислення. Структура навчального матеріалу

Аналізуючи завдання теми «Арифметичні дії», перед нами постало два завдання: 1) скласти логічну структуру теми за чинною програмою навчання математики; 2) скласти логічну структуру теми з урахуванням розвитку розумової діяльності молодших школярів.

Слід зазначити, що арифметичні дії на множині цілих невід’ємних чисел фактично вивчаються тільки в початковій школі.

Отже, основне осмислення дій та їх властивостей на множині цілих невід’ємних чисел учні повинні отримати в початковій школі, оскільки арифметичний матеріал – основа початкового курсу математики.

Чи це так? Для того, щоб відповісти на це запитання, складемо структурно-логічні схеми вивчення арифметичних дій у початковій школі за чинною програмою.

Згідно з нашими міркуваннями, вони мають такий вигляд (див. схеми 2.3 і 2.4). Хочемо зауважити, що схеми 2.5 і 2.6 складено з урахуванням наших побажань щодо вдосконалення вивчення цієї теми в початковій школі. Тема «Дії додавання і віднімання» за програмою навчання математики в початковій школі дається в такій послідовності:

1. Ознайомлення з операціями об’єднання двох скінченних множин, вилучення частини множини з даної множини.

2. Уведення дії додавання на основі операції об’єднання двох скінченних множин:

- а) ознайомлення зі знаком «+»;
- б) складання прикладів на додавання, читання їх;
- в) обчислення за допомогою перелічування;
- г) введення назв компонентів і результату дії додавання;

- г) ознайомлення з основними прийомами обчислень при додаванні в межах 10;
- д) складання таблиць додавання в межах 10;
- е) складання таблиць додавання в межах 20;
- є) усне позатабличне додавання чисел у межах 100;
- ж) письмове додавання чисел у межах 100;
- з) усне позатабличне додавання багатоцифрових чисел;
- и) письмове додавання багатоцифрових чисел (див. схему 2.3).

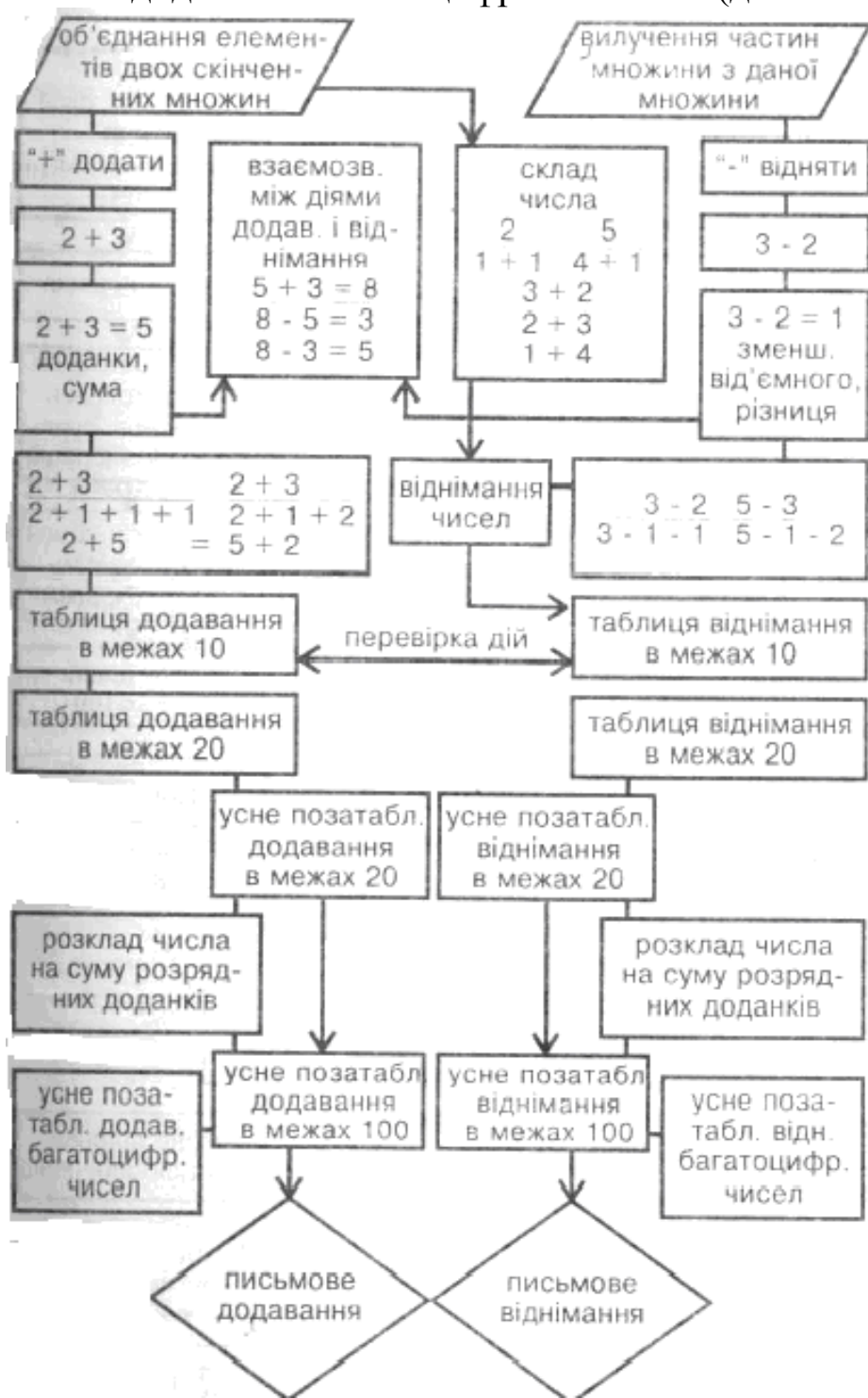


Схема 2.3. Вивчення дій додавання і віднімання за чинною програмою

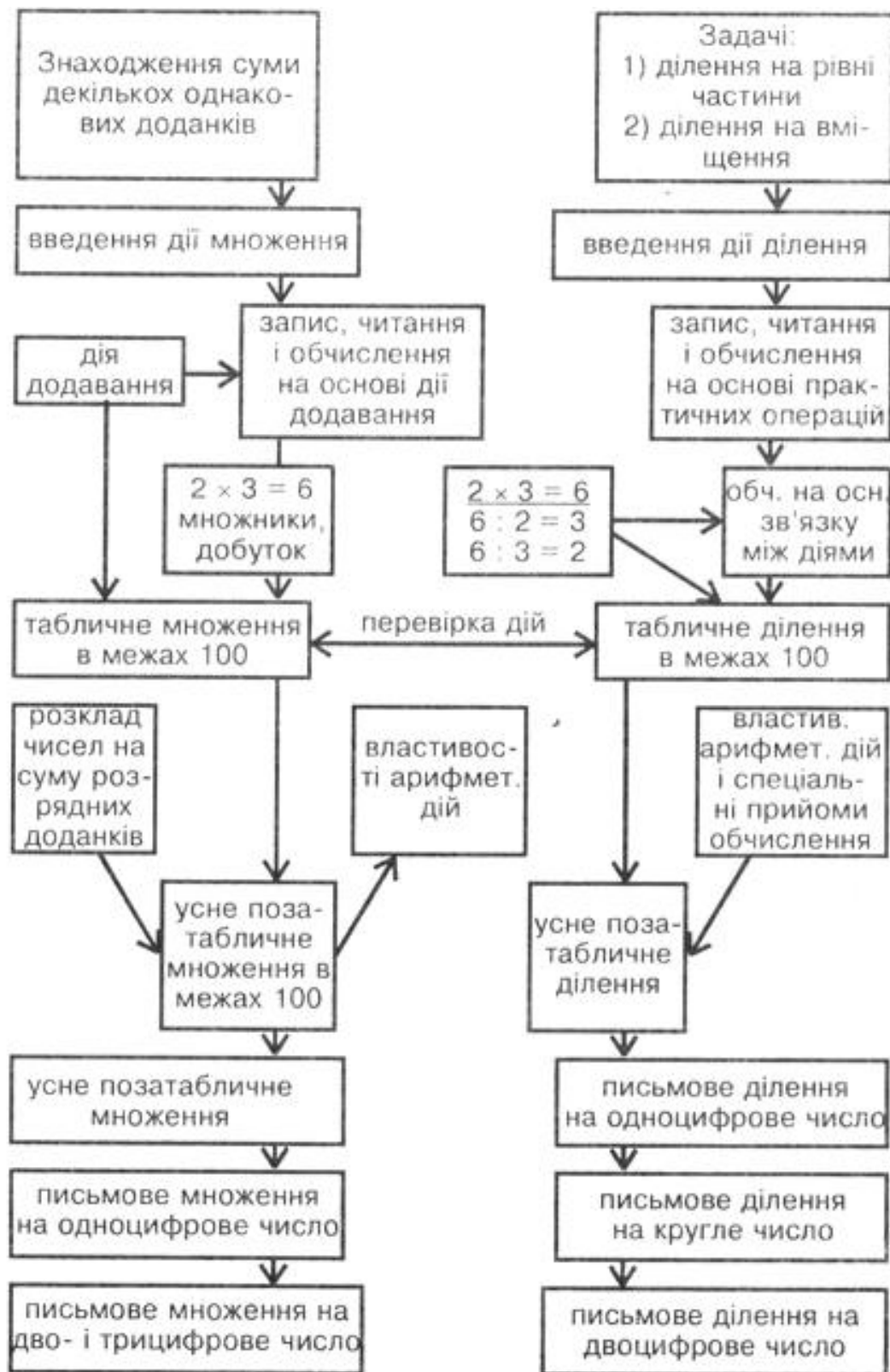


Схема 2.4. Вивчення множення і ділення за чинною програмою

Така послідовність викладу цієї теми зумовлена певною логікою раніше засвоєних учнями знань, умінь і навичок, на які опираються нові знання. Але якщо логіка у викладі навчального матеріалу є, то годі шукати її в методиці викладання цього матеріалу. Жодна методика

не використовує цього. Знання подаються уривками, не з'єднаними логічно, без відповідних узагальнень.

Почнемо з уроку «Додавання чисел». На цьому уроці учнів ознайомлюють із дією додавання на основі об'єднання елементів двох скінченних множин. Тут вводять знак «+», навчають записувати, читати приклади на додавання. І все. Далі використовують знак «+» тільки для запису чисел. Неважко здогадатися, що учні вже встигли забути все те, що їм говорилося про знак додавання. І лише далі ознайомлюють із назвами компонентів і результату додавання.

На нашу думку, такий великий розрив між введенням самої дії і назвами її результатів та компонентів, з яких починається практичне вивчення арифметичних дій, невиправдане. Діти молодшого шкільного віку психологічно не готові до таких розривів у навчанні математики. Їм краще сприймати все блоками, які добре усвідомлюються при відповідній методиці викладу.

Доцільно було б урок «Додавання чисел» перенести й спочатку знайомити учнів не з дією, а зі знаком «+», який потрібен учителям для запису складу чисел. Тоді ми зможемо розглядати додавання як одне ціле й нерозривне, про яке учні повинні багато знати й розуміти. Крім того, учні початкових класів мають виконувати тут специфічні обчислення.

Основна помилка початкового навчання, на нашу думку, – відсутність у навчанні логічних узагальнень, починаючи вже з першого класу. Адже це очевидно, що про дію додавання діти повинні добре засвоїти таке: 1) що означає «дія», 2) коли використовуємо дію, 3) як позначаємо, 4) як записуємо, 5) як читаємо, 6) як обчислюємо. Це основний блок запитань, на які повинні вміти відповідати учні. Методика цих запитань не виділяє, підручник їх не ставить. Учні відповіді на них не дають. Що вони знають про дію додавання в першому класі? Знають лише таблиці додавання та мають деякі уявлення про смисл самої дії.

Отже, для того, щоб діти добре засвоїли смисл арифметичних дій додавання та віднімання в початковій школі, методистам доцільно було б дотримуватися теоретичних положень формування понять в учнів початкової школи.

Покажемо схематично, як, на нашу думку, можна було б організувати ознайомлення з діями додавання та віднімання, враховуючи необхідність розвивати розумову діяльність і понятійний апарат

молодших школярів. Зазначимо, хоча молодшим школярам означень понять не формулюють, але це зовсім не означає, що поняття дії, числа чи величини повинні мати спотворений характер.

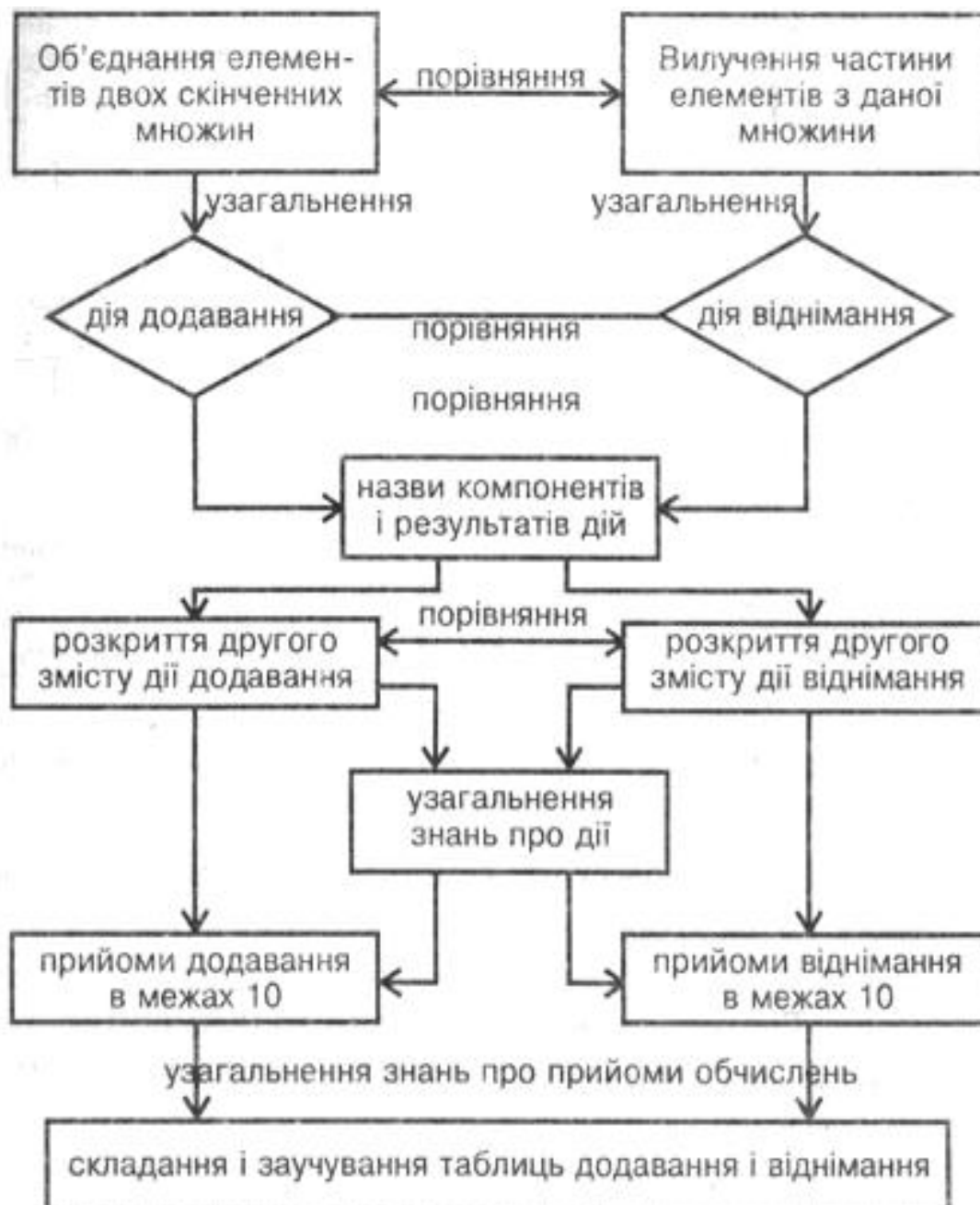
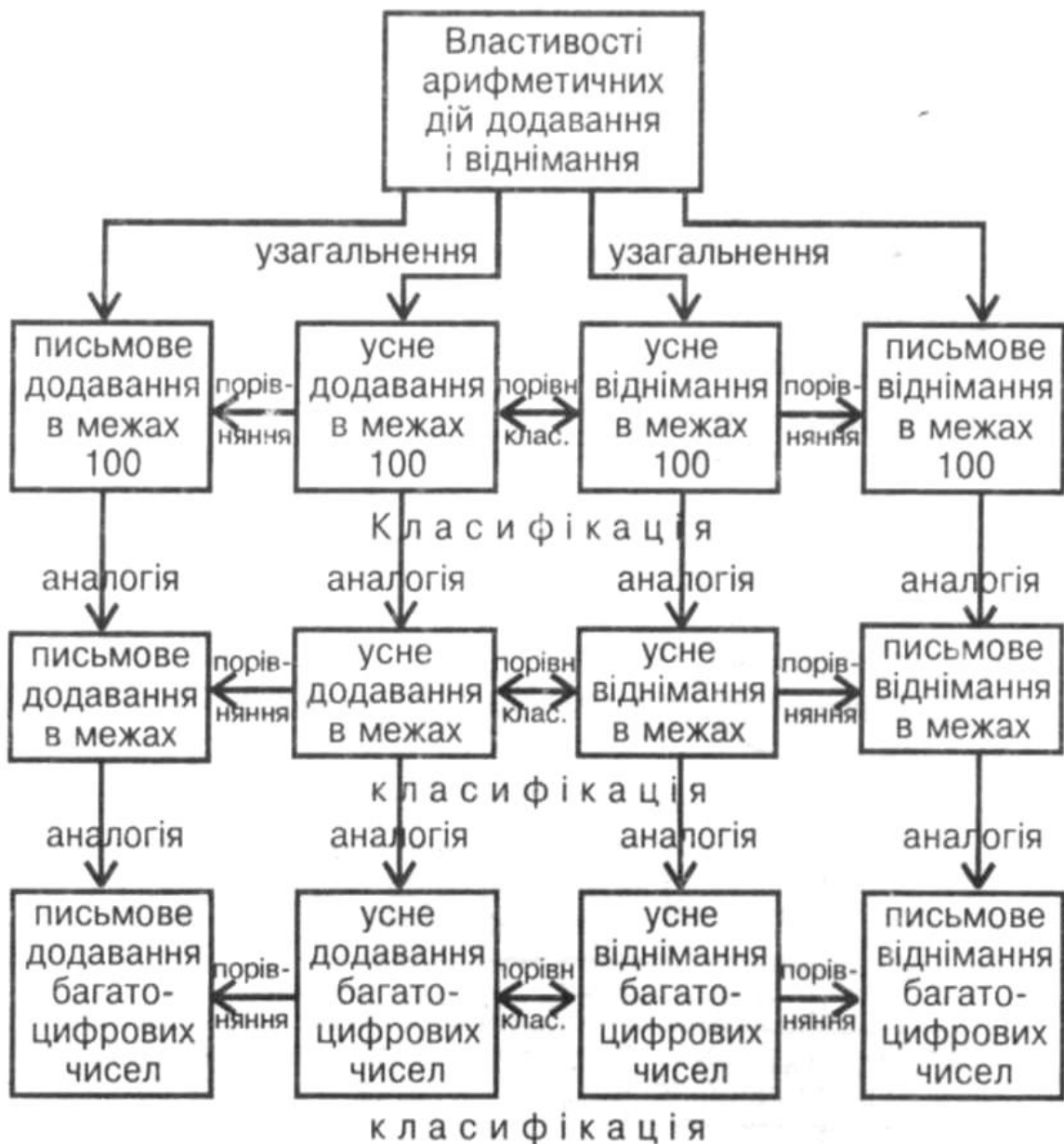


Схема 2.5. Вивчення дії додавання і віднімання (з використанням логічних прийомів)

Аналогічні помилки допускаються, на нашу думку, під час вивчення дій віднімання, множення та ділення. Тому ми їх не описуємо. Вчитель сам, за бажання, їх побачить і усуне, якщо працюватиме творчо.

Отже, наша схема вивчення дій додавання та віднімання має такий вигляд (див. схему 2.6).



**Схема 2.6. Вивчення дій додавання і віднімання
(з використанням логічних прийомів)**

Аналогічно можна скласти схеми вивчення дій множення й ділення.

Сучасна методика математики [15] вимагає від учня розуміння математичних термінів та понять на рівні уявлень, які близькі до понять, хоча даються в описовій, доступній для розуміння учнями формі, і вчитель повинен дотримуватися цих вимог.

Ми подали структури лише двох тем арифметичного матеріалу, що вивчається в початковій школі і розглядали їх із двох точок зору:

1) згідно з традиційною методикою викладання математики в початковій школі;

2) з використанням основних логічних прийомів у процесі вивчення цих тем.

Проаналізувавши вивчення арифметичного матеріалу в початковій школі, ми дійшли висновку, що використання основних логічних прийомів є неодмінним компонентом у виборі прийомів та методів навчання математики в молодших класах.

Тому в наступному розділі пропонуємо розроблену нами методику формування основних логічних прийомів мислення молодших школярів на математичному матеріалі.

Розділ III. ФОРМУВАННЯ ОСНОВНИХ ЛОГІЧНИХ ПРИЙОМІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АРИФМЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

3.1. Ознайомлення з основними логічними прийомами в процесі вивчення теми «Нумерація цілих невід’ємних чисел»

Саме в молодших класах починається систематична робота із формування основних логічних прийомів. Доцільність цього диктується потребами початкового курсу математики.

На основі результатів аналізу програми з математики та підручників для початкових класів ми виділили основні логічні прийоми, які входять до складу нового математичного матеріалу, необхідного для засвоєння учнями. Це, зокрема, порівняння, аналогія, класифікація, узагальнення від часткового до загального та узагальнення від загального до часткового.

Під формуванням логічних прийомів ми розуміємо ознайомлення, закріплення та використання їх учнями у процесі здобуття нових знань.

Оскільки для дітей молодшого шкільного віку характерний кумулятивний етап формування логічних прийомів, тобто нагромадження практичного досвіду, тому, розробляючи методику формування їх, ми виходили з таких міркувань:

- виділені як предмет спеціального ознайомлення логічні прийоми повинні вивчатися за посередництвом таких словесних методів навчання: пояснювальна бесіда, катехізична бесіда, евристична бесіда, розповідь, усне коментоване розв’язання завдань і вправ;
- ознайомлення з логічним прийомом порівняння здійснюється за допомогою катехізичної та пояснювальної бесід, розповіді вчителя про прийом порівняння на такому математичному матеріалі, де цей прийом має місце;
- ознайомлення з прийомом аналогії доцільно здійснювати за допомогою бесіди з використанням цього прийому та евристичної бесіди, оскільки цей прийом потребує спеціального стимулу до міркування;

- ознайомлення з прийомом класифікації проводиться за допомогою евристичної бесіди індуктивного спрямування та пояснювальної бесіди;
- ознайомлення з прийомом узагальнення від часткового до загального має вестися за допомогою евристично-індуктивної та пояснювальної бесід;
- ознайомлення з прийомом узагальнення від загального до часткового здійснюється за допомогою евристично-дедуктивної та пояснювальної бесід;
- закріплення знань про логічні прийоми рекомендуємо проводити за допомогою розповіді та усного коментованого розв'язання вправ;
- застосування виділених логічних прийомів учнями на практиці має передувати евристична бесіда зі створенням такої проблемної ситуації, яка б потребувала для свого розв'язання використання відповідного логічного прийому;
- при формуванні логічних прийомів доцільно починати з порівняння, оскільки воно лежить в основі решти прийомів;
- закріплення знань про логічні прийоми має здійснюватися не епізодично, а систематично, з використанням усіх можливостей, наданих навчальним матеріалом;
- поєднання словесних методів навчання з логічними прийомами потрібно здійснювати не відокремлено, а в органічному зв'язку з програмовим матеріалом та протягом усього навчального періоду.

Кожен логічний прийом складається з певної послідовності логічних умінь, оволодіння якими передуює ознайомленню з ним. Виділимо їх для всіх перерахованих вище прийомів.

Прийом порівняння охоплює такі вміння: 1) виділення різних властивостей предметів чи понять, що порівнюються; 2) виділення основи для порівняння; 3) встановлення спільних властивостей; 4) встановлення відмінних властивостей; 5) формулювання висновку про подібність та відмінність цих предметів чи понять.

Прийом аналогії складається з таких умінь: 1) виділення відомих властивостей того предмета або поняття, що є предметом вивчення; 2) відшукування раніше вивченого предмета чи поняття, подібного до цього за виділеними властивостями; 3) виділення всіх властивостей цього предмета або поняття; 4) порівняння властивостей першого й

другого предметів або понять; 5) якщо другий предмет має властивості, не помічені поки що в першому, спробувати відшукати їх у ньому. Для цього доцільно скористатися способом, за допомогою якого було знайдено відповідну властивість у другого, добре нам відомого предмета або поняття.

До складу логічного прийому класифікації входять такі вміння: 1) розгляд властивостей предметів або понять, що підлягають класифікації; 2) виділення загальних властивостей їх; 3) виділення їх особливих властивостей; 4) виділення основи для класифікації; 5) групування предметів чи понять стосовно виділеної основи; 6) формулювання висновку про проведену роботу; 7) перевірка правильності виконаного групування.

Логічний прийом узагальнення від часткового до загального (індуктивне узагальнення) складається з таких умінь: 1) порівняння конкретних предметів чи понять; 2) виділення їх спільних властивостей і відношень; 3) називання виділених спільних властивостей або відношень у відповідних їм термінах, тобто узагальнення; 4) перевірка правильності виконаного узагальнення; 5) формулювання висновку.

Логічний прийом узагальнення від загального до часткового (дедуктивне узагальнення) ґрунтується на таких умінях: 1) виділення загальних властивостей предметів або понять; 2) зіставлення конкретних предметів чи фактів згідно з їх загальними властивостями, тобто перевірка наявності цієї властивості в кожному конкретному предметі чи понятті; 3) використання загального положення до розв'язання конкретних завдань.

Такими вміннями, як виділення властивостей предметів, установлення спільних та відмінних властивостей предметів учні початкових класів володіють непогано. Але діти не знають, що ці вміння є основною складовою частиною тих логічних прийомів, якими потрібно користуватися у процесі вивчення нового матеріалу. Крім того, діти не володіють усім набором умінь, що входять до складу певного логічного прийому, а тому позбавлені можливості свідомо користуватися логічними прийомами у процесі здобуття нових знань. Тому ми ставимо перед собою завдання: сформулювати в учнів кожне вміння, що входить до складу основних логічних прийомів; ознайомити з набором умінь та послідовністю їх виконання для кожного окремого логічного прийому; закріпити знання учнів про кожен логічний прийом; використовувати набуті знання під час вивчення нового мате-

ріалу. У зв'язку з цим виділимо основні етапи формування кожного логічного прийому за допомогою словесних методів навчання.

Етапи формування порівняння такі:

I. Ознайомлення з прийомом порівняння: а) виділення властивостей та відношень предметів чи понять; б) визначення основи для порівняння однорідних предметів, понять; в) установлення їх спільних та відмінних властивостей; г) формулювання висновку про подібність та відмінність розглядуваних предметів або математичних понять. Для оволодіння учнями кожним із перерахованих умінь рекомендуємо використовувати такі словесні методи: бесіда з використанням прийому зіставлення, спрямована на виділення властивостей чи відношень предметів і понять; усне коментоване розв'язання спеціально підібраних груп вправ на застосування прийому зіставлення; бесіда з використанням прийому протиставлення, спрямована на виділення спільних властивостей і відношень; бесіда, що має своєю метою виділення відмінних властивостей; розповідь учителя про спільні та відмінні властивості; усне коментоване розв'язання завдань та вправ на виділення спільних і відмінних властивостей чи відношень; розповідь учителя про вибір основи для порівняння предметів чи понять із наступним усним коментованим розв'язання спеціально підібраних груп вправ; розповідь вчителя про прийом порівняння.

II. Закріплення знань про прийом порівняння за допомогою усного коментованого розв'язання завдань і вправ на порівняння.

III. Використання порівняння для ознайомлення з новим навчальним матеріалом. Основні методи роботи з учнями на цьому етапі такі: евристична бесіда, що спонукає дітей до застосування порівняння; усне коментоване розв'язання вправ на закріплення нового матеріалу та прийому порівняння.

У процесі формування прийому аналогії виділяємо такі етапи:

I. Первинне ознайомлення учнів із логічним прийомом аналогії за допомогою евристичної бесіди з використанням прийому аналогії під час пояснення вчителем нового матеріалу.

II. Ознайомлення зі способом міркування за допомогою аналогії під час розповіді вчителя про цей прийом.

III. Закріплення способу міркування за аналогією з допомогою бесіди та усного коментованого розв'язання спеціально підібраних груп вправ на застосування аналогії.

IV. Застосування аналогії для здобуття нових математичних знань, яке передбачає використання евристичної бесіди та створення про-

блемної ситуації, що спонукатиме учнів до відшукування аналогічних і добре відомих знань.

При формуванні прийому аналогії ми не виділяємо такого етапу, як вироблення основних умінь, що входять до складу цього прийому, оскільки вони є складовою частиною попереднього прийому порівняння. Оскільки наша методика передбачає послідовне ознайомлення з кожним логічним прийомом, тому, добре засвоївши прийом порівняння, учні перенесуть його вміння на прийом аналогії. Завдання ж учителя на цьому етапі роботи – ознайомити учнів із послідовністю використання умінь, що входять в основу аналогії.

Формування логічного прийому класифікації проходить такі етапи:

I. Формування основних умінь, що входять до складу класифікації: а) вміння виділяти загальні властивості предметів і понять; б) вміння виділяти особливі властивості їх. Для того, щоб учні оволоділи цими вміннями, доцільно використовувати такі словесні методи навчання, як пояснювальна бесіда; усне коментоване розв'язання спеціально підібраних груп вправ.

II. Ознайомлення з класифікацією здійснюється за допомогою бесіди з використанням учителем цього прийому.

III. Закріплення класифікації проводиться за допомогою розповіді вчителя про прийом та усного коментованого розв'язання вправ на його застосування.

IV. Застосування класифікації для ознайомлення з новим матеріалом проводиться з допомогою евристичної бесіди та створення проблемних ситуацій, що потребують від учнів використання прийому.

Етапи формування прийому узагальнення від часткового до загального такі:

I. Ознайомлення з прийомом, яке відбувається за допомогою евристичної бесіди індуктивного спрямування.

II. Закріплення прийому, що здійснюється за допомогою пояснювальної бесіди та усного коментованого розв'язання спеціально підібраних груп вправ, які потребують використання цього прийому.

III. Використання логічного прийому узагальнення від часткового до загального для здобуття нових знань. Проводиться за допомогою евристичної бесіди та бесіди зі створенням відповідної проблемної ситуації.

Аналогічні й етапи формування прийому узагальнення від загального до конкретного. Бесіди тут матимуть дедуктивне спрямування.

Опишемо приблизну методику формування логічних прийомів за допомогою словесних методів навчання під час вивчення теми «Нумерація чисел» у чотирирічній початковій школі.

Формування логічного прийому порівняння

Логічний прийом порівняння на уроках математики в початковій школі застосовується в таких випадках: для порівняння предметів та об'єктів; для порівняння математичних понять і відношень; як складова частина інших логічних прийомів (аналогії, класифікації тощо). Методику формування порівняння під час роботи з предметами детально описала Н. Ф. Тализіна у книзі «Формування пізнавальної діяльності молодших школярів» [147]. Тому ми вважаємо за потрібне лише порекомендувати вчителям перших класів, які працюватимуть з цим посібником, у темі «Властивості предметів. Геометричні фігури» розширити та поглибити розвивальну мету таких уроків:

Урок № 2. Мета: уточнити вміння дітей виділяти в предметах їх властивості;

Урок № 3–7. Мета: формувати вміння виділяти властивості предметів;

Урок № 8–18. Мета: формувати в дітей уміння виділяти спільні та відмінні властивості предметів;

Урок № 19–22. Мета: формувати вміння порівнювати предмети.

На кожному наступному уроці доцільно знаходити час для закріплення вмінь, що входять до складу порівняння та подальшого формування цього логічного прийому під час роботи з предметами.

Спеціальне формування прийому порівняння, тобто формування його під час розгляду математичних понять і відношень, рекомендуємо здійснювати, починаючи з другого класу. Чому? Тому що діти цього віку вже добре володіють навичками читання та усного зв'язного мовлення, мають достатній запас математичних знань; також передбачається, що вони добре володітимуть логічним прийомом порівняння під час роботи з предметами. А це створює добрий фундамент для продовження роботи над формуванням порівняння у процесі вивчення математичного матеріалу. Розглянемо методику формування порівняння в другому класі чотирирічної початкової школи під час повторення матеріалу за перший клас. Для повторення програмою виділено 13 год. Цього часу достатньо ще й для того, щоб перенести вміння користуватися порівнянням під час роботи з предмета-

ми на роботу з числами та відношеннями між ними. Тобто вчителю разом з учнями потрібно: а) виділити властивості чисел від 1 до 10; б) визначити можливі основи для порівняння чисел; в) навчитися встановлювати спільні і відмінні властивості пар або груп чисел та формулювати відповідні висновки. Тут доцільно використовувати такі словесні методи навчання, які характерні для першого етапу формування прийому порівняння.

Пропонуємо фрагменти деяких бесід з учнями на цьому етапі роботи вчителя та зразки спеціально підібраних груп вправ для усного коментованого розв'язання.

Бесіда (урок № 1, № 2). Мета: узагальнити знання учнів про числа від 1 до 10. Виділити їх властивості.

Вчитель: Назвати числа від 1 до 10. (Учні називають хором).

Вчитель: Записати названі числа в порядку їх зростання.

Вчитель: За допомогою чого можна записати число? (За допомогою цифри).

Вчитель: Скільки існує цифр для запису чисел? (Десять).

Вчитель: Підкресліть цифру 5. Що можна розповісти про число, позначене цією цифрою? (Для допомоги дітям, рекомендуємо використати наочність та малюнки з підручника «Математика»).

Вчитель: Розповісти про число 7; про число 10.

Підводячи до висновку, отриманого в результаті бесіди, доцільно порекомендувати учням таку опорну схему:

Число:

- отримуємо при лічбі;
- відповідає на питання «Скільки?»;
- позначається цифрою;
- складається з окремих одиниць;
- має числа-сусіди, тобто попереднє і наступне число;
- для запису чисел існує десять цифр;
- має своє місце в числовому ряді;
- із двох чисел більшим буде те число, в якому більше одиниць і т. д.

Користуватися цією схемою потрібно до тих пір, поки учні добре не засвоять властивостей чисел.

Мета уроків № 3, № 4, № 5 – закріпити знання учнів про властивості чисел від 1 до 10 за допомогою виконання спеціально підібраних завдань та вправ.

Завдання 1.

- 1) Розповісти про число 3, користуючись опорною схемою.
- 2) Назвати властивості чисел 9 і 10.
- 3) Охарактеризувати число 8.

Завдання 2.

- 1) Розповісти про числа 2 і 7.
- 2) Охарактеризувати числа 3 і 9.
- 3) Назвати властивості чисел 4 і 10.

Такі завдання допоможуть дітям зрозуміти, що завдання «описати число», «охарактеризувати число», «розповісти про число» означають назвати властивості числа.

Завдання 3.

- 1) Назвати властивості числа 5.
- 2) Назвати властивості чисел 6 і 3.

Мета уроків № 6, № 7, № 8 – допомогти учням зорієнтуватися у визначенні основи для порівняння чисел.

Перша група завдань та запитань

1. На дошці накреслено трикутники. Скільки їх? (Чотири). Як дізналися, що на дошці накреслено чотири трикутники? (Полічили). Отже, як ми утворили число? (При лічбі).

2. На набірному полотні викладено три гриби, а треба, щоб було чотири гриби. Як це зробити? (Викласти ще одного гриба). А тепер як ми отримали число чотири? (Число 3 збільшили на 1).

3. На набірному полотні викладено одного гриба, а потрібно, щоб було чотири. Як це зробити? (Викласти ще три гриби). Отже, як у цьому випадку ми утворили число чотири? (Збільшили 1 на три одиниці).

4. Знайти довжину відрізка, накресленого на дошці. Як отримали число? (При вимірюванні).

Висновок 1. Число можна утворити кількома способами: а) при лічбі; б) при збільшенні певного числа на одну або декілька одиниць; в) при вимірюванні.

Друга група завдань та запитань

Скільки цифр потрібно для запису числа шість? Скільки цифр використовуємо для запису числа десять? Чи знаєте ще інші числа, для запису яких треба дві цифри?

Висновок 2. Отже, існують числа, для запису яких потрібна одна цифра, та є числа, для запису яких треба використати дві цифри.

Третя група завдань і запитань

Зі скількох одиниць складається число 7? Число 8? Запишіть стільки одиниць, скільки їх є у числі 2. Чи однакова кількість одиниць потрібна для утворення чисел 5 та 9?

Висновок 3. Кожне число має свою кількість одиниць. Різні числа мають різні кількості одиниць. Із двох чисел більшим буде те число, яке містить більшу кількість одиниць.

Висновок 4. Для різних чисел від 1 до 10 існують різні цифри. Можливі різні способи утворення одного й того ж числа. Із двох чисел більшим буде те число, у якому більша кількість одиниць. Існують числа, для запису яких використовуємо не одну, а більше цифр.

Висновок 5. Отже, числа можна порівнювати за декількома основами, а саме: за способом утворення їх; за кількістю цифр, необхідних для запису цих чисел; за величиною, тобто за кількістю одиниць у цих числах.

Мета уроків № 9, № 10 – ознайомити учнів із поняттями «спільні» і «відмінні» властивості.

Бесіда

Вчитель: Чим число 2 відрізняється від числа 7? (Число 2 менше від числа 7. Для запису цих чисел використовуємо різні цифри).

Вчитель: Зробіть загальний висновок про те, чим відрізняються одне від одного числа 2 та 7. (Різною кількістю одиниць та різними цифрами).

Вчитель: Властивості, за якими числа відрізняються одне від одного, назвемо відмінними властивостями.

Вчитель: Чим подібні між собою числа 2 і 7? (Для їх запису використовуємо по одній цифрі).

Вчитель: Властивості, за якими числа подібні одне до одного, назвемо спільними властивостями.

Вчитель: Сформулюйте загальний висновок про спільні та відмінні властивості чисел 2 і 7. (Для запису чисел потрібно по одній цифрі. Ці цифри різні. Числа різні за величиною).

Четверта група завдань і запитань

1. а) На набірному полотні викладено кружечки, полічіть їх. б) На набірному полотні викладено три кружечки, а треба, щоб їх було п'ять. Як це зробити? в) У чому відмінність між числами, утвореними першого і другого разу?

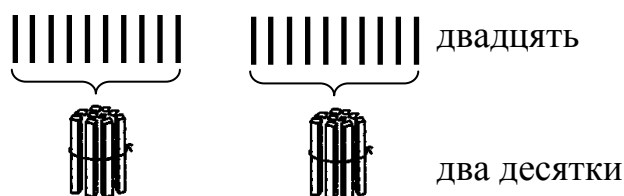
2. Назвати відмінні властивості чисел 7 і 10; 5 і 2; 4 см і 4; 8 см і 9 см.

П'яту групу завдань – завдання на виділення спільних властивостей чисел – доцільно утворити з четвертої групи завдань і запитань. А для шостої групи завдань рекомендуємо об'єднати завдання четвертої та п'ятої груп. Останній групі завдань повинен передувати висновок учителя: «Таким чином, діти, ви навчилися порівнювати числа. Порівняти два числа означає назвати їх спільні та відмінні властивості».

Завдання та вправи на порівняння чисел рекомендуємо використовувати кожного наступного уроку на етапі усного розв'язання завдань і вправ.

Уроки № 58, № 59, № 60, № 61. Мета – використати порівняння для ознайомлення з новим матеріалом та для самостійного здобуття учнями нових знань.

Евристична бесіда



Мал. 3.1

Вчитель: Розгляньте малюнок 3.1. Назвіть спільні і відмінні властивості чисел 20 та 2 десятки. (Це одне і те ж число. Тільки число 20 ми отримали при лічбі одиницями, а число два десятки – при лічбі десятками).

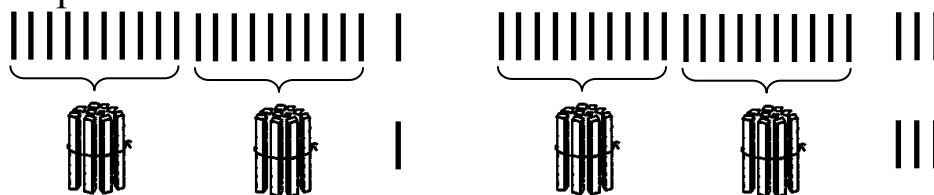
Вчитель: Отже, числа можна отримувати ще й при лічбі десятками.

Вчитель: Перевіримо, чи дійсно у вправі 1 є 20 паличок. Як це зробити? (Полічити).

Яким способом можна полічити їх швидше? (Якщо лічити десятками).

Вчитель: Отже, маємо два способи лічби предметів: лічба по одному; лічба десятками. Користуємось тим способом, який зручніший.

Вчитель: Скількома способами можна лічити палички на мал. 3.2? Які числа отримаємо?



Мал. 3.2

Вчитель: Тобто маємо ще один спосіб лічби – лічба десятками та одиницями.

Вчитель: Виберіть зручний спосіб лічби. Назвіть числа, які утворилися при цьому. (Тут зручно лічити десятками й одиницями. Отримаємо два числа – 21 і 23).

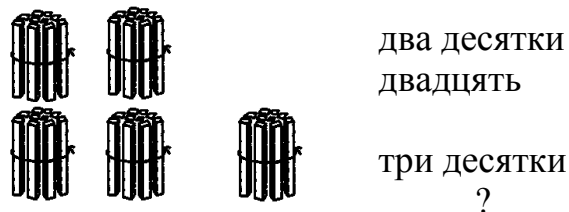
Вчитель: Поясніть, як отримали ці числа? (При лічбі отримали 2 десятки і один, а це – 21. Так само отримали число 23).

Скільки способів лічби ви вже знаєте? Назвіть їх. (По одному; десятком і одиницями; десятками; десятками й одиницями).

Ознайомлення зі способом міркування за аналогією рекомендуємо здійснювати, ознайомлюючи учнів із числом тридцять та способом утворення слова «тридцять», на основі порівняння слів «двадцять» і «тридцять». Евристична бесіда, проведена на основі такого порівняння, допоможе учням усвідомити потребу використання двох назв для круглих чисел.

Мета уроку – використати сприятливу обстановку для первинного ознайомлення учнів із логічним прийомом аналогії.

Евристична бесіда



Мал. 3.3

Вчитель: Розгляньте малюнок 3.3. Скажіть, що спільного та відмінного між числами, що утворились при лічбі паличок? (Обидва числа утворено при лічбі десятками. Числа різні. Два десятки менше від трьох десятків).

Вчитель: Зверніть увагу на те, що в першому рядку малюнка записано дві назви одного й того ж числа, а в другому – замість однієї із назв стоїть знак питання. Яке слово потрібно вставити замість нього? (Знак питання стоїть замість слова, яке має позначати кількість паличок, якщо б ми їх лічили по одній. Це – тридцять).

Вчитель: Як ви здогадалися, що це має бути тридцять, а не якесь інше слово? (Міркували так само, як і під час утворення слова двадцять).

Евристичної бесіди, яка спонукала б учнів до застосування прийому аналогії, недостатньо для того, щоб у дітей створилося правильне уявлення про спосіб міркування за аналогією. Необхідна ще й розповідь учителя про те, яким чином ми тільки що міркували для того, щоб здобути нові знання.

Розповідь

Вчитель: Перед нами стояло завдання – замість знака питання вставити потрібне слово. Ми міркували так: полічивши палички десят-

ками, отримали число – три десятки. Але ми вже знаємо інше число – два десятки, яке також отримали при лічбі десятками. А ще знаємо, що два десятки паличок – двадцять окремих паличок. Слово «двадцять» складається з двох слів – «два» і «дцять», яке означає «десять». Отже, замість знака питання в нас має бути слово, яке позначатиме кількість окремих паличок у трьох десятках їх. Утворимо його таким самим способом, як і слово «двадцять». Тобто із двох слів «три десятки» утворимо одне, замінивши слово «десять», отримаємо «тридцять».

Ті уроки вивчення нового матеріалу, на яких учнів ознайомлюватимуть із лічбою в межах шести, семи, восьми десятків та утворенням нових чисел, що їм відповідають, мають стати етапом закріплення прийому міркування за аналогією. Проводити їх доцільно, поєднуючи евристичну бесіду та розповідь учителя й учнів із використанням прийому аналогії. Для усного виконання вправ за допомогою аналогії рекомендуємо підбирати завдання з підручників. У третьому класі уроки, які відводяться для повторення вивченого матеріалу за перший–другий класи, слід використати ще й для закріплення логічних прийомів порівняння та аналогії. Тут рекомендуємо відповідно розширити та поглибити розвивальну мету уроків, відведених на повторення. Тоді застосування цих прийомів під час вивчення нової теми «Нумерація трицифрових чисел» буде більш ефективним. Наприклад, на уроці «Читання і запис трицифрових чисел» доцільно поставити таку мету – використати логічні прийоми порівняння та аналогії під час ознайомлення з числами 101–199.

Бесіда (актуалізація знань та створення проблемної ситуації)

Вчитель: Розгляньте вправу (згідно з відповідною сторінкою в підручнику). Порівняйте числа, що утворилися, за способом лічби. (У першому ряді – десять паличок. Лічили по одній. У другому ряді – десять десятків паличок. Лічили десятками).

Вчитель: Порівняйте числа, що утворюються при лічбі в кожному ряді, за способом лічби. Можливо, зумієте знайти нову одиницю лічби, а отже застосувати новий спосіб лічби? (Учні з допомогою вчителя дають назву новій лічильній одиниці – сотня, а далі лічать самостійно). Висновок: Отже, ми сьогодні відкрили для себе нову лічильну одиницю – сотню, а також нові способи лічби: сотнею і одиницями; сотнею і десятками; сотнею, десятками й одиницями; сотнями.

Вчитель: Користуючись новим способом лічби та певним прийомом міркування, назвіть числа, які утворюються під час лічби паличок.

Розгляд вправ допоможе закріпити знання учнів про новоутворені числа, допоможе учням самостійно розширити свої знання про

множину чисел від 101 до 199. На цьому ж уроці доцільно використати вміння учнів порівнювати та міркувати за аналогією не тільки при утворенні й називанні чисел від 101 до 199, а й при перенесенні властивостей чисел до 100 на нову множину чисел.

Бесіда

Вчитель: Ми утворили сьогодні нові числа. До них належить число 118. Що ви можете розповісти про нього? (Це число складається із сотні, десятка й одиниць).

Вчитель: А ще що можете сказати про це число? Пригадайте спосіб міркування за аналогією. Для цього візьмемо на допомогу добре відоме вам число 18 і пригадаємо його властивості (вчитель вивішує на дошку опорну схему), а потім подивимося, чи володіє цими ж властивостями наше нове число – 118? (Учні, дивлячись на схему, характеризують числа 18 та 118). На цьому ж уроці потрібно ввести доповнення до опорної схеми. Під кінець уроку учні разом з учителем повинні сформулювати загальний висновок: утворено нову лічильну одиницю – сотню, утворено нові числа, їх багато, але вони мають такі самі властивості, як числа до 100. Крім того, нові числа мають такі властивості, яких не мають числа в межах 100. Вони складаються із сотні, десятків і одиниць.

Використання аналогії та порівняння на наступному уроці допоможе учням самостійно відкрити для себе інші нові числа та нові лічильні одиниці. Мета уроку – застосування порівняння та аналогії під час утворення й називання круглих чисел до 1000 (зазначаємо, що в цьому випадку, а також в усіх попередніх випадках ми фіксуємо лише розвивальну мету уроку). Для цього рекомендуємо учням завдання такого виду.

Завдання. Розгляньте приклади стовпчиками. Використайте аналогію для того, щоб заповнити третій стовпчик.

$$1 + 1 = 2 \quad 10 + 10 = 20 \quad 100 + 100 = 200$$

$$2 + 1 = 3 \quad 20 + 10 = 30$$

$$3 + 1 = 4 \quad 30 + 10 = 40 \quad ?$$

$$9 + 1 = 10 \quad 90 + 10 = 100$$

Числа, що утворюються при обчисленні виразів у третьому стовпчику, доцільно рекомендувати учням читати вголос, адже тут потрібно використовувати міркування за аналогією.

На нових уроках робота за вправами в підручнику допоможе учням утворити й назвати нові трицифрові числа до 1000 та відкрити

для себе нові лічильні одиниці. Крім того, використання порівняння та аналогії дасть можливість їм перенести властивості чисел до 200 на нову множину чисел до 1000.

Загальний висновок: Утворили числа до 1000. Вони складаються із сотень, десятків і одиниць та мають усі ті властивості, що й числа до 200.

Під час вивчення теми «Нумерація багатоцифрових чисел» у четвертому класі рекомендуємо використовувати порівняння та аналогію подібно до того, як було використано їх на уроках вивчення нового матеріалу в третьому класі.

Оскільки не всі учні водночас добре оволодіють логічними прийомами порівняння та аналогії, тому з неоднаковим успіхом використовуватимуть їх під час ознайомлення з новим матеріалом. Рекомендуємо до роботи з дітьми підходити індивідуально. Для цього доречно розробити три види (або більше) карток-підказок: I – картки, в яких чітко та доступно описано весь хід міркувань відповідно до цього логічного прийому; II – картки, в яких виділено основні моменти ходу міркувань; III – картки, в яких вказано лише план роботи. Учням, які добре оволоділи цим логічним прийомом, підказки не потрібні, а лише контроль учителя за ходом їх міркувань.

Для сприймання та усвідомлення нового матеріалу в темі «Нумерація чисел» недостатньо володіти лише логічними прийомами порівняння та аналогії. Тут велику роль відіграє ще й такий прийом, як класифікація. Цей прийом базується на порівнянні й тісно пов'язаний з аналогією. Розглянемо методику формування його в молодших школярів.

Ознайомлення дітей із класифікацією доцільно здійснювати з першого класу. Спочатку потрібно виробити в них такі вміння:

- а) віднесення певних предметів до тієї чи іншої з указаних груп;
- б) певні предмети розбити на групи за вказаною властивістю;
- в) назвати властивість, за якою предмети об'єднані в групи;
- г) виділити властивість, за якою можна виконати розбиття певної сукупності предметів на групи.

Для вироблення кожного з перерахованих умінь потрібно пропонувати школярам спеціальні групи завдань. Наведемо приклади таких груп.

Перша група завдань. Розкладіть олівці на такі групи: а) до першої групи покладіть усі червоні олівці; б) до другої – всі сині олівці; в) до третьої – всі зелені олівці. До тієї ж групи завдань належать

завдання на поділ предметів на групи за розміром, за матеріалом, за призначенням тощо.

Друга група завдань. Перед учнями на партах лежать уперемішку трикутники та чотирикутники. Завдання: розкласти ці фігури на дві групи й дати назву кожній із них. До цієї групи завдань віднесемо завдання на розбиття предметів за кольором, розміром, призначенням та ін.

Третя група завдань. На набірному полотні викладено декілька груп предметів. Завдання: визначити, за якою властивістю ці предмети розбито на групи (за кольором, за розміром, за призначенням тощо).

Четверта група завдань. Перед учнями на партах лежать фігури. Завдання: розкласти ці фігури на дві групи й дати назву кожній із них.

Такі завдання доцільно давати учням під час вивчення теми «Властивості предметів. Геометричні фігур.» Щоб домогтися послідовності у формуванні перерахованих вище вмій, рекомендуємо вчителям чітко виділяти мету кожного уроку. Наприклад:

Мета I. Сформувати в учнів уміння відносити предмети до тієї чи іншої з указаних груп.

Мета II. Формувати в учнів уміння розбивати предмети на групи за вказаною властивістю.

Мета III. Формувати вміння учнів виділяти властивості, за якими можна виконувати розбиття предметів на групи. Тут важливо не тільки те, як учень виконає завдання, а й те, як він буде коментувати свої дії. Тому пропонуємо вчителям використовувати на уроках математики усне коментоване розв'язання завдань та вправ. Це дасть можливість учителю контролювати хід міркування кожної дитини. Виконання запропонованих вище завдань можна проводити у формі ігор. Для вироблення міцних навичок виконання названих операцій слід систематично виділяти на кожному наступному уроці час для виконання відповідних завдань.

Спеціальне ознайомлення учнів із прийомом класифікації рекомендуємо проводити на математичному матеріалі другого класу, тому що в основі утворення багатьох математичних понять, з якими учні ознайомлюються під час вивчення теми «Нумерація чисел від 21 до 100» лежить класифікація як прийом міркування. Для цього на уроках повторення матеріалу за перший клас доцільно пропонувати учням такі вправи, зразки яких наводимо нижче.

Перша група вправ. Числа 1, 7, 6, 4, 10, 11, 16, 19, 17 записати у двох рядках так, щоб у першому ряді були одноцифрові числа, а в другому – двоцифрові.

Друга група вправ. Числа 6, 17, 4, 18, 8, 11, 5, 9, 19 записати у двох рядках. Дати назву кожному рядку. Пояснити, чому вибрано саме таку назву. Які особливі властивості мають числа в кожному рядку?

Третя група вправ. Числа записано у двох рядках так:

5, 49, 7, 2, 8, 9, 3, 1;

11, 15, 18, 16, 14, 12.

Визначити, за якою особливою властивістю вони згруповані.

Четверта група вправ. Числа 7, 1, 9, 19, 5, 14, 12, 6, 11, 2, 8, 18 розбити на дві групи й дати назву кожній групі. Виконання завдань кожної групи має супроводжуватися усним коментуванням учнів. Для виконання цієї роботи доцільно використати ті уроки, які передують урокам вивчення теми «Нумерація чисел від 21 до 100». Далі можна розв'язати такі ж групи вправ, але вже на множині чисел у межах 100. Основне завдання вчителя на цьому етапі роботи з учнями – сформулювати уявлення в них про особливі властивості. Тому після розв'язання кожного виду запропонованих вище вправ має іти порівняння утворених груп чисел. Основу для порівняння можна щоразу змінювати, наприклад, спочатку взяти за основу порівняння кількість цифр, необхідних для запису числа, а потім основою для порівняння вибрати спосіб лічби тощо. Наведемо зразок бесіди вчителя з учнями під час роботи над завданнями першої групи.

Мета бесіди – ознайомити дітей з особливими властивостями.

Бесіда

Вчитель: Розгляньте числа, записані в кожному рядку. Порівняйте числа за кількістю цифр, необхідних для їх запису:

1, 7, 6, 4, 9;

10, 11, 16, 19, 17.

(У першому рядку записані одноцифрові числа, а в другому – двоцифрові).

Вчитель: Властивість, за якою числа зібрані в певний рядок, назвемо особливою властивістю цих чисел.

Вчитель: Яка ж особлива властивість чисел, записаних у першому рядку? (Вони одноцифрові).

Вчитель: Чи можна продовжити запис чисел у кожному ряді? (Можна). Якої умови потрібно при цьому дотримуватися? (У першому рядку мають бути всі одноцифрові числа, а в другому – двоцифрові числа).

Закріплення знань про особливі властивості чисел рекомендуємо здійснювати під час усного коментованого виконання завдань виду:

1. Визначити особливу властивість чисел, записаних у кожному рядку:

а) 31, 34, 35, 37, 39;

б) 51, 52, 56, 58, 59;

в) 72, 74, 75, 77, 78.

2. Записати стовпчиками числа четвертого, п'ятого, шостого й сьомого десятків.

3. Числа 1, 2, 19, 22, 27, 15, 47, 17, 49, 28, 4, 5, 18, 29, 45, 44 погрупувати за їх особливою властивістю. Назвати особливу властивість кожної групи чисел.

Якщо учні добре виконуватимуть завдання, подані вище, можна переходити до ознайомлення їх із логічним прийомом класифікації.

Мета уроку: ознайомити учнів із логічним прийомом класифікації.

Бесіда

Вчитель: Розповісти про числа 5 та 72.

Відповідь: Числа 5 і 72 відповідають на питання «Скільки?». Число 5 має числа-сусіди 4 і 6, а число 72 – 71 і 73. Числа-сусіди по-іншому називаються попереднє та наступне. Числа 5 і 72 мають свої місця у числовому ряді. Кожне з них можна скласти з доданків, але доданки будуть різні. Число 5 складається з одиниць, а 72 – з десятків і одиниць. Для запису числа 5 потрібна одна цифра, а для запису 72 – дві цифри. (Ми навели приклад відповіді-узагальнення, яка може складатися з відповідей декількох учнів).

Вчитель: Назвати особливі властивості чисел 5 і 72.

Відповідь: Перше число – одноцифрове, а друге – двоцифрове.

Вчитель: Назвіть пари чисел, що мають такі ж особливі властивості. Запишіть їх рядками на дошці.

Відповідь:

1, 2, 8, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

11, 12, 13, ..., 21, ..., 69,....

Вчитель: Отже, ми розділили відомі нам числа на дві групи. До першої групи віднесли числа, що мають таку особливу властивість – для їх запису потрібно одну цифру. Як назвали ці числа? (Одноцифрові). До другої групи ми віднесли числа, для запису яких треба використати дві цифри. Яку назву дали цим числам? (Двоцифрові).

Вчитель: Чому кожна групу чисел ми назвали по-різному? (За їх особливими властивостями).

Вчитель: Розподіл чисел на групи за їх особливими властивостями назвемо класифікацією. Групи чисел, які утворилися внаслідок класифікації, назвемо класами чисел.

Вчитель: Скільки класів чисел ми сьогодні виділили? (Два класи).

Вчитель: Де ще ми часто використовуємо слово «класи»? (У школі).

Вчитель: Яка особлива властивість кожного класу в школі? (Різний вік дітей).

Вчитель: Отже, не тільки в математиці, а й у житті ми використовуємо класифікацію.

Для закріплення знань про класифікацію доцільно використати завдання з підручника, а також завдання такого виду:

Визначити особливу властивість, що лежить в основі такої класифікації чисел:

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24

(Відповідь: Числа класифіковано за кількістю окремих одиниць у кожному з них).

Використання прийому класифікації рекомендуємо здійснювати під час вивчення нумерації трицифрових, чотирицифрових, п'ятицифрових та шестицифрових чисел. Мусимо застерегти, що таке використання класифікації буде ефективним лише за умови ґрунтовної актуалізації знань і вмінь, необхідних для виконання цього логічного прийому.

У підручниках математики для початкових класів не передбачено завдань для застосування основних логічних прийомів у процесі розв'язання математичних вправ.

Є велика кількість вправ на порівняння. Але вони зводяться лише до порівняння кількісних характеристик і не мають на меті використання логічного прийому порівняння. Є декілька вправ на роботу за аналогією, але ні вчитель, ні учні конкретно не знають, що означає – діяти за аналогією.

Можна знайти ще декілька груп вправ на застосування інших логічних прийомів. Але оскільки у вимогах до розв'язання цих завдань нічого не говориться про використання того чи іншого прийому, учні разом з учителем зводять ці завдання до звичайних обчислень.

Ми поставили собі за мету: розробити декілька груп завдань на використання основних логічних прийомів – порівняння та аналогії – під час навчання математики учнів початкових класів.

Складаючи такі завдання, ми дотримувалися відповідних вимог:

а) послідовність завдань у системі має базуватися на психологічних особливостях учнів і закономірностях процесу засвоєння знань;

б) зміст завдань повинен забезпечувати систематичне формування логічних прийомів;

в) пропедевтику знань про логічні прийоми слід здійснювати на змістовій основі, враховуючи досвід учнів;

г) у системі завдань обов'язково слід передбачати зв'язки логічних прийомів та дій, зокрема прийомів взаємообернених зв'язків, щоб здійснити пропедевтику одних понять, закріплюючи інші.

Складаючи системи завдань, треба виходити із необхідності послідовного застосування логічних прийомів. У зв'язку з цим така система завдань має:

- давати можливість застосування їх під час вирішення більш складних завдань;
- підводити учнів до узагальнення відповідних логічних прийомів.

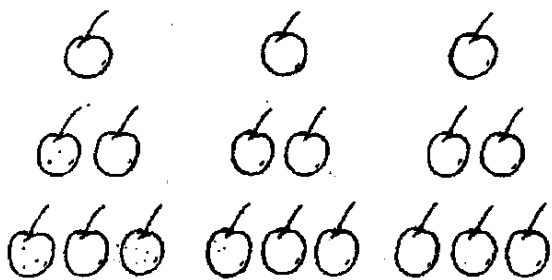
Покажемо це, описуючи спеціально підібрані групи завдань.

1. Система груп завдань на використання прийому порівняння під час вивчення теми «Нумерація чисел у межах 10».

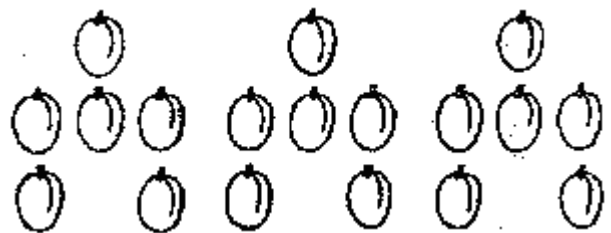
Перша група завдань спрямована на ознайомлення учнів із логічним прийомом порівняння.

Завдання 1. Порівняти (сказати, що спільного, що відмінного у кожному рядку, зробити висновок).

Завдання 2. Порівняти (за планом) (мал. 3.4 і 3.5).



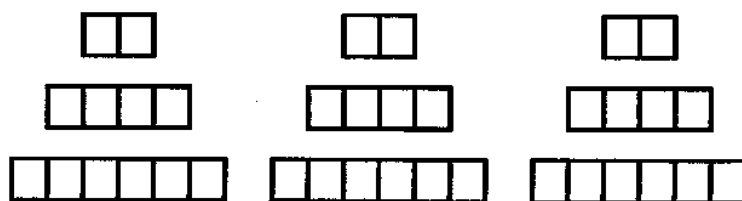
Мал. 3.4



Мал. 3.5

Подамо зразок бесіди, яка, на нашу думку, має супроводжувати такі завдання.

Вчитель: Що викладено в першому рядку (мал. 3.6)? (Групи квадратів).

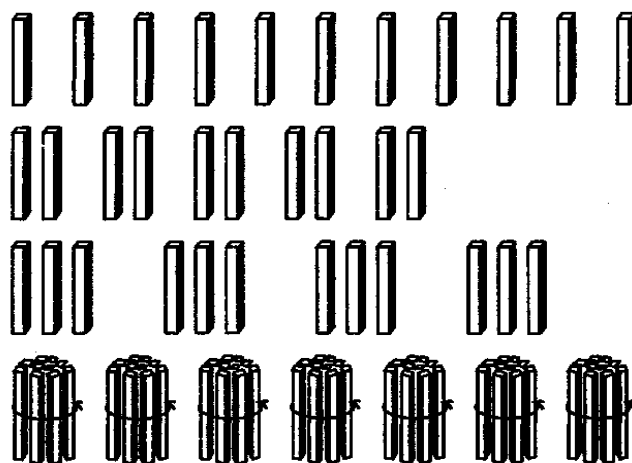


Мал. 3.6

- У другому рядку, у третьому рядку? (Теж група квадратів).
- Порівняємо ці групи. Скільки груп у першому рядку? (Три).
- Скільки груп у другому рядку? (Три).
- Скільки окремих квадратів у кожному рядку? (6, 12, 18).
- Що спільного в цих рядках? (У кожному – по три групи).
- Що відмінного в цих рядках? (Різна кількість квадратів).
- Який можна зробити загальний висновок? (Викладено однакові квадрати в три рядки, у кожному однакова кількість груп квадратів, але різна кількість окремих квадратів).

Аналогічні бесіди доцільно також проводити з учнями, розглядаючи малюнки 3.4 та 3.5. Учителю потрібно лише добре пам'ятати вимогу до кожного завдання (вони різні).

Завдання 3. Порівняти лічильні одиниці (мал. 3.7).



Мал. 3.7

Бесіда

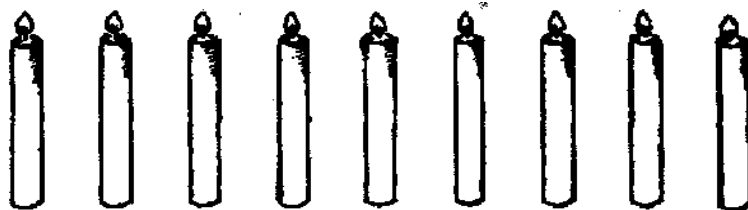
Вчитель: Що викладено в кожному рядку? (Палички).

- Як розміщено палички в кожному рядку? (По одній, по дві, по три, десятками).
- Скільки паличок у кожному рядку? (11, 10, 12, 70).
- Як рахували палички в кожному рядку? (По одній, парами, трійками, десятками).
- Що спільного в цих рядках? (У кожному рядку розміщено палички).
- Що відмінного в цих рядках? (Кожен рядок лічимо по-різному, тобто різними лічильними одиницями. У кожному рядку різна кількість паличок).

На прикладі поданих нижче малюнків (мал. 3.8–3.10) рекомендуємо давати учням завдання для ознайомлення з логічним прийомом

порівняння для первинного закріплення цього прийому. Завдання слід формулювати за зразком попередніх завдань:

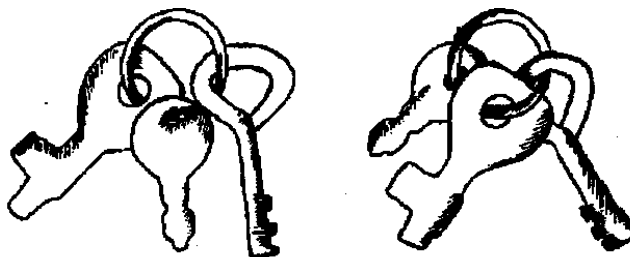
- Що спільного?
- Що відмінного?
- Висновок.



Мал. 3.8

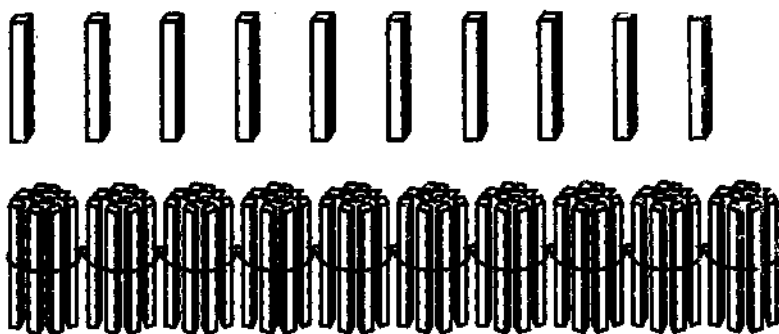


Мал. 3.9



Мал. 3.10

Друга група завдань – на застосування порівняння у процесі вивчення нумерації чисел у межах 100 (мал. 3.11).



Мал. 3.11

Бесіда

Вчитель: Що викладено в першому рядку? (Палички).

- А в другому? (Теж палички).
- Як розкладено палички в першому рядку? (По одній).
- А в другому? (Групами).

Полічимо, скільки паличок в одній групі. (Десять).

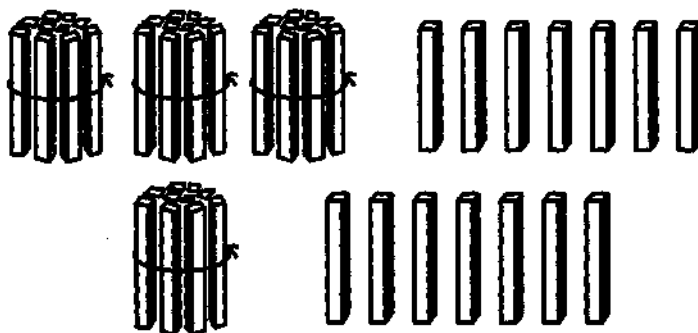
- Чи можна сказати по-іншому, як розміщено палички в другому рядку? (Десятками).
- Чи можемо полічити кількість паличок у кожному рядку? (Можемо).
- Скільки їх у першому рядку? (Десять).

Вчитель: Десять окремих паличок.

- Скільки паличок у другому рядку? (Десять десятків паличок).

Загальний висновок мають зробити учні, давши відповідь на таке запитання вчителя:

- Отже, який загальний висновок ми можемо зробити?
- Лічити можна одиницями й десятками.
- Як розкладено палички в першому рядку? (Десятками й одиницями).



Мал. 3.12

- А в другому? (Десятком і одиницями).
- Що спільного в цих рядках? (У кожному рядку є однакова кількість одиниць).
- Що відмінного? (Кожен рядок має різну кількість десятків).

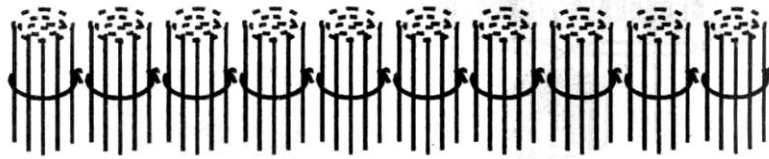
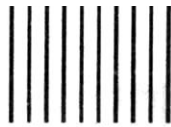
Вчитель: Отже, як ми тут лічили? (Десятками й одиницями; десятком і одиницями).

Загальний висновок (за мал. 3.11 і мал. 3.12). Лічити можна одиницями; десятками; десятком і одиницями; десятками й одиницями.

Аналогічно розширюємо знання учнів про нові лічильні одиниці та нові натуральні числа, які утворюють у наступних класах. Наведемо приклади.

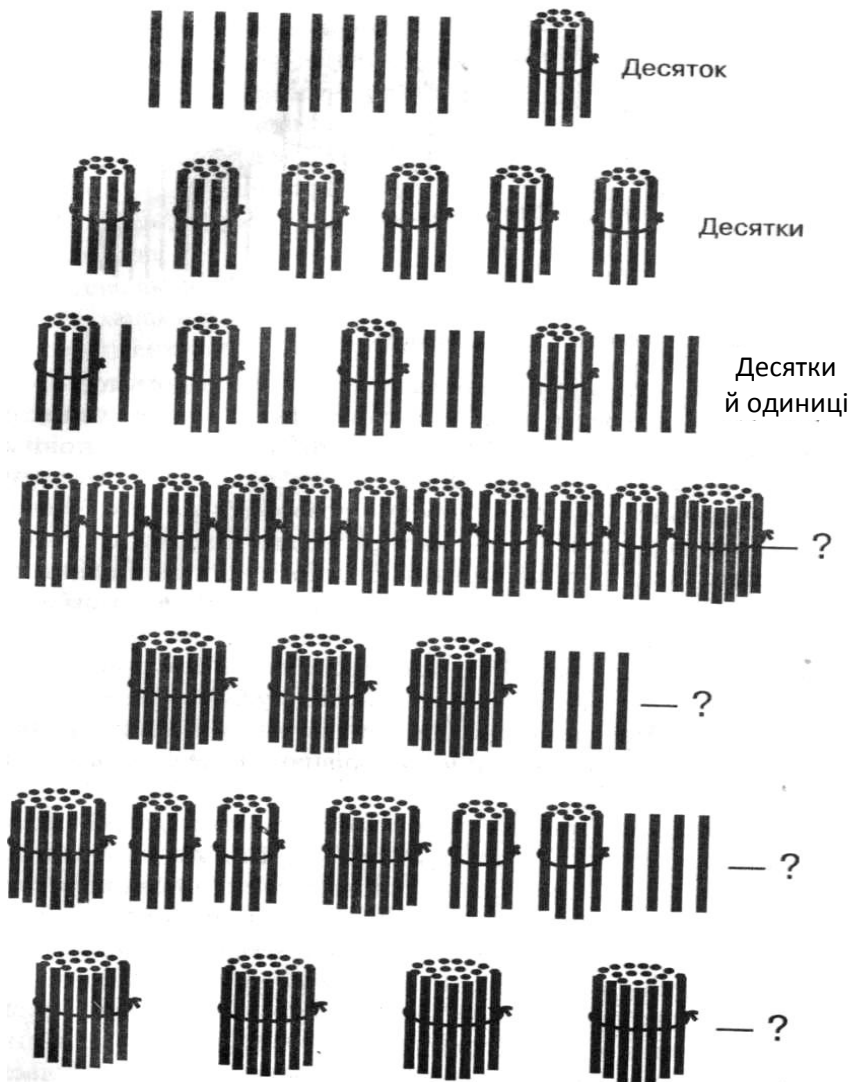
Бесіда для актуалізації опорних знань за створенням проблемної ситуації

Вчитель: Розгляньте малюнок 3.13. Порівняйте числа, що утворилися способом лічби. (У першому ряді – десять паличок. Лічили по одній. У другому ряді – десять десятків паличок. Лічили десятками).



Мал. 3.13

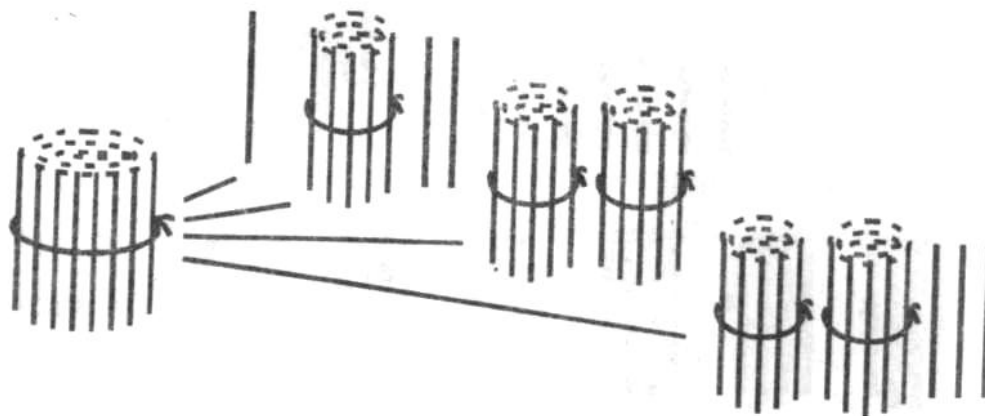
Вчитель: Розгляньте малюнок 3.14. Порівняйте числа кожного ряду за способом лічби. Можливо, зумієте знайти нову одиницю лічби, а отже застосувати новий спосіб лічби. (Учні з допомогою вчителя дають назву новій лічильній одиниці – сотня, а далі лічать самостійно).



Мал. 3.14

Висновок. Отже, ми сьогодні відкрили для себе нову лічильну одиницю – сотню, а також нові способи лічби: сотнею і одиницями; сотнею і десятками; сотнями, десятками й одиницею; сотнями.

Вчитель: Розгляньте малюнок 3.15. Користуючись новим способом лічби та певним прийомом міркування, назвіть числа, які утворюються при лічбі паличок. Порівняйте їх із попередніми числами.



Мал. 3.15

Звичайно, не всі учні одночасно добре оволодіють логічним прийомом порівняння, а тому з неоднаковим успіхом використовуватимуть його під час ознайомлення з новим матеріалом. Рекомендуємо до роботи з дітьми підходити індивідуально. Для цього доречно розробити три або більше видів карток-підказок: I – картки, в яких чітко та доступно описано весь хід міркувань згідно з цим логічним прийомом; II – картки, в яких виділено основні моменти ходу міркувань; III – картки, в яких вказано лише план роботи. Учням, які добре оволоділи логічним прийомом, указівки не потрібні, а лише контроль учителя за ходом їх міркувань. Наведемо зразки деяких карток-підказок для закріплення логічного прийому порівняння для слабких учнів класу.

Картка 1. 1) Пригадай властивості кожного з цих чисел. 2) Виділи їх спільні властивості. 3) Виділи їх відмінні властивості. 4) Сформулюй висновок, тобто порівняй числа.

Картка 2. 1) Виділи спільні та відмінні властивості чисел. 2) Порівняй числа, тобто сформулюй загальний висновок.

Таким чином, заклавши основи формування логічного прийому порівняння в 1–4 класах, ми створимо передумови для розвитку його в наступних класах під час формування знань про десяткову позиційну систему чисел, про різні класи чисел.

3.2. Застосування основних логічних прийомів під час вивчення теми «Арифметичні дії, усні табличні, позатабличні та письмові обчислення»

У першій частині цього пункту ми хочемо показати, як уміння користуватися логічним прийомом порівняння учні можуть застосувати під час вивчення нової теми «Арифметичні дії». Ця тема вивчається в усіх класах початкової школи. Розміщення матеріалу – концентричне. Учні отримують тут згідно з навчальною програмою достатньо великий обсяг знань, умінь і навичок.

Але, як показує практика, знання дітей мають фрагментарний характер, а вміння й навички недостатні. Що означає «фрагментарний характер знань»? Це означає, що: 1) учні оперують назвами дій, не розуміючи їх смислу; 2) учні не бачать взаємозв'язку і взаємозалежності між діями, а тому рідко можуть використати одну дію для перевірки результату іншої дії (віднімання – додаванням, множення – діленням чи навпаки); 3) діти часто змішують самі обчислення з прийомами (способами); 4) вони рідко можуть обґрунтовано пояснити спільність і відмінність між усним та письмовим обчисленням і т. д. Отже, знання учнів із цієї теми не систематизовані, логічно не обґрунтовані, не мають цілісного характеру, тобто недостатньо ними осмислені. А якщо взяти до уваги той факт, що тема «Арифметичні дії на множині цілих невід'ємних чисел» вивчається тільки в початковій школі, то можна припустити, що прогалини в знаннях учнів, допущені з її вини, залишаються в більшості з них назавжди.

Де ж шукати причину таких прогалин? У програмі? Ні. Вона достатньо продумана й обґрунтована. У низькому рівні знань учнів? Теж ні. Як їх навчають, так вони і знають. У низькій фаховій підготовці вчителів? Теж не зовсім так. Учителі стараються, шукають, але не завжди знаходять те, що їм потрібно. На нашу думку, причиною прогалин у знаннях учнів є те, що вони не вміють користуватися логічними прийомами ні під час здобуття нових знань, ані під час закріплення раніше вивчених знань, умінь та навичок. Як навчити учнів цих прийомів? Спробуємо дати свій варіант відповіді на це запитання й допомогти вчителям, хоча б частково, заповнити прогалини в знаннях учнів із цієї дуже важливої теми.

Дії додавання та віднімання – друга арифметична тема, яку діти вивчають у початковій школі. Які ж знання вони повинні тут отримати?

мати? Про дію додавання учні повинні знати, що: 1) вона означає об'єднання елементів двох або більше скінченних множин предметів (1-й смисл додавання); 2) позначається значком «+», який читається «плюс» або «додати»; 3) дія додавання може ще означати збільшення числа на декілька одиниць (2-й смисл дії додавання); 4) щоб додати, треба мати щонайменше два числа; 5) приклади на додавання читаються по-різному; 6) результат додавання двох чисел має єдине значення; 7) числа при додаванні називають доданок, доданок, сума; тобто у випадку двох доданків при додаванні беруть участь три числа; 8) щоб знайти результат додавання, треба знати певні прийоми обчислень; 9) обчислення бувають усні й письмові і т. д.

Аналогічні знання діти отримують і під час вивчення дії віднімання, множення та ділення.

Але в певний час перед учителем виникає проблема – показати взаємозв'язок між діями додавання і віднімання (множення і ділення). І тут варто було б (замість наочності) використати логічний прийом – порівняння. Саме цей прийом мислення допоміг би дітям знайти спільні та відмінні властивості цих дій, а в поєднанні з логічним прийомом узагальнення привів би їх до певних висновків. Наведемо приклад бесіди з використанням прийому порівняння, за допомогою якого можна розкрити учням взаємозв'язок між діями додавання і віднімання. Нехай учитель запропонує учням розглянути такі три приклади:

$$3 + 7 = 10 \text{ (1)}$$

$$7 - 3 = 4 \text{ (2)}$$

$$7 - 4 = 3 \text{ (3)}$$

– Спочатку, – каже вчитель, – розглянемо приклади (1) і (2), а потім – (1) і (3).

Питання до класу:

1. Що ви можете розповісти про приклад (1)? (Приклад на додавання. Числа називаються – доданок, доданок і сума).

2. Що ви можете розповісти про приклад (2)?

3. Що в них спільного? (Однакові числа).

4. Що в цих прикладах відмінного? (Різні дії. Числа хоч і однакові, але стоять на різних місцях).

5. Який висновок можна зробити? (У цих прикладах використано одні й ті ж числа, але вони стоять на різних місцях і використовуються у різних діях).

6. Пригадайте, як називаються компоненти і результат прикладу (1).

7. Чи можна скористатися цими назвами для прикладу (2)? (Якщо від суми відняти перший доданок, то отримаємо другий доданок).

Аналогічно продовжуємо бесіду, порівнюючи приклади (1) і (3).

Висновок – правило цієї бесіди звучатиме так: якщо від суми відняти другий доданок, то отримаємо перший доданок.

Перевіривши ці два висновки ще на декількох трійках прикладів, учитель таким чином приведе учнів до таких загальних висновків-правил:

1) З кожного прикладу на додавання можна скласти два приклади на віднімання.

2) Якщо від суми відняти один доданок, то одержимо другий доданок.

Слід зауважити, що, формулюючи останні два висновки, учителю в бесіді треба застосувати прийом індуктивного узагальнення.

Так само в 2-му класі, розглядаючи відповідні трійки прикладів (наприклад, $8 \cdot 4 = 32$; $32 : 8 = 4$; $32 : 4 = 8$), діти формулюють висновок про взаємозв'язок між діями множення і ділення.

Учителі часто запитують нас, навіщо проводити такі бесіди, якщо з допомогою наочності все робиться значно швидше. На нашу думку, застосування наочності не завжди йде учням на користь. Часто вона допомагає на етапі сприймання нового матеріалу, але нічим не допоможе при осмисленні його. Щоб матеріал добре осмислити, треба знати хід думки, спосіб міркування. А тому логічний прийом порівняння в усьому його обсязі доцільно використовувати на кожному етапі сприймання й осмислення того нового матеріалу, який можна подавати з допомогою бесіди, тобто: 1) при розкритті другого смислу арифметичної дії (у порівнянні його з першим смислом дій); 2) при введенні нових арифметичних дій (у порівнянні з раніше вивченими); 3) при ознайомленні з новими прийомами обчислень (у порівнянні з раніше вивченими); 4) при виведенні закономірностей.

Висновок 1: а) і при додаванні, і при відніманні участь беруть три числа; б) додавання означає – об'єднати, а віднімання – забрати, вилучити; тому результат додавання – сума, результат віднімання – остача; в) числа при додаванні й відніманні мають різні назви.

Висновок 2: а) Додають у двох випадках: коли треба знайти результат об'єднання («об'єднання») і коли треба знайти результат від збільшення числа на декілька одиниць («на ... більше»); б) однакові назви результату й компонентів дії; в) в обох випадках сума більша від кожного з доданків.

Висновок 3 аналогічний висновку 2, лише стосується дії віднімання.

Висновок 4: а) «На ... більше» означає дію додавання, а «на ... менше» означає дію віднімання.

Загальний висновок: 1. У кожній дії беруть участь три числа. 2. Кожна дія має два смисли. 3. Кожна дія має свої назви для компонентів і результату.

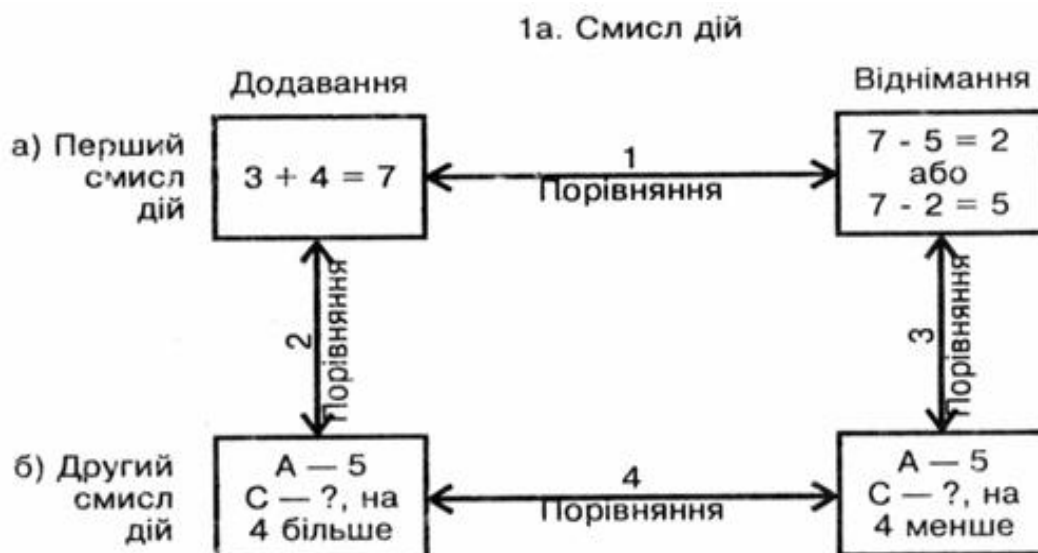


Схема 3.1. Застосування в бесіді з учнями логічного прийому порівняння під час вивчення двох смислів арифметичних дій

Аналогічно учні з допомогою вчителя можуть використати логічний прийом порівняння для виведення відповідних висновків із таких схем (див. схеми 3.2–3.3).

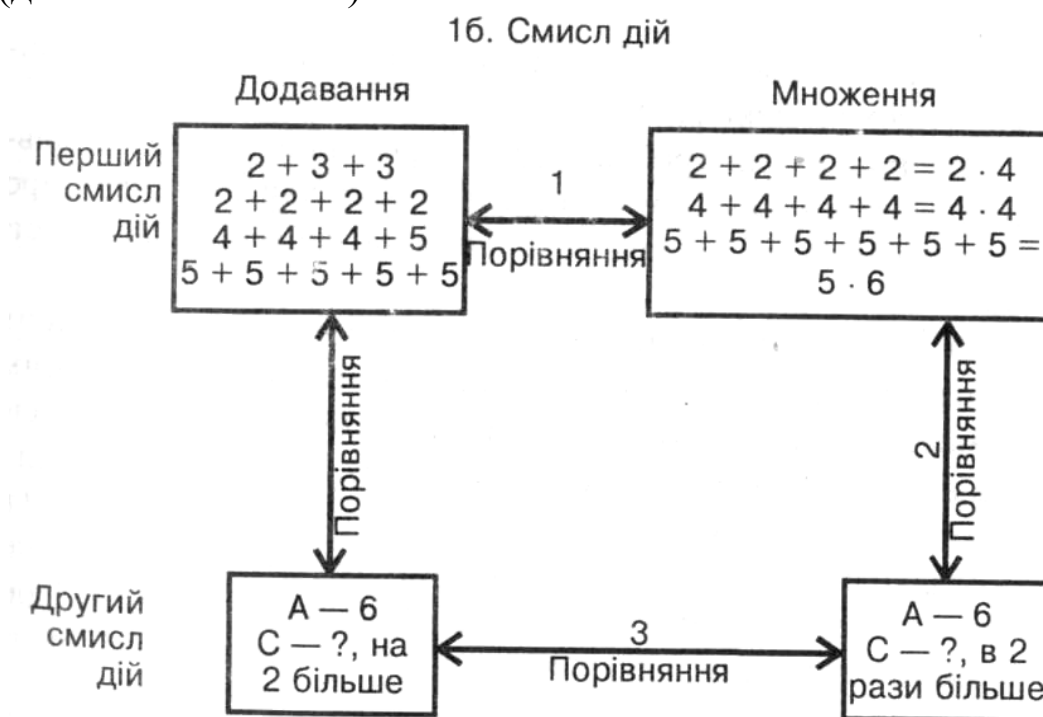
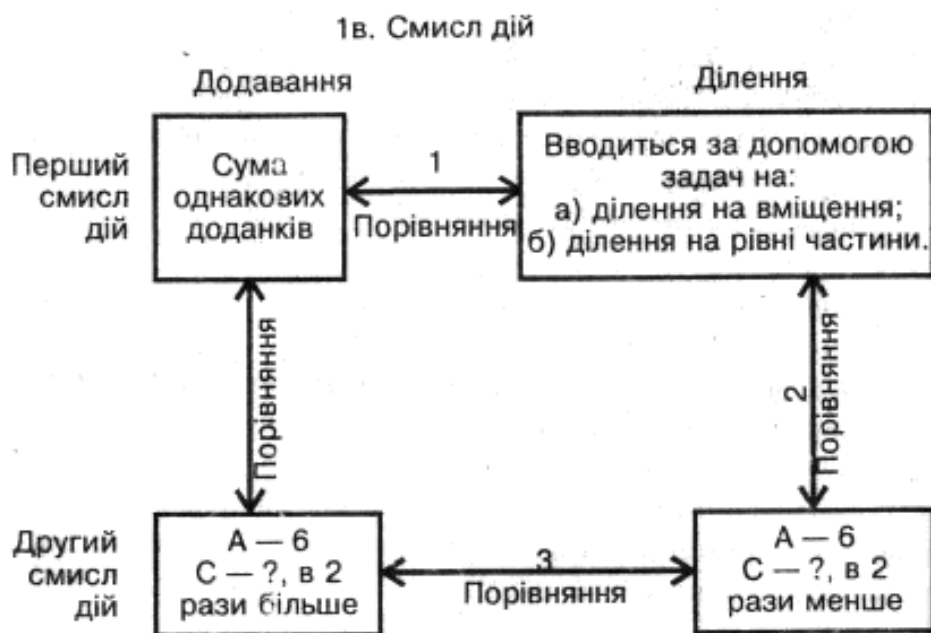


Схема 3.2



Подібні схеми для порівняння можна скласти для будь-яких двох чи декількох дій.

Висновки, які зроблять діти в результаті такого порівняння, допоможуть їм отримати цілісну картину знань про арифметичні дії, їх смисли, спільні та відмінні властивості.

У процесі вивчення усних позатабличних обчислень учителі повинні обов'язково рекомендувати учням самостійно застосовувати логічний прийом порівняння, але не на етапі вивчення нового матеріалу, а під час закріплення й узагальнення набутих знань, умінь та навичок. Наприклад, узагальнюючи всі можливі випадки усних обчислень, учитель ставить перед учнями завдання розглянути обчислення і для кожної групи їх зробити висновок, скориставшись для цього логічним прийомом порівняння.

1-ша група усних позатабличних обчислень:

$$50 + 40 = 90; 50 - 40 = 10; 50 \cdot 4 = 200; 50 : 5 = 10.$$

Висновок 1. В основі усних обчислень лежать знання з нумерації чисел і знання таблиць ($50 = 5 \text{ дес. і т. д.}$).

2-га група усних позатабличних обчислень:

а) $55 + 42$ б) $66 - 42$ в) $52 \cdot 4$ г) $55 : 5$

$55 + 40$ $55 - 40$ $a \cdot 1 = a$ $65 : 5$

$55 + 4$ $55 - 4$ $1 - a = a$ $75 : 5.$

$55 + 4$ $54 - 29$ $0 \cdot a = 0$

$a \cdot 0 = 0$

правило

Висновок 2. В основі всіх обчислень лежить конкретний прийом:

а) розкладання числа на суму розрядних доданків і застосування узагальненої переставної властивості додавання; б) застосування властивостей віднімання суми від суми і віднімання числа від суми; в) застосування властивості множення суми на число; г) застосування ділення суми на число: прийом підбору цифри частки.

Ми навели приклади лише декількох можливих випадків, коли доречно, на нашу думку, пропонувати учням використовувати логічний прийом порівняння, і вивчаючи новий матеріал, і закріплюючи й узагальнюючи знання, уміння та навички. А можливостей застосування цього прийому під час вивчення арифметичних дій значно більше.

Наведемо приклад використання порівняння у процесі засвоєння нового матеріалу, а саме: письмового додавання.

Учитель просить учнів розглянути обчислення і порівняти їх.

1. $24 + 45 = 20 + 4 + 40 + 5 = 20 + 40 + 4 + 5 = 60 + 9 = 69$;

2.
$$\begin{array}{r} 24 \\ +45 \\ \hline 69 \end{array}$$

Якщо учні добре оволоділи логічним прийомом порівняння, вони зроблять такі висновки:

- 1) перше обчислення усне, а друге – письмове;
- 2) однакові доданки, однаковий результат;
- 3) при усному обчисленні додавали, починаючи з вищих розрядів;
- 4) при письмовому обчисленні додавали, починаючи з одиниць;
- 5) при письмовому обчисленні спеціальний спосіб запису доданків.

Після вивчення всіх письмових прийомів обчислень (додавання, віднімання, множення і ділення) добре було б відвести один урок, на якому за допомогою прийому порівняння на основі конкретних знань підвести учнів до таких висновків: 1) обчислення бувають усні і письмові; 2) усні обчислення є табличні і позатабличні; 3) є обчислення, які вводять правилом.

Однак лише з окремих наведених прикладів мислення згідно з логічним прийомом порівняння бачимо, що його одного часто замало для того, щоб розкрити учням цілісну картину знань.

Вагомо доповнює порівняння логічний прийом аналогії, який допоможе учням засвоїти не лише теоретичні знання, а ще й прийоми дій, способи мислення, з допомогою яких можна самостійно набувати нових знань.

У процесі вивчення математичного матеріалу доцільно використовувати різні види аналогій, адже аналогія в навчанні – шлях до засвоєння нової інформації на основі встановлення подібності між об'єктами – поняттями чи явищами – за певними ознаками чи відношеннями. Вчитель повинен знати, що за характером здобуття знань існує декілька видів аналогії: роз'яснювальна, казуальна, аналогія парадигми, ілюстративна, аналогія відповідностей, структурно-функціональна та систематизаційна.

Роз'яснювальна аналогія виконує функцію переносу ознаки ясності й зрозумілості з одного предмета чи поняття на інший. Ця аналогія використовується здебільшого для роз'яснення термінів. Щоб навести приклад, скористаємося таблицею 3.1.

Таблиця 3.1

«Оригінал» (термін, з яким потрібно ознайомити учнів)	«Модель» (термін, який вивчався раніше, добре відомий учням)	Логічний висновок
1. Цифри	Букви-значки, які використовують для запису слів.	Отже, цифри – це значки, які можна використати для запису чисел.
2. Числа-сусіди	Сусіди за партою, сусіди за місцем проживання.	Отже, числа теж мають сусідів.
3. Уявлення про позиційну систему числення	Розглянемо слова: пилка – липка. Порівняємо їх. З яких букв складаються? Скільки їх у кожному слові? Чи мають ці слова однаковий зміст? Отже, кожна буква в слові має своє місце.	Кожна цифра в числі має своє місце, тобто позицію. Якщо цифри в числі поміняти місцями, то отримаємо нове число, відмінне від попереднього.

Казуальна аналогія. Логічною основою її є припущення, які мають спільні наслідки, повинні мати і спільні причини. Наприклад, більшій кількості предметів відповідає більше число (наслідок). Кожній кількості предметів відповідає своє число, а однаковим кількостям предметів відповідає одне і те ж число (причина).

Аналогія парадигми (висновок через приклад). Суть її полягає в припущенні: якщо об'єкт, крім ряду властивостей (істотних), за якими він схожий з іншим об'єктом, має ще одну властивість, то і другий об'єкт, можливо, теж має таку властивість. Висновки, наведені за аналогією парадигми, потребують перевірки. Аналогією парадигми

можна скористатися під час вивчення письмових прийомів обчислень. Наведемо приклад проблемної ситуації.

Вчитель: Діти, нам треба додати письмово такі числа: 327 і 541. Як це зробити? Чи ми вже додавали якісь числа письмово? (Запитання-підказка вчителя).

Діти: Так. Додавали письмово двоцифрові числа.

Вчитель: Давайте пригадаємо, як ми це робили. Наприклад, треба додати письмово числа 27 і 41.

Пояснення учня: Спочатку треба записати ці числа в стовпчик один під одним так, щоб одиниці були під одиницями, а десятки під десятками. Поставити між ними знак «+». Під числами підвести риску. Під рискою записати суму. Додавати починають з одиниць. Буде 68.

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 41 \\ \hline 68. \end{array}$$

Вчитель: Чи не можемо ми скористатися тим самим правилом (алгоритмом письмового додавання) для знаходження суми тих чисел, які я вам запропонувала (327 і 541)?

Учні: Напевно, можемо.

Вчитель: Чому?

Учні: Тому, що в нових числах добавилися лише сотні, а десятки і одиниці ті ж самі.

Вчитель: Давайте оформимо цей запис. Запишемо в стовпчик. Додамо одиниці, десятки і сотні й отримаємо суму.

$$\begin{array}{r} 327 \\ + 541 \\ \hline 868. \end{array}$$

Вчитель: Який результат отримали? (868).

Вчитель: Але я не впевнений, що ми діяли правильно. Давайте перевіримо правильність нашого результату, обчисливши цей приклад усно.

Учні: Тоді треба діяти так:

$$300 + 20 + 7 + 500 + 40 + 1 = 800 + 60 + 8 = 868.$$

Вчитель: Що скажете?

Учні: Результати однакові.

Вчитель: Який можемо зробити висновок?

Учні: Алгоритм письмового додавання однаковий для всіх чисел.

Ілюстративна аналогія. За цією аналогією певний об'єкт чи поняття пізнається за допомогою ілюстративної моделі, у якій, часто абстрагуючись від окремих властивостей, обов'язково залишають спільні властивості чи відношення. Наприклад, для ознайомлення учнів із числами першого десятка використовуємо лічильні палички. Ознайомлюючись із числами в межах ста, для числа як ілюстративну модель використовуємо пучки паличок і окремі палички. Для вивчення багатоцифрових чисел використовуємо рахівницю.

Суть *аналогії відповідностей* полягає в тому, що перенесення відношень із однієї системи на іншу роблять на основі деякої відповідності між елементами цих систем. Цей вид аналогії доцільно використовувати тоді, коли новий матеріал подібний до раніше вивченого в певних відношеннях. Наведемо приклад (табл. 3.2).

Таблиця 3.2

«Оригінал» (новий навчальний матеріал)	«Модель» (раніше вивчений навчальний матеріал)	Логічний висновок
Треба побудувати новий клас чисел, знаючи, що в ньому основна лічильна одиниця – тисяча.	Використаємо для цього структуру і спосіб утворення відомого учням класу – класу одиниць. а) Основна лічильна одиниця – одиниці; б) У класі три групи лічильних одиниць: одиниці, десятки одиниць, сотні одиниць (три розряди); в) Об'єднані в один клас відповідно до основної лічильної одиниці – клас одиниць.	Діємо за аналогією 1. Основна лічильна одиниця – тисяча. 2. Утворимо три розряди: одиниці тисяч; десятки тисяч; сотні тисяч. 3. Об'єднаємо їх в один клас відповідно до основної лічильної одиниці – клас тисяч.

Оскільки структурно-функціональний і систематизаційний види аналогії в початковій школі майже не трапляються, ми детально не описуємо їх. Треба зауважити, що аналогія роз'яснювальна, каузальна, парадигми – аналогії властивостей, а аналогії – ілюстративна, відповідностей, структурно-функціональна, систематизаційна – аналогії відношень.

Застосування вчителем аналогії для ознайомлення учнів із новим матеріалом та залучення до цього самих школярів дасть можливість

формувати культуру їх мислення. Якщо діти добре оволодіють способом мислення за аналогією, то це дуже допоможе їм у самостійному здобутті нових знань.

Пропедевтична робота, проведена в початкових класах, істотно полегшить формування вміння в старших класах, де їм доведеться мати справу з великою кількістю математичних понять і класифікувати їх уже не лише за однією, а за двома-трьома спільними ознаками.

Основні помилки, що їх допускають діти старших класів, такі:

1) змішування критеріїв класифікації на одному рівні (ділять трикутники, наприклад, на прямокутні, рівнобедрені, рівносторонні);

2) звуження обсягу понять класифікації при поділі трикутників на класи за довжиною сторін (багато учнів не називають різносторонніх трикутників);

3) порушення ієрархії: більша частина учнів не розуміє, що рівносторонній трикутник є частковим випадком рівнобедреного.

Якби робота щодо формування прийому класифікації за однією ознакою добре проводилася в початковій школі, то в старших класах можна було б уникати майже всіх перерахованих вище учнівських помилок із класифікації. Адже при класифікації поділ має здійснюватися зверху донизу – від вищого класу до нижчого.

Формування логічних прийомів: узагальнення від часткового до загального (індуктивне узагальнення); узагальнення від загального до часткового (дедуктивне узагальнення)

Уміння, які входять до складу цих логічних прийомів, є складовими частинами попередньо розглянутих прийомів, тому детально зупинятися на цьому питанні не будемо, а обмежимося лише окремими зауваженнями й пропозиціями. Під час індуктивного узагальнення постійно маємо справу зі створенням нових, ще не відомих дітям термінів, назв, символів. Тому важливо, на нашу думку, пояснити їм, що нові назви не вигадуються, не беруться хтосьна-звідки, а є носіями певної спільної властивості якоїсь групи предметів, об'єктів чи понять. Для проведення такої роботи доречно використовувати метод евристично-індуктивної бесіди, сутність якої полягає в тому, що вчитель спочатку пропонує розглядати конкретні приклади або їх групи. У результаті виконаного порівняння та виділення спільних властивостей чи відношень учні приходять до загального висновку, який намагаються сформулювати у відповідних термінах.

Для ознайомлення з дедуктивним узагальненням рекомендуємо вчителям використовувати евристично-дедуктивну бесіду.

Узагальнення є переходом думки на більш високий ступінь абстракції через виявлення загальних істотних ознак предметів чи понять, які розглядаються.

У психолого-педагогічній і методичній літературі термін «узагальнення» трактується по-різному. Це і результат, і процес, і метод, і розумовий прийом. Результати узагальнення: поняття різного ступеня узагальнення; правила, теореми, задачі, схеми, алгоритми, орієнтири, принципи.

Ми розглядаємо узагальнення як логічний прийом. Він дуже складний для учнів, оскільки потребує вміння аналізувати, виділяти головне, порівнювати, абстрагувати, синтезувати.

Аналіз (розклад, розчленування) – це мислене вичленення окремих властивостей предметів і дослідження їх як певних елементів цілого.

Синтез (з'єднання, складання, сполучення) – це мислене поєднання тих частин цілого, які вичленено й вивчено в процесі аналізу – встановлення взаємодії і взаємозв'язку їх та дослідження предмета як єдиного цілого. Аналіз і синтез у процесі мислення та утворення нових понять невіддільні, вони зумовлюють і доповнюють один одного. Це дві сторони одного й того самого процесу.

Абстрагування (відволікання) – це мислене відволікання від ряду неістотних властивостей та зв'язків досліджуваного предмета й виділення найістотніших його ознак, зв'язків та відношень для проникнення в суть цього предмета. Абстракція є обов'язковим методом пізнання дійсності. Особливо вона характерна для математики.

Узагальнення – це продовження й одночасно завершення логічної дії абстрагування.

Виділяють емпіричні й теоретичні узагальнення. Перший вид узагальнення здійснюється способом поступового порівняння окремих елементів цієї множини предметів чи дій із ними, у результаті чого поступово виділяють їх загальні істотні ознаки, які можуть стати основою для формулювання загального правила чи загального способу дій.

Теоретичні узагальнення здійснюються способом аналізу деякої системи, коли в ній виділено генетично вихідне й просте відношення, яке слугує основою для всіх її окремих проявів.

З урахуванням особливостей двох видів узагальнень, а також залежно від змісту дидактичної і виховної мети уроків, дидакти рекомендують різні способи вивчення нового матеріалу:

а) індуктивний спосіб, в основі якого лежить аналіз конкретних явищ, виділення загальних істотних ознак та узагальнення їх у поняттях чи правилах;

б) аналітико-синтетичний спосіб, тобто спосіб формування понять на основі аналізу й синтезу конкретних явищ;

в) дедуктивний спосіб, який полягає в тому, що ознайомлення з принципово загальними положеннями передує вивченню конкретних явищ.

У практиці навчання спочатку треба відпрацювати всі складові частини прийому узагальнення, хоча в реальному розумовому процесі вони між собою тісно пов'язані.

Вчителі математики широко використовують емпіричні узагальнення, які поділяють на індуктивні (від часткового до загального) і дедуктивні (від загального до часткового).

Логічна природа індукції полягає в тому, що загальне в природі не існує самостійно. Воно пізнається через вивчення конкретного, окремого. Індукція буває повна і неповна. Виділяють також математичну індукцію. Індуктивні узагальнення відповідають неповній індукції. Вони передбачають таку послідовність розумових операцій: аналіз і порівняння – абстрагування – узагальнення.

Щоб підвести учнів до узагальнення, нам потрібно здійснити разом із ними ряд таких дій:

1) мотивація необхідності проведення узагальнення;

2) мета узагальнення (наприклад, у результаті розгляду ряду прикладів помітили закономірність; формулюють висновок, правило, план обчислення прикладів цього типу);

3) виділення істотних і неістотних ознак ситуації, яка підлягає узагальненню;

4) пошук загального істотного на основі розгляду конкретних прикладів;

5) узагальнення (висновок).

Правило – орієнтир індуктивних узагальнень – складається із таких дій:

1) постановка мети узагальнення;

2) розгляд конкретних прикладів; порівняння для виділення загальних істотних ознак;

3) формулювання висновку-узагальнення;

4) перевірка висновку на конкретних прикладах.

Таким чином у початковій школі можна відкрити властивості арифметичних дій.

Щоб навчити учнів розуміти істотне і неістотне, доцільно вдаватися до абстрагування. Це поширення в думці загальних істотних ознак класу (множини) предметів, виділених у процесі абстракції, на конкретний предмет цієї множини. Тут велику роль відіграють різні види абстракції: ізольована, підкреслювальна, протиставна.

Ізольована абстракція дає можливість абстрагувати загальні істотні ознаки й не звертати уваги на неістотні. Але таке ставлення до неістотного викличе в учнів у майбутньому ряд труднощів у застосуванні знань.

Підкреслювальна абстракція потребує від учнів шукати й узагальнювати істотні ознаки, а неістотні підкреслювати як фон, але не узагальнювати їх.

Протиставна абстракція складається з двох фаз: I – називаються й узагальнюються істотні ознаки; II – називаються й узагальнюються неістотні ознаки. Цей спосіб найбільш ефективний у навчальному процесі. Однак учителі рідко використовують його, оскільки не мають відповідних методичних рекомендацій.

Методика формування цих узагальнень має таку послідовність дій:

- 1) зіставлення заданих предметів;
- 2) виділення в них загальних істотних ознак;
- 3) формулювання висновку (I фаза);
- 4) зіставлення цих же предметів;
- 5) виділення в них неістотних ознак і визначення меж їх зміни;
- 6) формулювання висновку (II фаза).

Такі протиставлення істотного і неістотного сприяють тому, що школярі вчаться розрізняти ці поняття, переносити узагальнені знання на конкретний матеріал. У випадку двофазового узагальнення після показу зразка, розв'язання ще одного-двох прикладів учні засвоюють загальну схему розв'язання задач цього виду (I фаза), вчаться визначати та узагальнювати неістотне в умові й обчисленні, починають осмислювати принцип варіацій умови: можна змінювати числа для переставних законів множення й додавання, імена дійових осіб для кожного виду простих задач (II фаза). Після цього учні можуть скласти аналогічні приклади й задачі, глибше розуміють їх типові особливості, свідомо переносять способи розв'язування в змінені ситуації.

Якщо в індуктивних узагальненнях загальна істотна ознака невідома і її не знають, то в дедуктивних – її знають наперед, і потрібно розрізняти її в запропонованих об'єктах. Наприклад, у першому класі, аналізуючи таблицю 3.3, діти роблять загальний висновок (індуктивне узагальнення: якщо один доданок залишиться без зміни, а другий весь час збільшується, то сума буде збільшуватися також).

Таблиця 3.3

1-й доданок	2	2	2	2
2-й доданок	3	4	5	6
Сума	2 + 3	2 + 4	2 + 5	2 + 6

Якщо в 3-му чи 4-му класі вважати, що ця закономірність дітям добре відома, то можна їм запропонувати віднайти її в подібних таблицях (дедуктивне узагальнення). Психологи називають такі задачі задачами на підведення під поняття або на розпізнавання.

Потрібно знати, що при індуктивному узагальненні маємо справу з утворенням нових понять, термінів, назв, символів. Нові терміни в початковій школі має вводити вчитель, тому важливо, на нашу думку, показати дітям, що нові назви не вигадуються і не беруться хтось звідки, а є носіями певної загальної властивості якоїсь групи предметів, об'єктів чи понять.

Аналогічно це треба роз'яснювати і при дедуктивному узагальненні, хоча там спочатку вводять узагальнення чи поняття, а потім шукають відповідні, конкретні приклади, які йому відповідають.

Межі посібника не дають нам можливості більш детально зупинитися на формуванні основних логічних прийомів у молодших школярів під час вивчення арифметичного матеріалу. В наступному розділі спробуємо розширити нашу методику формування цих прийомів у процесі поєднання дидактичних методів та логічних прийомів мислення.

Розділ IV. ВИБІР МЕТОДІВ ТА ОСНОВНИХ ЛОГІЧНИХ ПРИЙОМІВ ВИВЧЕННЯ АРИФМЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

4.1. Вибір методів та основних логічних прийомів під час вивчення теми «Нумерація цілих невід'ємних чисел»

Вибір методів і прийомів навчання визначається цілісним системним підходом до процесу навчання, під час якого звертають увагу на всі головні елементи системи, що визначаються такими основними критеріями:

- 1) закономірностями та принципами навчання;
- 2) цілями й завданнями навчання загалом чи певного етапу уроку;
- 3) змістом і методами математики як навчального предмета чи конкретної теми математичного матеріалу;
- 4) навчальними можливостями учнів (віковими; рівнем підготовки до навчання; особливостями класного колективу);
- 5) можливостями самих учителів.

Навчально-пізнавальна діяльність учнів і керування нею з боку вчителя становлять єдиний процес. Характер навчально-пізнавальної діяльності учнів відображають такі його структурні елементи:

- а) постановка й усвідомлення учнями пізнавального завдання;
- б) сприймання навчального матеріалу;
- в) осмислення навчального матеріалу й засвоєння основної його інформації, формування наукових понять, узагальнення і систематизація;
- г) закріплення й удосконалення знань, їх запам'ятовування, формування навичок та вмінь;
- г) застосування знань, умінь та навичок на практиці;
- д) зворотний зв'язок: перевірка засвоєння, аналіз і самоаналіз досягнень учнів.

Перші три із зазначених компонентів стосуються етапу вивчення нового матеріалу.

У вивченні нового матеріалу істотне значення має актуалізація опорних знань. Важко добитися активності та певної самостійності всіх учнів класу під час пояснення нового матеріалу без достатнього повного й глибокого відтворення потрібних знань та вмінь.

Старі знання учні могли набути і в школі, і поза нею. Нові знання вони здобувають на основі тих, якими вже оволоділи. Уявлення про математичні поняття й терміни можуть збігатися або не збігатися з їх

основними науковими значеннями. Тому в широкому розумінні підготовчий етап охоплює такі завдання:

а) відтворення опорних знань та деяких прийомів пізнавальної діяльності, окремих загальних умінь чи вмінь виконувати розумові операції (актуалізація знань);

б) уточнення чуттєвого досвіду дітей і уявлення про термін відповідно до наукового розуміння поняття;

в) повідомлення теми й мотивування необхідності вивчення нового матеріалу.

Підготовка до вивчення нового матеріалу здійснюється переважно в процесі виконання учнями системи вправ. У доборі таких вправ ураховуються особливості нового матеріалу: теоретичні знання (поняття, закономірності), нові випадки усних або письмових обчислень, розв'язування задач нового виду. Зокрема, у ході підготовки до ознайомлення учнів із теоретичним матеріалом за допомогою вправ потрібно створити своєрідну наочну модель нового знання. Нерідко тут допомагає самостійне виконання дітьми операції над множинами предметів. Наприклад, зв'язування паличок у пучки-десятки під час вивчення нумерації чисел першої сотні.

Особливістю процесу актуалізації в початкових класах є те, що опорні знання й уміння треба не просто нагадати, а й застосувати на практиці. Отже, актуалізація знань має бути ґрунтовною. Під актуалізацією опорних знань, умінь і навичок ми розуміємо *відтворення в пам'яті учнів у певній системній логічній послідовності тих знань, умінь і навичок, які потрібні їм для сприймання нового матеріалу*. Цей етап уроку ніяк не підміняє назви *підготовка до вивчення нового матеріалу*. Це одні й ті самі етапи, але з різним структурним навантаженням, тому що етап підготовки до вивчення нового матеріалу не передбачає побудови завдань у системній логічній послідовності [5].

Наведемо приклади актуалізації опорних знань, умінь і навичок учнів під час ознайомлення з новим навчальним матеріалом на уроках математики.

Підготовка матеріалів для актуалізації знань учнів починається з аналізу нового матеріалу. У ході аналізу потрібно з'ясувати, які старі (попередні) знання є складовою частиною нових або основою для їх пояснення.

На прикладах із різних розділів та тем програми розкриємо суть аналізу й наведемо зразки підготовчих вправ.

Підготовка до вивчення числа 8 включає такі запитання й завдання:

1. Встановити на набірному полотні сім паличок. Полічити й записати цифрою кількість паличок.

2. Учитель виставляє картку з цифрою 6. Намалювати стільки кружечків, скільки одиниць означає цифра, що є на картці.

3. Назвати всі числа від 1 до 7, а потім від 7 до 1.

4. Назвати число, яке йде при лічбі після числа 6.

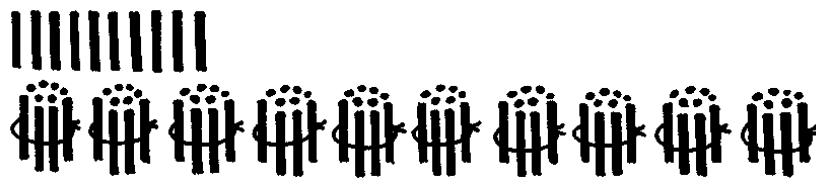
5. Назвати число, яке стоїть у ряді між числами 5 і 7.

6. Між якими числами стоїть у ряді число 6?

7. Як утворити число, що буде за числом 6?

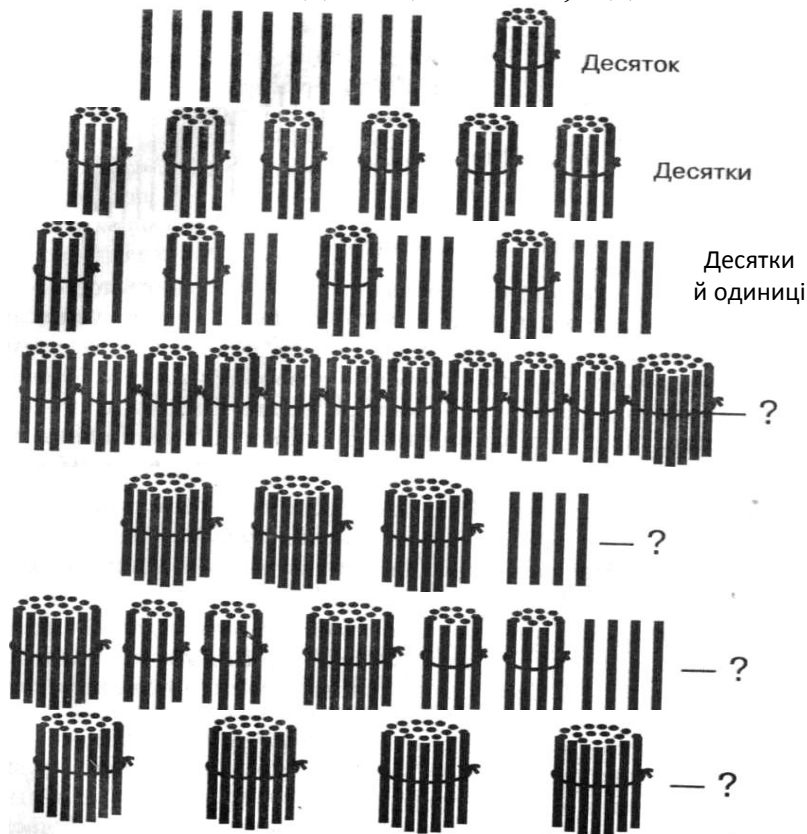
Бесіда для актуалізації опорних знань та створення проблемної ситуації

Розгляньте малюнок 4.1. Порівняйте числа, що утворилися способом лічби. (У першому ряді – десять паличок. Лічимо по одній. У другому ряді – десять десятків паличок. Лічимо десятками).



Мал. 4.1

Розгляньте малюнок 4.2. Порівняйте числа кожного ряду за способом лічби. Можливо, зумієте знайти нову одиницю лічби, а отже зможете застосувати новий спосіб лічби. (Учні, з допомогою вчителя, дають назву новій лічильній одиниці – сотня, а далі лічать самостійно).



Мал. 4.2

Висновок. Отже, ми сьогодні відкрили для себе нову лічильну одиницю – сотню, а також нові способи лічби: сотнею й одиницями; сотнею і десятками; сотнями, десятками й одиницею; сотнями. Вивчення нумерації натуральних чисел відбувається протягом чотирьох років навчання в початкових класах. Робота будується концентрично, відповідно до особливостей десяткової системи числення. Вивчення кожної нової області чисел, з одного боку, спирається на раніше здобуті знання, а з другого – поглиблює і систематизує попередні знання.

У вивченні чисел першого десятка основне значення надається питанням, пов'язаним з утворенням кожного нового числа, зі з'ясуванням співвідношень між суміжними числами ряду, з розглядом складу чисел із двох доданків. Розглядаючи кожне з чисел, насамперед слід з'ясувати, як його можна дістати. Щоб підкреслити принцип побудови натурального ряду чисел, важливо почати з утворення числа додаванням 1 до попереднього числа. Однак діти повинні засвоїти послідовність чисел у ряді як у порядку їх зростання, так і спадання. Тому важливо ознайомити їх з утворенням будь-якого числа й відніманням 1 від наступного, яке йде відразу після нього.

Утворення числа додаванням 1 до попереднього або відніманням 1 від наступного легко пов'язати з порівнянням цих чисел.

Тема. Ознайомлення з числом і цифрою 3.

- З якими числами ми вже з вами знайомі? (1, 2).
- А для того, щоб дізнатися, з яким новим числом ми сьогодні ознайомимося, треба лічити.
- Лічимо кружечки. Скільки їх? (3).
- (Різних предметів для лічби має бути більше ніж 10).
- Скільки різних предметів ми лічимо? (Багато).
- По скільки кожного предмета було? (По три).
- Отже, ми сьогодні ознайомилися із числом 3.
- Що означає число 3? (Кількість предметів по 3).
- На яке питання відповідає?
- Як утворилося? (Лічбою).
- Тепер усі предмети зберемо в конверт, а для того, щоб запам'ятати, по скільки предметів було, треба позначити цифрою 3.

Так, наприклад, на уроці ознайомлення дітей із числом 4 (як і з будь-яким іншим числом у межах 10), корисно починати з повторення того, як дістали числа, що їх розглядали раніше, наприклад число 2 ($1 + 1$, $3 - 1$), число 3 ($2 + 1$). Запропонувавши дітям виставити на верхній полиці набірного полотна три трикутники й

поставити відповідну цифру, а на нижній – скільки ж кружечків, запитати: «Скільки виставлено кружечків?». (Їх стільки ж, скільки й трикутників, отже, теж 3). «Додайте ще один кружечок до тих трьох, які вже стоять на полотні. Скільки тепер стало кружечків?». Перелічивши кружечки, діти відповідають: «Тепер на полотні стало чотири кружечки». «Як дістали чотири кружечки?». (До 3 додали 1). Учитель показує цифру, якою записується число 4, виставляє її на тій полиці полотна, на якій виставлено кружечки.

Після цього йде запитання, чого більше – кружечків чи трикутників. З'ясовується, що кружечків більше, а трикутників менше. Після проведення аналогічних вправ із використанням індивідуального дидактичного матеріалу – загальні висновки: «Щоб дістати число 4, можна до 3 додати 1» (показують відповідний запис); «Щоб дістати число 3, можна до 2 додати 1, або від 4 відняти 1» (запис за допомогою карток з друкованими знаками і цифрами). Роблять висновок, що 3 менше, ніж 4, а 4 більше, ніж 3.

Після введення відповідних знаків $<$ та $>$ (що передбачено в підручнику вже під час порівняння чисел 1 і 2) такі записи виконують, порівнюючи наступні числа.

Кожне нове число від самого початку виступає як продовження вивченого відрізка натурального ряду чисел. За такого підходу створюються умови, щоб діти підмітили деякі спільні властивості чисел натурального ряду: не тільки розглядуване на цьому уроці число, а й взагалі будь-яке число можна утворити додаванням 1 до того числа, яке стоїть при лічбі перед ним. (Наприклад: Намалюйте шість зелених кружечків і один червоний. Складіть і запишіть приклад на додавання 1: $6 + 1 = 7$. Як можна утворити число 7?), або відніманням 1 від числа, яке йде відразу ж після нього; будь-яке число на 1 більше від попереднього; будь-яке число більше, ніж кожне, що передує в ряді чисел даному, і менше від будь-якого, що йде за ним (тому для порівняння двох чисел досить знати, яке з них раніше називаємо при лічбі – воно й буде меншим). Учні повинні відмічати не тільки спільні, а й відмінні властивості чисел.

Бесіда

Тема: Нумерація чисел першого десятка

Мета: Ознайомити учнів із поняттям «спільні» і «відмінні» властивості чисел.

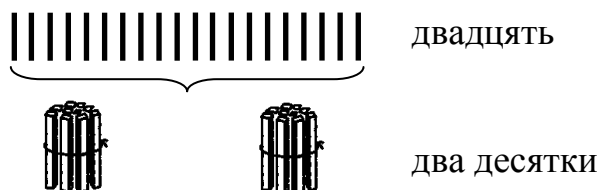
– Чим число 2 відрізняється від числа 7? (Число 2 менше від числа 7. Для запису цих чисел використовуємо різні цифри).

- Зробіть загальний висновок про те, чим відрізняються одне від одного числа 2 та 7. (Різною кількістю одиниць та різними цифрами).
- Властивості, за якими числа відрізняються одне від одного, називаємо їх відмінними властивостями.
- Чим подібні між собою числа 2 і 7? (Для їх запису використовуємо по одній цифрі).
- Властивості, за якими числа подібні одне до одного, називаємо спільними властивостями.
- Сформулюйте загальний висновок про спільні та відмінні властивості чисел 2 і 7. (Для запису чисел потрібно по одній цифрі. Ці цифри різні. Числа різні за величиною).

Тема: Вивчення нумерації у межах сотні

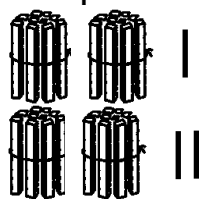
Мета: використати порівняння для ознайомлення учнів з новим матеріалом та для самостійного здобуття ними нових знань. Евристична бесіда.

- Розгляньте малюнок 4.3. Назвіть спільні і відмінні властивості чисел 20 та 2 десятки. (Це одне і те ж число. Тільки число 20 ми отримали при лічбі одиницями, а число два десятки – при лічбі десятками).



Мал. 4.3

- Отже, числа можна отримувати ще й при лічбі десятками. Але для чого нам ще такий спосіб лічби?
- Перевіримо, чи дійсно на малюнку 4.3 є 20 паличок. Як це зробити? (Полічити). Яким способом можна їх полічити швидше? (Пучками).
- Тобто маємо ще один спосіб лічби – лічба десятками та одиницями.
- Розгляньте малюнок 4.4. Виберіть зручний спосіб лічби. Назвіть числа, які утворилися при цьому. (Тут зручно лічити десятками й одиницями. Отримаємо два числа – 21 і 23).



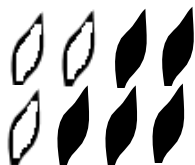
Мал. 4.4

- Поясніть, як отримали ці числа? (При лічбі отримали два десятки і один, а це – 21. Так само отримали число 23).
- Скільки способів лічби ви вже знаєте? Назвіть їх. (По одному; десятками й одиницями; десятками; десятками й одиницями).

Щоб у дітей не склалося такого враження, що числа утворюються за допомогою додавання чи віднімання 1, дуже важливо показати їм різні способи утворення чисел із двох і більше доданків. Ураховуючи складність і різноманітність питань, з якими дітям доводиться мати справу під час вивчення цієї першої теми програми, тут розглядаються тільки найпростіші випадки: утворення числа в результаті додавання двох доданків та відповідні випадки складу числа.

Бесіда

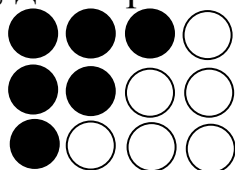
Розгляньте малюнок 4.5. Скільки листочків на малюнку? (4).



Мал. 4.5

- Скільки з них світлих? (2).
- Скільки темних? (2).
- На які два менші числа можна розкласти число 4? (На 2 і 2).
- Скільки листочків на малюнку? (4).
- Скільки з них світлих? (1).
- Скільки темних? (3).
- На які два менші числа можна розкласти число 4? (На 1 і 3).

Розгляньте малюнок 4.6, де зображено чорні і білі кружечки.



Мал. 4.6

- Скільки всього кружечків у кожному рядку?
- На які два менші числа можна розкласти число 4? (На 3 і 1; 2 і 2; 1 і 3).

Вправи складені за малюнками листочків, ілюструють окремі випадки складу числа 4, а за кружечками – всю множину пар чисел його складу. Тобто розкладання числа на два доданки і склад числа з одиниць (учні мають зрозуміти, що число 5 складається з п'яти одиниць, його можна дістати за допомогою послідовного додавання п'яти одиниць, 7 – семи одиниць і т. д.).

Кожному вчителеві добре відомо, яке величезне значення в наступній роботі над додаванням, відніманням у межах 10, а потім і 100 має засвоєння дітьми напам'ять складу чисел із двох доданків. Тому природно на уроках теми «Нумерація чисел 1–10» приділити відповідним вправам спеціальну увагу. Однак при цьому, як показують спостереження, учитель часто ставить перед дітьми завищені вимоги, добиваючись, щоб вони завчили напам'ять склад кожного з чисел у межах 10 (зокрема, і чисел 6, 7, 8, 9, 10). Така вимога явно суперечить тій системі знань – у межах 10, яка визначена програмою і реалізована в сучасному підручнику.

На уроках математики, присвячених числам 1–5, треба виконати досить багато вправ, спрямованих на стійке засвоєння складу цих чисел: практичні вправи на об'єднання двох множин предметів і видалення частини множини з цілої з використанням дидактичного матеріалу і т. д.

Під час вивчення з дітьми чисел 6–10 такі вправи треба виконувати лише епізодично, щоб діти розуміли, що й ці числа можна замінювати сумою двох якихось інших менших, що кожне число можна подати у вигляді суми двох чисел. Однак щодо чисел 6, 7, 8, 9, 10 розбирати відповідні випадки слід завжди з опорою на наочні посібники, з використанням лічби, не вимагаючи відтворювати напам'ять усі можливі випадки розкладання будь-якого з цих чисел на два доданки. Поряд із постійним використанням різноманітних демонстрацій і самостійних робіт із різним лічильним дидактичним матеріалом корисно застосовувати спеціальні прийоми для розгляду складу чисел і пропонувати практичні вправи, які допомагали б дітям ознайомитися з усіма випадками складу того чи іншого числа в певній системі. Наведемо приклад.

Бесіда

- Викладіть на верхній полиці набірних полотна 5 кружечків.
- Візьміть один із цих кружечків і перекладіть на нижню полицю.
- Скажіть, як удалося розкласти 5 кружечків на дві полицки (4 на одній і 1 на другій).
- Тепер знову перекладіть 1 кружечок з верхньої полицки на нижню.
- Скажіть, як розклали 5 кружечків на дві полицки (3 на одній і 2 на другій).

Поступово розширюючи відомості про числа, важливо щоразу ґрунтовно вдосконалювати ті знання, уміння й навички, формування

яких розпочали ще раніше. Тут маємо на увазі засвоєння послідовності чисел на такому рівні, коли в дітей не викликає утруднень пропозиція відтворити цю послідовність як у прямому, так і в зворотному напрямку, починаючи з будь-якого з вивчених чисел. Тут також маємо на увазі вміння заповнити пропуски в ряді чисел, назвати число, що безпосередньо йде за даним чи йому передує, назвати «сусідів» цього числа в ряді, вказати, яке число має міститися між двома даними числами. Для відпрацювання таких умінь призначені спеціальні вправи, що їх можна використовувати для роботи з класом, із кожним учнем. Можливі й диктанти з такими, наприклад, завданнями:

- Запишіть цифрою, скільки тут кружечків (учитель показує малюнок із 3 або 4 кружечками).
- Намалюй стільки кружечків, скільки їх указано на цій картці (показати картки з цифрою 1, 2, 3).
- Запишіть число, яке йде при лічбі після числа 5 (6, 7, 8 ...).
- Запишіть число, яке стоїть у ряді між числами 5 і 7.
- Запиши в зошиті тільки ті числа, які пропущені в цьому ряді (на дошці записано такий ряд: 1, 2, ..., 4, 5, ..., 7).
- Запишіть число, яке на 1 більше, ніж 3 (менше, ніж 8).

У міру ознайомлення з новими числами характер розгляду тих самих питань (про утворення числа, місце, яке воно займає в ряді, порівняння цього числа з вивченими раніше та ін.) має поступово змінюватися. Вчитель усіляко стимулює учнів до «перенесення» знань, які вони здобули, розглядаючи раніше вивчені числа, на нові для них випадки. Якщо під час вивчення чисел 2, 3, 4 учитель сам організовує відповідне сприймання й усвідомлення, за допомогою навідних запитань підказує дітям кожний крок у міркуваннях, пов'язаних з утворенням числа чи порівнянням двох чисел, то вже, скажімо, під час вивчення чисел 6, 7, 8 і далі слід надавати учням більше самостійності. Так, пригадавши, як утворювати вже відомі числа, вчитель може запитати, як утворити наступне число, а потім те, що йде за ним, без відповідного унаочнення. Водночас, оскільки в різних дітей процес усвідомлення відбувається неоднаково, навіть діставши від одного – двох учнів правильну відповідь на такі запитання, необхідно використати відповідне унаочнення. «Числові східці» не тільки ілюструють утворення наступного числа, а й дають можливість розглянути, спираючись на цю наочність, усі питання, пов'язані з вивченням нумерації.

У результаті вивчення нумерації чисел першого десятка діти здобувають необхідну підготовку для ознайомлення з діями над числами, оскільки всі ті основні прийоми виконання цих дій, з якими діти зіткнуться згодом, ґрунтуються на стійких знаннях натуральної послідовності чисел і розумінні того, що кожне число можна замінити сумою двох або кількох чисел. Тут застосовується і знання напам'ять складу чисел 2–5 із двох доданків.

Цієї підготовки досить, щоб перейти до вивчення нумерації чисел 11–20, 21–100. Розширення ділянки розглядуваних чисел – справа завжди досить важка для молодших школярів. Уперше вони відчують труднощі, ознайомлюючись із числами в межах 100. Слід зауважити, що навіть послідовність чисел, їх назви відомі на цей час далеко не всім дітям. Тому легке й очевидне для тих, хто матеріалом уже оволодів добре, для інших може виявитися дуже важким. Будь-який поспіх у процесі вивчення нумерації може призвести до тяжких наслідків, стати причиною серйозного відставання при засвоєнні програми для деяких учнів.

З урахуванням цих обставин відповідні питання перебувають у центрі уваги вчителя та учнів протягом досить тривалого часу.

Передусім для підготовки до розгляду нових чисел слід повторити ті питання з нумерації, які вивчалися в темі «Десяток». При цьому слід звернути увагу дітей на те, що кожне з розглядуваних ними чисел мало свою особливу назву, що слова ці ніяк не були пов'язані між собою, що для позначення кожного з чисел від 0 до 9 існує свій особливий знак, який називається цифрою (при записуванні числа 10 використано дві цифри – 1 і 0). Ставиться запитання, скільки всього цифр знають діти. Після цього вчитель виставляє на набірному полотні 10 паличок. Пропонує учням полічити. Вчитель повідомляє, що число десять ще називають десятком (зв'язує палички в пучок).

– Будемо утворювати число, що йде за числом десять. Покладемо 1 паличку на пучок паличок, тобто на 10.

– Яке число йтиме за числом десять? (Якщо ніхто з дітей не знає назви, її повідомляє сам учитель).

– Десять паличок і ще одна паличка буде одинадцять паличок.

Одинадцять, тому що ми клали «один на десять». Слово десять замінюють на «дцять» і дістають одинадцять.

– Повторимо назву нового числа.

– Ми поклали один на десять. Отже, в числі 11 один десяток і одна одиниця.

- Будемо утворювати число наступне за числом 11.
- Присуньте до 11 паличок ще 1 паличку. Скільки тепер десятків паличок і окремих паличок? (1 десяток паличок і ще 2 окремі палички).

Число, яке складається з одного десятка і двох одиниць, утворили так – наклали два на десять. Як можна назвати утворене число? (Дванадцять). Чому так назвали? (За аналогією до назви числа одинадцять). Аналогічно утворюємо та називаємо всі наступні числа в межах 20.

II. Утворимо число 11 і 12 із кубиків – десятків і окремих кубиків. Скільки в числах 11 і 12 десятків? Скільки окремих кубиків?

- Прочитайте назви чисел 11 і 12.

Головним у процесі ознайомлення з усною нумерацією чисел 11–20 було показати дітям утворення з 10 одиниць 1 десятка, розкрити десятковий склад чисел другого десятка. Ознайомлюючись із письмовою нумерацією, діти вперше стикаються з найважливішим питанням про місцеве значення цифр у числі, яке записують.

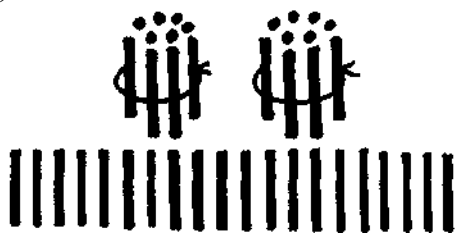
Новим питанням, що потребує уваги, буде відмінність одноцифрових і двоцифрових чисел.

Бесіда

- Розгляньте числа, які записані в першому рядку. Порівняйте їх за кількістю цифр, необхідних для запису: 1, 7, 6, 4, 9; 10, 11, 16, 19, 17. (Для запису чисел у першому рядку потрібна була тільки одна цифра, а для запису кожного з решти чисел – по дві цифри).
- Властивість, за якою числа зібрані у свій рядок, назовемо особливою властивістю чисел.
- Яка ж особлива властивість чисел, записаних у першому рядку? (Вони одноцифрові).
- Яка особливість чисел, записаних у другому рядку? (Вони двоцифрові).
- Чи можна продовжити запис чисел у кожному ряді? (Можна).
- Якої умови потрібно при цьому дотримуватися? (У першому рядку мають бути всі одноцифрові числа, а в другому – всі двоцифрові числа).

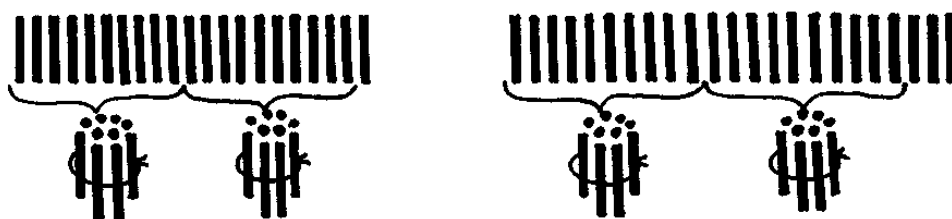
Вивчаючи нумерацію чисел у межах сотні, ставимо перед собою мету – використати порівняння та аналогію для ознайомлення учнів із новим матеріалом та для самостійного здобуття ними нових знань. Наприклад, використовуємо евристичну бесіду.

- Розгляньте малюнок 4.7. Назвіть спільні і відмінні властивості чисел 20 та 2 десятки. (Це одне і те ж число. Тільки число 20 ми отримали при лічбі одиницями, а число 2 десятки – при лічбі десятками).



Мал. 4.7

- Отже, числа можна отримувати ще й при лічбі десятками. Але для чого нам ще й такий спосіб лічби?
- Перевіримо, чи дійсно на малюнку 4.7 є 20 паличок. Як це зробити? (Полічити). Яким способом можна їх полічити швидше? (При лічбі десятками). Тобто маємо ще один спосіб лічби – лічба десятками та одиницями.

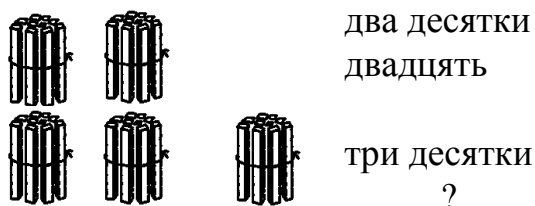


Мал. 4.8

- Розгляньте малюнок 4.8. Виберіть зручний спосіб лічби. Назвіть числа, які утворилися при цьому. (Тут зручно лічити десятками й одиницями. Отримаємо два числа – 21 і 23).
- Поясніть, як отримали ці числа? (При лічбі отримали два десятки і один, а це 21. Так само отримали число 23).
- Скільки способів лічби ви вже знаєте? Назвіть їх. (По одному; десятком і одиницями; десятками й одиницями).

Евристична бесіда з метою використання сприятливої обстановки для первинного ознайомлення учнів із логічним прийомом аналогії

- Розгляньте малюнок 4.9.



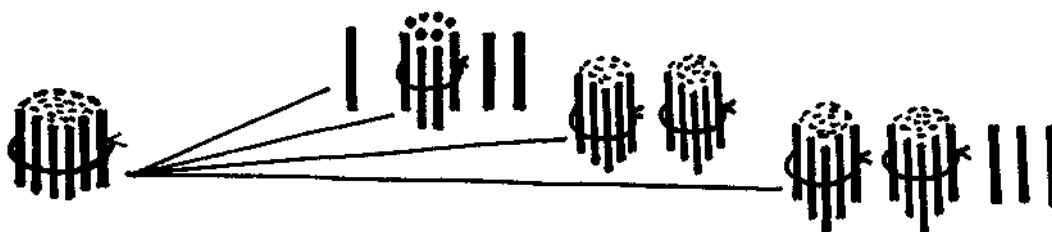
Мал. 4.9

- Два десятки або двадцять...
- Три десятки або ...?
- Скажіть, що спільного та відмінного між числами, що утворилися при лічбі пучків паличок. (Обидва числа утворилися при лічбі десятками. Числа різні. Два десятки менші від трьох десятків. Два десятки – то двадцять).
- Зверніть увагу на те, що в першому рядку малюнок записано дві назви одного й того ж числа, а в другому – замість другої назви числа стоїть знак питання. Яке слово потрібно вставити замість нього? (Знак питання стоїть замість слова, яке повинно позначати кількість окремих паличок. Це – тридцять).
- Як ви здогадалися, що це повинно бути тридцять, а не якесь інше число? (Міркували так само, як і при утворенні слова двадцять).

Перший крок у вивченні усної нумерації чисел у межах 1000 – ознайомити дітей з новою лічильною одиницею – сотнею. Слід показати їм, що так само як десять одиниць утворюють нову лічильну одиницю – десяток, десять десятків, у свою чергу, утворюють нову лічильну одиницю – сотню і що сотнями лічать так само, як десятками й одиницями. Щоб діти добре це зрозуміли, треба спочатку наочно проілюструвати ці положення. Наведемо приклад.

Бесіда

- Розгляньте малюнок 4.10.



Мал. 4.10

- Порівняйте числа, які утворилися, за способом лічби. У першому ряді – десять паличок. Лічити по одній. У другому ряді – десять десятків паличок. (Лічити десятками).
- Розгляньте малюнок 4.11.



Мал. 4.11

- Порівняйте числа, які утворилися при лічбі в кожному ряді, за способом лічби. Можливо зумієте знайти нову одиницю лічби, а отже – застосувати новий спосіб лічби. (Учні з допомогою вчителя дають назву новій лічильній одиниці – сотня, а далі лічать самостійно).

Головний висновок, до якого слід підвести дітей на основі лічби одиницями, десятками, сотнями, полягає в тому, що кожні 10 одиниць лічби становлять нову, більшу лічильну одиницю.

Наступний крок у вивченні нумерації – заповнення натурального ряду чисел від 100 до 1000. Виходячи з того, що вже відомо дітям на цей час про нумерацію, вчитель має допомогти їм поширити ці знання на нову область чисел.

Формувати уявлення про числа натурального ряду чисел (від 1 до 1000) допомагають і такі вправи, як:

1. Запишіть усі числа, розміщені між числами 597 і 605, 859 і 870.
2. Скільки чисел міститься між числами 100 і 200, між 700 і 900, 100 і 1000?

Наступний крок – розгляд розрядного складу чисел (їх утворення із сотень, десятків та одиниць). Виконавши багато вправ, діти мають навчитися відповідати на запитання такого виду:

1. Назвіть числа, в яких 8 сотень, 2 десятки і 2 одиниці; 9 сотень і 5 одиниць; 4 сотні й 8 одиниць; 1 сотня й 1 одиниця; 8 сотень і 1 десяток.
2. Скільки сотень, десятків, одиниць у числах: двісті п'ятдесят, триста два, двісті сорок три?
3. Назвіть числа, які дістанемо в результаті додавання: $300 + 30 + 5$; $210 + 50$; $600 + 4$; $100 + 90 + 9$.

Перш ніж перейти до письмової нумерації, потрібно повторити те, що вже відомо учням про особливості запису чисел у межах 100. У зв'язку з цим ще раз уточнюється зміст термінів «число» і «цифра», відмінність між термінами, повторюються назви «одноцифрові» й «двоцифрові» числа, діти пригадують і пояснюють, з чим пов'язані ці назви.

Під час вивчення нумерації вчитель має уважно стежити за правильністю формулювань і у власній мові, і в мові учнів. Зокрема, не можна допускати змішування термінів «число» і «цифра». Треба чітко розрізняти запитання, скільки одиниць у тому чи іншому розряді (скільки десятків, сотень і т. д.) і скільки всього одиниць

цього розряду в певному числі (наприклад, можна сказати, що в числі 127 одна сотня, два десятки і сім одиниць, але всього в ньому 12 десятків, 127 одиниць). Далі: цифра 0 вказує на відсутність одиниць у тому чи іншому розряді, але не можна говорити, що 0 означає відсутність розряду.

Навчаючи дітей читати й записувати трицифрові числа, доцільно пропонувати вправи на виявлення подібності й відмінності між числами (наприклад, такого виду: 7, 70, 700). На цій основі зробити висновок, що означає в записі кожного з цих чисел цифра 7. Тепер можна перейти до з'ясування того, яке з цих чисел найбільше, а яке – найменше. Цікаво запропонувати для порівняння і числа виду 420, 426, 406 та ін.

Нові для дітей поняття «трицифрові числа» «одиниці третього розряду» формуються на основі вже відомих їм понять «одноцифрове число», «двоцифрове число», «одиниці першого розряду», «одиниці другого розряду», а тому особливих труднощів тут не виникає.

Основне завдання вивчення теми «Нумерація багатоцифрових чисел» – міцне засвоєння кожним учнем навичок читання і записування будь-якого багатоцифрового числа в межах, передбачених програмою. Цього можна досягти тільки на основі узагальнення нагромаджених учнями уявлень про десяткову нумерацію одноцифрових, двоцифрових і трицифрових чисел. Міцні навички читання багатоцифрових чисел ґрунтуються на вмінні добре читати одноцифрові, двоцифрові і, головне, трицифрові числа, бо для безпомилкового читання багатоцифрового (із понад трьома цифрами) числа треба:

- 1) уміти читати трицифрові числа;
- 2) знати назви класів.

Досвід роботи за новими програмами й підручниками показав, що основну увагу слід сконцентрувати на засвоєнні назв розряду, пов'язаного з назвою класу. Це краще допомагає учням, наприклад, справитися з важливим завданням – подати багатоцифрове число у вигляді суми розрядних доданків.

Таким чином, у міру ознайомлення з новими класами багатоцифрових чисел доцільно вивчати назву кожного розряду всередині певного класу. При цьому учні знаходять спільне в побудові кожного класу й відмінність між значеннями ознайомлених розрядів різних класів.

Спільне полягає в тому, що кожний клас має три розряди: одиниць, десятків, сотень; у кожному класі зберігаються співвідношення між сусідніми розрядами: завжди 10 одиниць нижчого розряду утворюють одну одиницю сусіднього, вищого розряду. Відмінність визначається співвідношенням між одиницями ознайомих розрядів двох сусідніх класів. Для цього, ознайомлюючись із класом тисяч, учні помічають, що один десяток тисяч більший від одного десятка в 1000 разів, одна сотня тисяч більша від однієї сотні також у 1000 разів.

Розглянемо урок на введення поняття класу.

Тема: Нумерація шестицифрових чисел. Таблиця розрядів і класів (поняття про клас)

I. Підготовча вправа.

– Визначте, скільки всього цифр у числах 488 431; 378 043; 47 408; 5780; 343 488; 500 700 і прочитайте їх.

II. Пояснення нового матеріалу.

Розповідь. В усній нумерації розряди багатоцифрових чисел групують у класи. У кожному класі три розряди. У межах шестицифрових чисел маємо два класи: перший і другий. Одиниці, десятки й сотні становлять перший клас – клас одиниць. Одиниці тисяч, десятки тисяч і сотні тисяч становлять другий клас – клас тисяч (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

Другий клас – клас тисяч			Перший клас – клас одиниць		
Сотні тисяч	Десятки тисяч	Одиниці тисяч	Сотні	Десятки	Одиниці

Одиниці, десятки й сотні – це назви I, II, і III розрядів першого класу. Одиниці тисяч, десятки тисяч і сотні тисяч – це назви першого, другого і третього розрядів другого класу.

Назви лічильних (розрядних) одиниць перших двох класів такі:

- для класу одиниць – одиниця, десяток, сотня;
- для класу тисяч – тисячі, десятки тисяч, сотні тисяч. В усній нумерації виділяють також одиниці класів. Одиницею першого класу є одиниця, одиницею другого класу – тисяча.

Щоб прочитати чотири-, п'яти- або шестицифрове число, називають спочатку, скільки в ньому одиниць класу тисяч, а потім, скільки одиниць класу одиниць (не вказуючи назви одиниць цього класу).

Узагальнення знань передбачає виділення й осмислення основного, істотного, сполучної ланки чи стрижневої ідеї, навколо якої групуватимуться інші математичні поняття, відомості.

У процесі сприймання нового матеріалу, дістаючи уявлення, засвоюючи поняття, розв'язуючи завдання, постійно вдаємося до різноманітних розумових дій – порівняння (зіставлення, протиставлення), аналізу, синтезу, узагальнення, класифікації, систематизації тощо.

Саме від рівня розвитку їх залежать успіхи учнів у засвоєнні виучуваного. Лише за цілеспрямованого навчання дітей прийомів та способів розумової діяльності можна досягти бажаних результатів. Як показує досвід, здатність школярів до порівняння, узагальнення, класифікації значно вища, ніж уявляють педагоги.

Недостатня підготовленість окремих учнів до засвоєння математики в наступних класах – результат не так низького рівня знань чи здібностей школярів, як несвоєчасно сформованих загальнонавчальних умінь уважно слухати вчителя, пов'язувати нове з уже засвоєним, відомим, бачити схоже, узагальнювати. Тому слід організовувати пізнавальну діяльність учнів на уроках так, щоб вони, засвоюючи матеріал, постійно аналізували, порівнювали, зіставляли, робили висновки. Наведімо приклад.

Бесіда 1

Тема: Нумерація в межах 1000

Мета: Використовувати вміння учнів порівнювати та міркувати за аналогією.

- Ми утворили сьогодні нові числа. До них належить число 118. Що ви можете розповісти про нього? (Це число складається із сотні, десятка і одиниць).
- Ще що можете сказати про це число? Пригадайте. Спосіб міркування за аналогією. Для цього візьмемо на допомогу добре вам відоме число 18 і пригадаємо його властивості (вчитель вивішує на дошку опорну схему), а потім подивимося, чи має такі ж властивості наше нове число – 118? (Учні, дивлячись на схему, характеризують число 18 та 118).

На цьому ж уроці потрібно ввести доповнення до опорної схеми.

Під кінець уроку учні разом з учителем формулюють загальний висновок: утворено нову лічильну одиницю – сотню, утворено нові числа, їх багато, але вони мають такі самі властивості, які мають числа в межах 100. Вони складаються із сотень, десятків, одиниць.

Узагальнення як прийом мислення вчителі формують у процесі найрізноманітнішої навчальної діяльності учнів, проте не завжди цілеспрямовано. Це створює для значної частини дітей серйозні труд-

нощі, оскільки їм важко самотійно осмислити й виділити загальне та перенести в нову ситуацію, а тому вони просто заучують незрозуміле, отже, не можуть пов'язати його з уже відомим.

Нерідко трапляється, коли школярі не в змозі виділити певні властивості предметів (явищ), мислено їх відокремити, відкинути неістотне й застосувати на практиці.

Ураховуючи вікові особливості й пізнавальні можливості учнів, учителю треба на простих прикладах поступово розкривати дітям суть узагальнення способом аналізу виучуваного, з'ясування математичних закономірностей. Для цього потрібні різноманітні наочні посібники, дидактичний матеріал.

Так, вивчаючи перший десяток, дітям доводиться узагальнювати набуті знання й переносити їх на всі інші числа. Наприклад, вони можуть засвоїти таке:

1. Кожне число можна записати у вигляді суми одиниць

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 1 + 1 = 3$$

2. Наступне число завжди більше від попереднього на 1, а попереднє менше від наступного на 1.

3. Кожне число можна записати у вигляді суми двох менших чисел:

$$3 = 1 + 2$$

$$4 = 1 + 3$$

$$4 = 2 + 2 \text{ і т. д.}$$

Подібні завдання можна пропонувати учням додому.

Для узагальнення порядку чисел натурального ряду корисні вправи:

1. Назвіть числа, що стоять перед числом 15 і після нього.

2. Заповніть пропуски: ..., 14, ..., ..., ..., 18, ..., 20,

Підвести вихованців до потрібного узагальнення вчитель зможе через систему раціонально дібраних запитань і вправ.

Узагальнення як мислительну операцію та як методичний прийом учителі використовують на різних етапах уроку: при актуалізації опорних знань, сприйманні нового матеріалу, засвоєнні понять, повторенні, закріпленні. Але для цього потрібно створити відповідні умови.

Найперше необхідно розв'язувати спеціальні вправи на виділення головного і відкидання другорядного; на формування вмінь порівнювати та узагальнювати. Корисні тут практичні завдання, пробні й

ігрові ситуації з широким застосуванням наочних посібників. При цьому не варто вживати складну для дітей термінологію, а поступово підготовляти їх до усвідомлення прийомів розумової діяльності на звичайних, поширених у побуті та навчанні предметах.

Особливо велике значення для формування у дітей уміння узагальнювати мають графічні зображення (таблиці, схеми). Вони збагачують уяву учнів узагальненими зоровими образами відповідних математичних понять. Розглянемо для прикладу таблицю 4.2.

Таблиця 4.2

Клас тисяч			Клас одиниць		
сотні тисяч	десятки тисяч	одиниці тисяч	сотні	десятки	одиниці
2	3	5	0	0	0
			2	3	5
6	9	7	4	5	3

1. Прочитати числа, записані в таблиці. Яка відмінність у назвах перших двох чисел? Що означає цифра 3 запису кожного з чисел?

Такі завдання розвантажують учнів, їм не треба читати тексти, робити одноманітні записи. Водночас вони дають змогу швидко й наочно «побачити» суть цього завдання, встановити необхідні зв'язки та відношення.

Узагальнення – ефективний засіб поглиблення, збагачення й упорядкування та зміцнення знань. Вони дають змогу перенести властивості, способи дій у нові ситуації, адже нерідко учні, зіткнувшись із новим конкретним фактом, не впізнають у ньому загальновідомий принцип.

Згрупований матеріал швидше й міцніше запам'ятовується, ним незрівнянно легше користуватися.

Узагальнення дають змогу учням глибше усвідомити зв'язки між поняттями, їх властивостями і відношеннями; вчитися виділяти головне в навчанні математики в наступних класах.

Постійне повторення вивченого матеріалу – одна з умов міцного і свідомого оволодіння кожним учнем знаннями, уміннями та навичками. Перевірити рівень їх засвоєння учнями можна за допомогою питань і завдань такого виду:

1. Яке число йде під час лічби раніше – 399 чи 400? Скільки чисел міститься між числами 200 і 230? Між числами 400 і 500? Між числами 100 і 1000? Які числа містяться між числами 498 і 503? Між числами 688 і 692?

2. Яке число йде під час лічби відразу після числа 699? На скільки 700 більше від 699? На скільки 830 більше від 829? (Щоб відповісти на це запитання, не треба виконувати віднімання, слід тільки пригадати, що число 830 іде під час лічби відразу за числом 829, отже, воно на 1 більше від 829).

3. Розмістити в порядку збільшення числа 369, 368, 370, 367.

Розмістити ці самі числа в порядку зменшення так, щоб кожне наступне число було меншим за попереднє.

4. Які числа пропущено в таких рядках: 447, 448, ..., 451; 803, 802, 801, ..., 798?

5. Прочитай числа 307, 840, 999, поясни, що означає кожна цифра в записі цих чисел.

6. Як можна подати у вигляді суми розрядних доданків числа 257, 840, 903, 400?

7. Порівняй числа 567 і 675, 345 і 346, 980 і 908.

8. Поясни, як записується число сімсот один і число сімсот десять, та чому вони так записуються. Скільки десятків у сотні? Скільки в сотні одиниць?

9. Скільки всього десятків у числах 340, 803, 950? Скільки всього одиниць у кожному з цих чисел? Скільки в кожному з них сотень?

10. Запиши число, яке складається із двох сотень і трьох одиниць, п'яти сотень і двох десятків.

Спостерігаючи за уроками вчителів, можна зробити висновок, що вправи для повторення ще не стали обов'язковим елементом кожного уроку.

Повторення вивченого має велике значення для кожного предмета, а особливо воно важливе для математики, оскільки залежність одних математичних знань і навичок від інших, їх послідовність та логічність мають велике значення для подальшого навчання. Ось чому в математиці більше, ніж у якомусь іншому предметі, необхідне цілеспрямоване систематичне повторення.

В основі більшості вправ, які рекомендуються для повторення, лежить не механічне відтворення знань, а осмислене їх вирішення. Перевага віддається методам та прийомам, які активізують розумову діяльність учнів.

Однак тих указівок, що подані в підручнику для повторення, недостатньо, оскільки в них не враховуються індивідуальні особливості різних класних колективів.

Безперечно, систематичне спостереження за усними відповідями учнів та їх письмовими роботами певною мірою дають змогу з'ясувати труднощі та недоліки учнів у засвоєнні навчального матеріалу. На додаток до цього, щоб за короткий час скласти повну картину рівня знань, умінь та навиків учнів, поряд із поточною роботою слід проводити спеціальні перевірні роботи для виявлення недоліків.

Для виявлення типових помилок можна використовувати такі завдання.

Мета: Перевірити знання нумерації чисел у межах 100.

Математичний диктант:

1. Запишіть числа від 63 до 72.
2. Запишіть число, в якому 6 десятків і 3 одиниці; 9 одиниць II розряду і 4 одиниці I розряду.
3. Запишіть число, яке передує числу 60.
4. Запишіть число, яке на 1 більше 49.
5. Запишіть число, яке отримаємо, якщо 90 зменшимо на 1.

У процесі підготовки до уроків, на яких більша частина часу відведена на повторення, особливо старанно продумують самостійну роботу учнів, виділяючи при цьому на неї більше часу. Тепер учні працюють самостійно 20–25 хвилин. Щоб стимулювати їх діяльність, використовують різноманітні прийоми.

Особливу увагу потрібно приділяти вибору змісту матеріалу на кожний урок, старатися пропонувати більше цікавих, незвичних вправ, підбирати ігри та широко використовувати дидактичний матеріал.

Наприклад, на уроці узагальнення знань учнів про нумерацію чисел дітям дуже подобається працювати зі сходишками, які виготовляють із цупкого паперу на уроці праці:

Назвати попереднє число. Прочитати число, а на дошці записати ряд чисел, а учні, спіткаючись по сходишках, виконують завдання. Так, граючи, вони узагальнюють знання про нумерацію чисел.

Узагальнювальне повторення не повинно копіювати тематичне, яке вчитель уже неодноразово проводив протягом року. Проте ще раз звернемо увагу на узагальнення як один із методів вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел у початковій школі та поєднання його з дидактичними методами.

У цій темі використовують два типи прийому узагальнення: узагальнення від часткового до загального (індуктивне узагальнення) та узагальнення від загального до часткового (дедуктивне узагальнення).

Під час індуктивного узагальнення постійно маємо справу з утворенням нових, ще невідомих дітям термінів, назв, символів.

Тому важливо, на нашу думку, пояснити їм, що нові назви не вигадуються, не беруться хтозна-звідки, а є носіями певної спільної властивості якоїсь групи предметів, об'єктів чи понять. Для проведення такої роботи доречно використовувати метод евристично-індуктивної бесіди, сутність якої полягає в тому, що вчитель спочатку пропонує розглядати конкретні приклади або їх групи. У результаті виконаного порівняння та виділення спільних властивостей чи відношень, учні приходять до загального висновку, який намагаються сформулювати у відповідних термінах.

Для ознайомлення з дедуктивним узагальненням рекомендуємо використовувати евристично-дедуктивну бесіду.

Логічний прийом узагальнення дуже складний для учнів, оскільки потребує вміння аналізувати, виділяти головне, порівнювати, абстрагувати, синтезувати.

Система завдань для застосування логічного прийому узагальнення має свою особливість. Ця особливість проявляється в тому, що в індуктивних узагальненнях загальна істотна ознака невідома і її не знають, а в дедуктивних її знають наперед, і потрібно впізнати її в запропонованих об'єктах. Вимоги до складання системи завдань на узагальнення такі ж, як і вимоги до завдань на класифікацію. Пропонуємо завдання на використання прийому узагальнення під час вивчення теми «Нумерація чисел».

1. Індуктивне узагальнення.

Тема: «Нумерація двоцифрових чисел»

Бесіда

Вчитель: Розглянемо такі числа 3, 5, 8.

– Скільки потрібно колонок, щоб записати ці числа? (Одну, одиниці).

Одиниці
3
5
8

– Назвіть, скільки одиниць має кожне з цих чисел. (Три одиниці, п'ять одиниць, вісім одиниць).

Вчитель: Розглянемо деякі числа 25, 35, 41. Скільки потрібно колонок, щоб записати ці числа? (Дві колонки).

Десятки	Одиниці
2	5
3	5

- Назвіть скільки десятків має кожне з цих чисел. (Два десятки, три десятки, чотири десятки).
- Скільки цифр потрібно для запису одноцифрових чисел? (Одну цифру).
- Скільки колонок потрібно для запису одноцифрових чисел? (Одну колонку).
- Скільки цифр потрібно для запису двоцифрових чисел? (Дві цифри).
- Скільки колонок потрібно для запису двоцифрових чисел? (Дві колонки).
- Яку назву має перша колонка? (Колонка одиниць).
- Яку назву має друга колонка? (Колонка десятків).
- Можемо зробити висновок, що наша таблиця для запису двоцифрових чисел складається з двох колонок. Перша колонка справа – це одиниці. Друга колонка зліва – це десятки.

Закріплення прийому індуктивного узагальнення

Тема: «Нумерація чисел у межах 1000»

Бесіда

Вчитель: Числа записані в трьох рядках:

1, 5, 7, 9;

25, 47, 63, 97;

135, 478, 379.

- Що ви можете сказати про числа першого рядка? (Це числа, для запису яких потрібна одна цифра, і складаються вони з одиниць).

Одиниці
1
5

- Як вони називаються? (Одноцифрові).

- Що ви можете сказати про числа другого рядка? (Це числа, для запису яких потрібно дві цифри, і складаються вони з одиниць та десятків).

Десятки	Одиниці
2	5
4	7

- Як назвемо ці числа? (Двоцифрові).
- Що ви можете сказати про числа третього рядка? (Це числа, для запису яких потрібно три цифри, і складаються вони з одиниць, десятків та сотень).

Сотні	Десятки	Одиниці
1	3	5
4	7	8

- Як називаються ці числа? (Трицифрові).
- Що є спільного між числами цих трьох рядків? (Усі ці числа складаються з одиниць, а для двоцифрових та трицифрових чисел спільним ще є розряд десятків).
- Числа, що містяться в розряді одиниць, можна назвати ще одиницями першого розряду. Числа, які містяться в розряді десятків, можна назвати одиницями другого розряду. А числа, що містяться в розряді сотень, – одиниці третього розряду. Тобто таблиця буде мати такий вигляд:

Одиниці III розряду	Одиниці II розряду	Одиниці I розряду
Сотні	Десятки	Одиниці

2. Дедуктивне узагальнення.

Тема: «Нумерація трицифрових чисел»

Бесіда

Вчитель: На які питання треба відповісти, щоб охарактеризувати будь-яке число?

1. Що означає число?
2. Як отримуємо число?
3. На яке питання відповідає?
4. Як позначається число?
5. З яких лічильних одиниць складається число?
6. Скільки цифр потрібно для запису числа?

7. Чи можна міняти місцями цифри в числі?
8. Скільки цифр потрібно для запису одноцифрового числа?
9. Скільки цифр потрібно для запису двоцифрового числа?
10. Скільки цифр потрібно для запису трицифрового числа?
11. Що означає цифра, яка стоїть на місці одиниць?
12. Що означає цифра, яка стоїть на місці десятків?
13. Що означає цифра, яка стоїть на місці сотень?
14. Як утворити кожне наступне число?
 - Наприклад, візьмемо число 342.
 - Як отримали число? (При лічбі).
 - На яке питання відповідає? (Скільки).
 - Як позначається число? (Цифрами 3, 4, 2).
 - З яких одиниць складається? (Одиниць, десятків, сотень).
 - Скільки цифр потрібно для запису числа? (Три цифри).
 - Чи можна поміняти місцями числа? (Ні).
 - Що означає цифра, яка стоїть на місці одиниць? (Кількість окремих одиниць).
 - Що означає цифра, яка стоїть на місці десятків? (Кількість десятків у цьому числі).
 - Що означає цифра, яка стоїть на місці сотень? (Кількість сотень).
 - Де це добре видно? (На таблиці).

Сотні	Десятки	Одиниці
3	4	2

- Що означає число 2? (Одиниці).
- Що означає число 4? (Десятки).
- Що означає число 3? (Сотні).

Закріплення прийому дедуктивного узагальнення

Тема: «Нумерація n'ятицифрових чисел»

Бесіда

Вчитель: Скільки цифр потрібно, щоб записати одноцифрове число? (Одну цифру).

- Скільки цифр потрібно, щоб записати двоцифрове число? (Дві цифри).
- Скільки цифр потрібно, щоб записати трицифрове число? (Три цифри).

- Скільки цифр потрібно, щоб записати чотирицифрове число? (Чотири цифри).
- Скільки цифр потрібно, щоб записати п'ятицифрове число? (П'ять цифр).
- Скільки колонок потрібно? (П'ять колонок).
- Отже, для запису п'ятицифрових чисел треба скласти таблицю з п'яти колонок.
- Як називається перша колонка? (Одиниці).
- Друга колонка? (Десятки).
- Третя колонка? (Сотні).
- Четверта колонка? (Одиниці тисяч).
- П'ята колонка? (Десятки тисяч).
- Отже, наша таблиця складається з п'яти колонок, таких як: одиниці, десятки, сотні, одиниці тисяч, десятки тисяч.
- Маємо числа: 3, 6, 8. Скільки потрібно колонок, щоб записати ці числа? (Одну колонку одиниць).

Одиниці
3
6
8

- 24, 35, 48. Скільки потрібно колонок, щоб записати ці числа? (Дві – одиниці і десятки).

Десятки	Одиниці
2	4
3	5
4	8

- 345, 421, 524. Скільки потрібно колонок, щоб записати ці числа? (Три – одиниці, десятки, сотні).

Сотні	Десятки	Одиниці
3	4	5
4	2	1
5	2	4

- 4121, 3245, 6928. Скільки потрібно колонок, щоб записати ці числа? (Чотири – одиниці, десятки, сотні тисяч).

Одиниці тисяч	Сотні	Десятки	Одиниці
4	1	2	1
3	2	4	5
6	9	2	8

- 51 245, 12 115. Скільки потрібно колонок, щоб записати ці числа? (П'ять – одиниці, десятки, сотні, одиниці тисяч, десятки тисяч).

Десятки тисяч	Одиниці тисяч	Сотні	Десятки	Одиниці
5	1	2	4	5
1	2	1	1	5

Отже, утворено нові розряди чисел, які дають змогу розширити множину натуральних чисел. Можна утворювати аналогічним способом нові розряди і таким чином далі розширювати множину натуральних чисел у бік збільшення.

Під час планування та проведення узагальнювальних уроків слід звернути увагу на дотримання важливих вимог до навчального процесу, а особливо:

- старанний вибір методів і прийомів, спрямованих на розвиток пізнавальної активності та самостійності учнів. Для цього слід більшу частину часу уроку виділити на самостійну роботу учнів (25–30 хв), забезпечуючи своєчасний вияв її результатів;
- використання різних засобів, які дають змогу вчителю здійснити зворотній зв'язок (учень – вчитель);
- правильне поєднання фронтальної та індивідуальної форм роботи на основі чіткого контролю за індивідуальними особливостями засвоєння програмового матеріалу; раціональне використання часу уроку.

Ми детально описали методику поєднання методів та логічних прийомів у процесі вивчення нумерації цілих невід'ємних чисел. Цю методику можна й потрібно використовувати в процесі вивчення наступної великої теми «Арифметичні дії. Усні табличні, позатабличні та письмові обчислення», яка вивчається упродовж чотирьох років. Подамо фрагменти окремих уроків, де найбільш ефективно, на нашу думку, підібрано й поєднано дидактичні методи з основними логічними прийомами.

4.2. Вибір методів та основних логічних прийомів вивчення теми «Арифметичні дії. Усні табличні, позатабличні та письмові обчислення»

У цьому розділі вивчення арифметичного матеріалу виділяють декілька тем.

Тема 1. Методика ознайомлення учнів початкових класів з арифметичними діями. Складання й заучування таблиць (додавання, віднімання, множення, ділення)

Її вивчають приблизно за таким планом.

I. Методика ознайомлення учнів із подвійним змістом дії додавання. Прийоми додавання. Складання й заучування таблиць на додавання в межах десяти.

II. Методика ознайомлення учнів із подвійним змістом дії віднімання. Прийоми віднімання. Складання й заучування таблиць на віднімання в межах десяти.

III. Методика ознайомлення учнів з особливими прийомами додавання і віднімання в межах 20. Складання й заучування таблиць на додавання і віднімання в межах 20.

IV. Методика ознайомлення учнів із подвійним змістом дій множення і ділення. Складання й заучування таблиць на множення і ділення.

I–II. Методика ознайомлення учнів із подвійним змістом дій додавання і віднімання. Прийоми додавання і віднімання. Складання й заучування таблиць на додавання і віднімання в межах десяти.

а) Ознайомлення з першим змістом дії додавання – «всього» або «разом»

I. Розглянемо наочність

$$\begin{array}{ccccccc} \circ \circ \circ & \Delta \Delta & & \circ \Delta \circ \Delta \circ \\ 3 & 2 & = & 5 \end{array}$$

– Що справа? Скільки їх?

– Що зліва? Скільки їх?

– Давайте об'єднаємо кружечки і трикутники. Скільки стало разом?

Створення проблемної ситуації: цифри 3 і 2 не можна так об'єднати, щоб вийшло 5.

1 крок. Пояснення вчителя: тому «об'єднати» в українській мові замінюють на слова «разом» або «всього» і називають «дією додавання».

2 крок. Дію додавання позначають «+». Цей значок читають: «плюс» або «додати».

3 крок. Приклад на додавання записують: $3 + 2 = 5$.

4 крок. Приклад на додавання читають: «до трьох додати два дорівнює п'ять» або «три плюс два дорівнює п'ять».

Первинне закріплення: Яку нову дію вивчили? Як вона позначається? Як читається? Як записується? Як приклад записується? Як приклад читається?

Далі декілька хвилин учні разом з учителем переходять від операції об'єднання до дії додавання за допомогою наочності. Обов'язково вживають слова «разом» або «всього».

б) Прийоми додавання

На наступних уроках результат дії додавання пробують знаходити, використовуючи конкретні прийоми обчислень при додаванні (на цих уроках наочність бажано не використовувати).

1) $3 + 1 = 4$ $4 + 1$, $2 + 1$ – прийом прилічування по одиниці;

2) $2 + 2$ $2 + 1 + 1$ – прийом прилічування групами;

$4 + 3$ $4 + 1 + 1 + 1$

$5 + 4$ $5 + 2 + 2$

3) $\underline{2 + 3}$ – прийом перелічування.

$\underline{3 + 5}$

$\underline{4 + 6}$

Ці прийоми вчитель подає на основі наочності. Окремим прийомом слугує переставна властивість додавання. Її вводять за допомогою бесіди з використанням логічних прийомів.

Для цього вчитель спеціально підбирає приклади, на базі яких використовує логічні прийоми порівняння і класифікації.

$2 + 3 = 5$ $3 + 2 = 5$

...

...

$4 + 6 = 10$ $6 + 4 = 10$

Обчисліть ліву і праву сторони. *Спільне*: однакові доданки і результат. *Відмінне*: доданки переставлені місцями. *Висновок*: від перестановки доданків сума доданків не міняється.

Вчитель: Зроблений нами висновок має назву переставної властивості додавання. Навіщо нам знати, що від переставлення доданків сума не міняється? – Для зручності обчислень. Зручніше до більшого доданка додати менший. Отже, переставну властивість можна використовувати як прийом обчислення.

Переставна властивість додавання зазнає певної модифікації до кінця 1 класу. Її використовують для трьох та більше доданків, називають узагальненою переставною властивістю й читатимуть так: числа можна додавати в будь-якому порядку.

в) *Ознайомлення з другим змістом дії додавання – «на... більше»*

Перед розкриттям другого змісту дії додавання доцільно на уроці узагальнити знання учнів про цю дію:

Що означає дія додавання? («Всього» або «разом»). Як позначається дія? Як читається дія? Як записується й читається приклад на додавання? Як називаються компоненти й результати дії додавання?

Далі вчитель пропонує учням таку задачу:

У Надійки на столі лежить 3 олівці, а в Оксанки – на 2 більше. Скільки олівців лежить на столі в Оксанки?

Цю задачу треба розв'язувати практично з допомогою наочності під керівництвом учителя.

Покладіть у верхній ряд стільки паличок, скільки їх є в Надійки. А в нижній рядок покладіть стільки паличок, скільки, на вашу думку, є в Оксанки.

В учнів повинно бути викладено палички так:

|||
||| ||

Звичайно, не в усіх учнів буде такий результат. Просимо пояснити того учня, в якого палички викладено правильно, як він міркував. Учень пояснює: «На два більше – це стільки ж, скільки в Надійки, та ще два».

Отже, «на два більше» означає дію додавання також, тому $3 + 2 = 5$.

Дію додавання використовуємо у двох випадках:

- 1) дія додавання замінює слова «всього» або «разом»;
 - 2) дія додавання замінює словосполучення «на ... більше».
- г) *Складання і заучування таблиці на додавання в межах 10*

На всі таблиці, крім додавання одиниці, дається по три уроки за М. В. Богдановичем, Г. П. Лишенком.

1-й урок

Складають таблиці за допомогою наочності (використовуючи відомі прийоми додавання). Тут же читають таблиці *по порядку* з будь-якої, але різноманітної наочності. Під наочністю розуміють таблиці, записані в різних модифікаціях.

2-й урок

Читання таблиці по порядку з різноманітної наочності, в якій немає результату.

3-й урок

Називання результатів таблиці в будь-якому порядку.

Методика проведення першого уроку на складання таблиці проводиться з допомогою наочності. Результати обчислень знаходять також із допомогою наочності.

$$\begin{array}{ll} 1 + 3 = 4 & \circ \triangle \triangle \triangle \\ 2 + 3 = 5 & \circ \circ \triangle \triangle \triangle \\ 3 + 3 = 6 & \circ \circ \circ \triangle \triangle \triangle \\ 4 + 3 = 7 & \circ \circ \circ \circ \triangle \triangle \triangle \\ 5 + 3 = 8 & \circ \circ \circ \circ \circ \triangle \triangle \triangle \\ 6 + 3 = 9 \dots & \\ 7 + 3 = 10 & \end{array}$$

Далі вчитель говорить: «Для того, щоб весь час не використовувати обчислення, нам треба запам'ятати цю таблицю».

На запам'ятовування кожної таблиці відводиться по два уроки.

За подібною методикою ознайомлюють учнів: а) з подвійним змістом дії віднімання, прийомами віднімання, складають і заучують таблиці на віднімання в межах десяти; б) з подвійним змістом дії множення, складають і заучують таблиці на множення.

III. Методика ознайомлення учнів із прийомами додавання і віднімання в межах 20. Складання і заучування таблиць на додавання та віднімання в межах 20.

Для складання й заучування таблиць у межах 20 недостатньо тих прийомів, із якими учні мали справу в межах 10.

Вчитель на окремому уроці створює спеціальну проблемну ситуацію, у якій намагається показати учням, що інколи зручно додавати й віднімати частинами.

Наприклад: Учитель кладе на полицю три книжки, а на столі в нього сім книжок різної товщини (таких, щоб дитина не змогла відразу викласти їх на полицю). Дає завдання: треба ще сім книжок покласти на полицю. Запитує: Скільки на полиці має стати книжок? ($3 + 7 = 10$). А потім викликає учня й пропонує покласти книжки зі стола на полицю. (Учневі не вдається відразу всі книжки викласти на полицю. Він викладає спочатку три, а потім – чотири). Вчитель

Вчитель: Суму однакових доданків називають дією множення. Позначається (\bullet), читається «помножити».

Приклад записують так: перше число означає доданок, друге число позначає кількість однакових доданків. Отже, маємо такі записи:

$$3 + 3 = 3 \bullet 2$$

$$4 + 4 + 4 = 4 \bullet 3$$

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \bullet 6$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 7 \bullet 12$$

1. Первинне закріплення: Яку дію вивчили? Що означає дія множення? Як позначається? Як читається? Як записується дія множення? Як читається приклад на множення? Що означає перше число при множенні, що означає друге число при множенні?

На наступних уроках діти обчислюють приклади на множення за допомогою переходу до знаходження суми однакових доданків. Дію множення заміняють дією додавання. На одному з уроків вводять назви компонентів і результату дії:

$$2 \text{ (множник)} \bullet 6 \text{ (множник)} = 12 \text{ (добуток)}.$$

$$\text{Записують приклади} \quad 3 \bullet 4 = 12; 5 \bullet 2 = 10.$$

Первинне закріплення. Як називаються числа, що беруть участь у множенні? Числа, які множать, називають множниками. Результат дії множення називають добутком.

На наступних уроках розглядають другий зміст дії множення «у ... разів більше». Методика його введення аналогічна до методики другого змісту дії додавання чи віднімання.

На наступному уроці після введення другого смислу дії множення ознайомлюють учнів із переставною властивістю множення так само, як із переставною властивістю додавання.

Дія ділення

Дію ділення вводять на прикладі двох задач, які мають назву: задача на ділення на рівні частини; задача на ділення на вміщення.

Задача 1. Вісім олівців поділили порівну між двома учнями. Скільки олівців отримав кожен учень?

Задача 2. Вісім олівців роздали по чотири учням. Скільки учнів отримало олівці?

Отримали записи:

$$1) 8 \square 2 = 4 \quad 2) 8 \square 4 = 2.$$

Проблемна ситуація

Вчитель: Чи можна ці записи вважати розв'язком задач? (Ні, тому що немає дії). Яку ж дію можемо використати? (Жодної з тих дій, які знаємо, використати не можемо).

Вчитель: Для розв'язку таких задач мусимо ввести нову дію – дію ділення. Вона позначається « : », читається «поділити». Приклад на ділення записується: $8 : 2 = 4$; читається: вісім поділити на два дорівнює чотири. Повернемося до наших записів розв'язку задач і доповнимо їх дією: 1) $8 : 2 = 4$; 2) $8 : 4 = 2$.

Первинне закріплення дії ділення проводиться за тією ж методикою, що й додавання, віднімання, множення.

Розширення знань про дію ділення відбувається приблизно в такому порядку: розкривають другий зміст дії ділення; уводять назви компонентів та результату дії ділення, розкривають взаємозв'язок між дією множення й дією ділення.

Таблиці на множення і ділення вивчаються за тією ж методикою, що й таблиці на додавання і віднімання.

Теоретичною основою для складання таблиць множення є означення дії множення.

Теоретичною основою для складання таблиць на ділення є взаємозв'язок між діями множення і ділення. З кожного прикладу на множення можна скласти два приклади на ділення.

Для множення на 6, 7, 8, 9 використовують переставну властивість множення.

Основне при заучуванні будь-яких таблиць – це добре продумана вчителем методика проведення усних рахунків та математичних диктантів.

Вимога до усного рахунку така:

- 1) всі завдання для усного рахунку мають бути унаочнені;
- 2) у процесі усного рахунку вчитель не говорить;
- 3) усний рахунок проходить у помірно швидкому темпі;
- 4) якщо учень помилився, виправлення здійснює інший учень за вказівним жестом руки вчителя;
- 5) на усний рахунок відводять до 3 хв уроку.

Тема 2. Методика вивчення усних табличних, позатабличних і письмових обчислень (додавання і віднімання, множення і ділення)

Її вивчають приблизно за таким планом.

I. Властивості арифметичних дій, які слугують прийомами для усних позатабличних обчислень та методика ознайомлення з ними молодших школярів.

II. Усні позатабличні обчислення в межах 100. Метод ознайомлення з ними учнів.

III. Усні позатабличні обчислення в межах 1000 і багатоцифрові числа.

IV. Письмове додавання і віднімання та метод вивчення його в концентрах сотня, тисяча і багатоцифрові числа.

V. Письмове множення і ділення та метод вивчення його в концентрах сотня, тисяча і багатоцифрові числа:

а) письмове множення і ділення на одноцифрове число;

б) письмове множення і ділення на двоцифрове число;

в) письмове множення і ділення на трицифрове число.

I. Властивості арифметичних дій, які слугують прийомами для усних позатабличних обчислень та методика ознайомлення з ними молодших школярів.

У початковій школі розглядають не закони, а властивості:

1) комутативний закон – переставна властивість для дій додавання і множення;

2) асоціативний закон – узагальнена переставна властивість для додавання і множення, $a + b + c = (a + b) + c$. Числа можна додавати або множити в будь-якому порядку;

3) дистрибутивний закон поділяється на властивості:

– множення суми на число й навпаки;

– ділення суми на число;

– множення різниці на число й навпаки і т. д.

Записують та читають властивості так:

1) $a + b = b + a$ – переставна властивість дії додавання.

2) $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b$ – узагальнена переставна властивість.

3) $(a + b) - c = (a - c) + b = (b - c) + a = c - (a + b) = (c - a) - b = (c - b) - a$ – віднімання числа від суми.

4) $a \cdot b = b \cdot a$

5) $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = (b \cdot c) \cdot a$ } – переставна властивість множення

6) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ – множення суми на число.

7) $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$ – множення різниці на число.

8) $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = (b : c) \cdot a$ – ділення суми на число.

9) $a : (b \cdot c) = (a : b) : c$ – ділення числа на суму.

10) $a : (b \cdot c)$ – ділення числа на добуток.

Властивості розглядаються в початкових класах як прийоми для усних позатабличних обчислень.

Їх подають перед кожним новим видом усного позатабличного обчислення.

Кожна з цих властивостей має бути спеціально введена в такому порядку:

1) за спеціальною задачею чи завданням уводиться запис конкретної властивості;

2) вчитель читає властивість і дає їй назву;

3) розглядаються всі можливі способи обчислення (результати всіх обчислень однакові);

4) вмотивовується необхідність вивчення цієї властивості.

II–III. Усні позатабличні обчислення. Методика ознайомлення з ними молодших школярів

Усні позатабличні обчислення виконують, починаючи з одиниць вищого ряду, а письмові – з нижчого (винятком є ділення).

Наприклад:

$$450 + 120 = (400 + 50) + (100 + 20) = (400 + 100) + (50 + 20) = 500 + 70 = 570$$

Проміжні результати під час усних позатабличних обчислень зберігають у пам'яті, а під час письмових – відразу записують.

Прийоми усних обчислень для тієї самої дії над парою чисел можуть бути різні залежно від особливостей прикладу й тієї властивості, яку використовують для обчислення, а письмові обчислення виконують за точно окресленим правилом – алгоритмом, прийнятим для кожної арифметичної дії.

Розв'язування під час усних позатабличних обчислень записують у рядок (якщо це потрібно), а при письмовому обчисленні – стовпчиком.

Усні позатабличні обчислення виконують над числами в межах 100 і над багатоцифровими числами, якщо обчислення над ними зводяться до випадків у межах 100, а письмово виконують дії над багатоцифровими числами тоді, коли усно обчислити важко.

Для усних позатабличних обчислень є дві теоретичні основи:

До першої теоретичної основи відносять теоретичні знання з нумерації чисел. Сюди входять такі види обчислень:

1) **20 + 30 = 50**

2) **40 – 30 = 10**

2 дес. + 3 дес. = 5 дес.

4 дес. – 3 дес. = 1 дес.

5 дес. = 50

1 дес. = 10

$$3) 20 \cdot 4 = 80$$

$$2 \text{ дес.} \cdot 4 = 8 \text{ дес.}$$

$$8 \text{ дес.} = 80$$

$$4) 80 : 4 = 20$$

$$8 \text{ дес.} : 4 = 2 \text{ дес.}$$

$$2 \text{ дес.} = 20$$

До другої теоретичної основи відносять властивості арифметичних дій, які використовують як прийоми для різних видів обчислень. Сюди входять такі види обчислень:

$$1) 23 + 35; \quad 5) 79 - 45;$$

$$2) 23 + 30; \quad 6) 79 - 30;$$

$$3) 23 + 3; \quad 7) 79 - 3;$$

$$4) 27 + 39; \quad 8) 72 - 39.$$

Для дій додавання і віднімання у випадках 1, 2, 3, 4 використовують як прийоми відповідні їм властивості арифметичних дій (додавання суми до суми і віднімання суми від суми; додавання числа до суми, віднімання числа від суми).

До усного позатабличного множення і ділення відносять такі випадки, які вивчаються напам'ять без пояснень:

$$a \cdot 1 = a$$

$$a : 1 = a$$

$$1 \cdot a = a$$

$$0 : a = 0$$

$$a \cdot 0 = 0$$

на нуль ділити не можна

$$0 \cdot a = 0$$

Для решти випадків позатабличного множення і ділення як прийоми обчислень використовуються конкретні властивості арифметичних дій або знання з нумерації чисел. Перерахуємо ці випадки.

$$1) 20 \cdot 10 = 2000$$

$$2) 80 : 10 = 8$$

Для випадків 1, 2 використовують правила множення числа на 10, 100, 1000. Правило заучують за загальною методикою подання й заучування правил.

$$3) 30 \cdot 20$$

$$[a \cdot (b \cdot c)]$$

$$30 (2 \cdot 10) = 60 \cdot 10 = 600$$

$$4) 80 : 20$$

$$[a : (b \cdot c)]$$

$$80 : (2 \cdot 10) = 80 : 10 : 2 = 8 : 2 = 4$$

$$5) 35 \cdot 5$$

$$[(a + b) \cdot c]$$

$$(30 + 5) \cdot 5 = 30 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 150 + 25 = 175$$

$$6) 84 : 4$$

$$[(a + b) : c]$$

$$(80 + 4) : 4 = 80 : 4 + 4 : 4 = 20 + 1 = 21$$

$$7) 78 : 6$$

$$[(a + b) : c]$$

$$(60 + 18) : 6 = 60 : 6 + 18 : 6 = 10 + 3 = 13$$

У випадках 3–7 як прийоми обчислень використовують конкретні властивості арифметичних дій.

$$8) 75 : 25 = 3$$

У восьмому випадку ділення використовують знання означення дії – поділити число a на число b означає знайти таке число c , яке в добутку з b дасть a ($a : b = c$; $c \cdot b = a$). У цьому випадку використовують спосіб підбору цифри-частки.

Усні позатабличні обчислення багатоцифрових чисел зводяться до усних позатабличних обчислень у межах сотні.

Кожен із випадків 3–7 усного позатабличного обчислення потребує попередньої підготовки учнів до сприймання нового матеріалу.

Така попередня підготовка проводиться у два кроки:

1 крок. Ознайомлення з властивістю арифметичних дій, що буде слугувати прийомом обчислення для цього випадку. З такою властивістю знайомлять як мінімум за урок до введення певного виду обчислення. На першому уроці вводять властивість по кроках, на другому – використовують зручні випадки обчислення з використаної властивості.

Зауваження: Властивість і загалом будь-який новий матеріал учитель вводить на власній наочності, власним прикладом, власним методом.

2 крок. Здійснюється безпосередньо на уроці вивчення нового матеріалу з цієї теми. Актуалізація для вчителя ділиться на дві частини:

1) вчитель розглядає випадок і міркує, що мають вміти і знати учні:

- вміти розкладати на суму розрядних доданків;
- знати властивість додавання суми до суми й узагальнену переставну властивість;
- вміти додавати круглі числа;
- знати таблицю додавання одноцифрових чисел;
- вміти додавати до круглого числа одноцифрове;

2) складає систему вправ у певній системній логічній послідовності, щоб підвести учнів максимально до самостійного розкриття способу цього обчислення. Останнє із завдань має бути підказкою.

Наведемо приклади актуалізації опорних знань, умінь і навичок учнів під час ознайомлення з новим навчальним матеріалом на уроках математики.

Вчитель: Давай спробуємо вивести правило додавання двоцифрових чисел. Для того, щоб додати два двоцифрові числа, треба: а) розкласти їх на суму розрядних доданків; б) використати узагальнену переставну властивість для чотирьох чисел; в) спочатку додати круглі числа, потім – одноцифрові числа і, нарешті, до круглого числа додати одноцифрове.

Первинне закріплення як етап уроку передбачає переклад із математичної мови на мову літературну, тобто на цьому етапі потрібно завжди формулювати правила, алгоритми дій, міркування, судження, але не виконувати обчислення, подібні до тих, що виконувалися на етапі ознайомлення з новим матеріалом. Для подібних обчислень існує свій етап уроку – етап закріплення нових і раніше вивчених знань.

IV–V. Письмові обчислення

Різниця між усним і письмовим обчисленням полягає в тому, що для усних обчислень потрібні знання з теорії натуральних чисел та відповідних властивостей, а для письмових обчислень потрібно знати алгоритм письмового обчислення для кожної дії. Крім того, усні позатабличні обчислення починають із вищих розрядів, а письмові – з одиниць. Якщо для усних позатабличних обчислень можна шукати зручні способи, то письмові обчислення виконуються тільки згідно з алгоритмом.

Алгоритм – це система правил, які використовуються в певній послідовності.

Для того, щоб уперше ввести додавання, створюють проблемну ситуацію.

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Дес.} & \text{Од.} \\
 2 & 7 \\
 3 & 9 \\
 \hline
 5 & 16 \\
 6 & 6 \\
 +23 & \\
 \hline
 35 & \\
 58 &
 \end{array}$$

Для того, щоб позбутися незручності при додаванні в таблиці, вчитель вводить алгоритм письмового додавання, оформляючи при цьому запис чисел для письмового обчислення.

$$\begin{array}{r}
 _35 \\
 _21 \\
 14
 \end{array}$$

Перші повні алгоритми письмового додавання і віднімання вводить учитель.

Первинне закріплення: Правило повторюють хором, потім сильні учні, середні учні і тоді тільки учні слабкі.

На наступних уроках розглядають ускладнені уроки додавання і віднімання.

$$\begin{array}{r} 1) \ 23 \\ + \ 35 \\ \hline 58 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2) \ 23 \\ + \ 47 \\ \hline 70 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3) \ 23 \\ + \ 49 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4) \ 23 \\ + \ 40 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1) \ 83 \\ - \ 21 \\ \hline 62 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2) \ 83 \\ - \ 23 \\ \hline 60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3) \ 83 \\ - \ 27 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4) \ 83 \\ - \ 20 \\ \hline 63 \end{array}$$

Алгоритми письмового додавання і віднімання поділяються на повні та короткі. *Повні* алгоритми кожен крок обчислення супроводжують відповідними поясненням. *Короткий* алгоритм обчислення не використовує пояснення. У початковій школі перехід від повного алгоритму письмового обчислення до короткого не має чіткого розмежування. Кожен учень самостійно може це зробити. Повними алгоритмами користуються до його засвоєння, а короткими – все життя.

Письмове додавання і віднімання в межах 1000 та багатоцифрових чисел вводять за допомогою логічного прийому аналогії.

Бесіда

Вчитель: Чи доводилося нам додавати письмово?

Які числа додавали письмово? (Двоцифрові).

А зараз маємо трицифрові числа: 233 і 355.

Проблемна ситуація. Чи зуміємо їх додати письмово? (Зуміємо, якщо використаємо алгоритм додавання для двоцифрових чисел) – *аналогія*.

$$\begin{array}{r} 233 \\ + \ 355 \\ \hline 588 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4233 \\ + \ 5355 \\ \hline 9588 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \ 233 \\ + \ 35 \ 355 \\ \hline 49 \ 588 \end{array} \quad \dots$$

Методика письмового множення на одно-, дво- і трицифрове число добре описана в посібнику [17], тому описувати її ми не будемо.

Детально зупинимося на письмовому діленні на одноцифрове число.

Попередньою підготовкою до письмового ділення на одноцифрове число є тема «Ділення з остачею». Цю тему вчитель подає з використанням таких прийомів, як аналіз, синтез, порівняння, класифікація, узагальнення. Ділення з остачею подається на прикладі табличного ділення.

Основне у цій темі – показати учням, що остача завжди повинна бути меншою від дільника.

$$\begin{array}{lll}
2 : 2 = 1 & 3 : 3 = 1 & 9 : 9 = 1 \\
3 : 2 = 1 \text{ (ост. 1)} & 4 : 3 = 1 \text{ (ост. 1)} & 10 : 9 = 1 \text{ (ост. 1)} \\
& 5 : 3 = 1 \text{ (ост. 2)} \quad \dots & 11 : 9 = 1 \text{ (ост. 2)} \\
& & 12 : 9 = 1 \text{ (ост. 3)} \\
& & \dots \\
& & 17 : 9 = 1 \text{ (ост. 8)}
\end{array}$$

Висновок. Отже, при діленні на два – остача 1; при діленні на 3 – остачі 1, 2; при діленні на 4 – остачі 1, 2, 3; ... при діленні на 9 – остачі 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Таким чином, при діленні з остачею – остача завжди має бути меншою від дільника. Цей висновок діти повинні добре знати під час вивчення наступного письмового ділення.

Письмове ділення на одноцифрове число

Алгоритм письмового ділення значно відрізняється від алгоритмів письмового додавання, віднімання і множення. Він важкий для дитячого розуміння. Там багато кроків, кожен із яких потребує відповідного правила для виконання. Крім розуміння, учням потрібно ще багато запам'ятовувати. Покажемо і кроки, і правила для їх виконання на такому прикладі письмового ділення:

$$\begin{array}{r|l}
\underline{369} & 3 \\
\underline{3} & \underline{123} \\
\underline{6} & \\
\underline{6} & \\
\underline{9} & \\
\underline{9} & \\
\underline{0} &
\end{array}$$

1) Виділення першого неповного ділення (беремо в діленого стільки цифр, скільки поділиться на дільник).

2) Встановлюємо кількість цифр у частці (для цього визначаємо, на якому місці стоїть перше неповне ділення).

3) Підбір першої цифри частки (перше неповне ділене ділимо на дільник).

4) Визначаємо, скільки одиниць першого неповного діленого вже поділено. (Для цього цифру частки множимо на дільник і результат записуємо під першим неповним діленим).

5) Знаходимо, скільки одиниць першого неповного діленого залишилось поділити. (Треба від першого неповного діленого відняти отриманий добуток).

б) Перевіримо, чи правильно підібрана перша цифра частки. (Для цього остачу порівнюємо з дільником, остача має бути меншою від дільника або нуль).

7) Утворюємо наступне неповне ділене. (До отриманої остачі зносимо стільки цифр діленого, скільки треба, щоб утворити друге неповне ділене).

Цю тему уроку вчитель спочатку аналізує для себе, виділяє кроки і правила, з допомогою яких вони виконуються:

1) форма запису;

2) визначення першого неповного діленого;

3) встановлення кількості цифр у частці;

4) підбір першої цифри частки (за правилом, яке дає вчитель);

5) встановлення того, скільки одиниць першого неповного діленого вже поділено (за правилом і способом запису, які дає вчитель);

б) визначення того, скільки одиниць першого неповного діленого залишилося поділити (за правилом і способом запису, які дає вчитель);

7) встановлення того, чи правильно підібрана перша цифра частки (за правилом, що дає вчитель);

8) утворення наступного неповного діленого (за правилом і способом запису, що дає вчитель).

Далі всі кроки повторюються спочатку. За традиційною методикою, яка подається навіть у підручнику математики М. В. Богдановича, Г. П. Лищенко, всі ці кроки вчитель пояснює на одному прикладі: $9656 \underline{6}$. У результаті такого пояснення лише 2–3 % учнів схоплюють повністю новий матеріал; 10–15 % – наполовину; до 50 % учнів уловлюють лише окремі кроки і до 30 % учнів узагалі нічого не запам'ятовують.

Ми зробили висновок, що такий спосіб пояснення цього матеріалу неефективний. Напевно, треба було б звернути увагу на такий методичний підхід, який би дав можливість учням поступово запам'ятати кожен крок і правило, за яким він здійснюється.

Ми працювали так: після повідомлення теми нового матеріалу: «Письмове ділення на одноцифрове число» виписували на дошці до восьми прикладів: $9354 \underline{6}$; $7356 \underline{3}$; $6568 \underline{4}$; $7392 \underline{6}$; $2116 \underline{2}$; $8223 \underline{3}$; $9737 \underline{7}$; $3351 \underline{3}$.

Кожен крок на восьми прикладах повторюємо (на першому прикладі – вчитель пояснює, далі учні працюють самостійно).

Пояснення

Вчитель: Ділене – чотирицифрове число, дільник – одноцифрове. Знайдемо перше повне ділене. Для цього спробуємо в прикладі $9354|6$ поділити на 6 число одиниць найвищого розряду (9 тис.). А тепер знайдіть перше неповне ділене в 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8-му прикладах. (Учні самостійно працюють).

Вчитель: Найвищий розряд частки – тисячі. Тисячі пишуться на четвертому місці справа, а тому в частці дістаємо чотирицифрове число. На місці кожної цифри ставимо крапки. А тепер знайдіть кількість цифр у частці у 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8-му прикладах. (Учні працюють).

Вчитель: 9 тисяч поділимо на 6 тисяч, дістанемо 1 тисячу; тисячу записуємо на місці першої крапки:

$$9354|6.$$

1...

А тепер поділіть перше неповне ділене на дільник у 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8-му прикладах і результат запишіть у частку.

Вчитель: Виконуючи ділення, треба перевірити, чи всі тисячі поділили. Для цього знаходимо добуток: 1 тис. • 6 = 6 тис.

$$9354|6$$

6 1...

Перевірте, чи всі тисячі поділили у прикладах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Дізнаємося, скільки тисяч не поділили. Для цього віднімемо 6 тисяч від 9 тисяч і дістанемо 3 тисячі.

$$\underline{\quad}9354|6$$

6 1...

3

Дізнайтеся, скільки тисяч не поділили в прикладах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. (Учні самостійно працюють).

Вчитель: Знаходимо друге неповне ділене: з тисячі – це 30 сотень, до 30 сотень додамо 3 сотні, дістанемо 33 сотні:

$$\underline{\quad}9354|6$$

6 1...

33

А тепер знайдемо друге неповне ділене у прикладах, записаних на дошці.

Вчитель: 33 сотні поділимо на 6, дістанемо 5 сотень, тобто на другому місці справа:

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6} \\ 6 \quad 15.. \\ \hline 33 \end{array}$$

У прикладах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 друге неповне ділене поділіть на дільник і результат запишіть на місці сотень.

Вчитель: Перевіряємо, чи всі сотні поділили: 5 сот. • 6 = 30 сот.

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6} \\ 6 \quad 15.. \\ \hline 33 \\ \hline 30 \end{array}$$

А тепер перевіримо, чи поділили всі сотні в наступних прикладах.

Вчитель: Дізнаємося, скільки сотень не поділили: віднімемо 30 сотень від 33 сотень; дістанемо 3 сотні:

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6.} \\ 6 \quad 15.. \\ \hline 33 \\ \hline 30 \\ \hline 3 \end{array}$$

Знайдіть, скільки сотень не поділили в прикладах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. (Учні працюють самостійно).

Вчитель: Визначаємо третє неповне ділене: із сотні – це 30 десятків, до 30 десятків додамо 5 десятків, дістанемо 35 десятків.

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6} \\ 6 \quad 15.. \\ \hline 33 \\ \hline 30 \\ \hline 35 \end{array}$$

Знайдіть третє неповне ділене у прикладах, над якими ви працюєте самостійно.

Вчитель: 35 десятків поділимо на 6, дістанемо 5 десятків. Пишемо в частку 5 на місці десятків, тобто на третьому місці справа:

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6} \\ 6 \quad 155. \\ \hline 33 \\ \hline 30 \\ \hline 35 \end{array}$$

А зараз поділіть третє неповне ділене на дільник у прикладах, що записані на дошці, і результат від ділення запишіть на місце десятків.

Вчитель: Перевіряємо, чи всі десятки поділилися: $5 \text{ дес.} \cdot 6 = 30$

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6.} \\ \underline{6} \quad 155. \\ \underline{33} \\ - \underline{30} \\ \underline{35} \\ \underline{30} \end{array}$$

Діти, перевірте, чи поділилися всі десятки в прикладах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Вчитель: Дізнаємося, скільки десятків не поділили: віднімемо від 35 десятків 30 десятків, дістанемо 5 десятків:

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6} \\ \underline{6} \quad 155 \\ \underline{33} \\ - \underline{30} \\ \underline{35} \\ \underline{30} \\ \underline{5} \end{array}$$

А скільки десятків не поділилося у прикладах, що на дошці?

Вчитель: Визначаємо четверте неповне ділене: 5 десятків – це 50 одиниць, до 50 одиниць додамо 4 одиниці, дістанемо 54 одиниці:

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6} \\ \underline{6} \quad 155 \\ \underline{33} \\ \underline{30} \\ - \underline{35} \\ \underline{30} \\ \underline{54} \end{array}$$

Визначте четверте неповне ділене у прикладах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Вчитель: 54 одиниці поділимо на 6, дістанемо 9 одиниць. Пишемо в частку 9 на місці одиниць, тобто на четвертому місці справа:

$$\begin{array}{r} \underline{9354|6} \\ \underline{6} \quad 1559 \\ \underline{33} \\ \underline{30} \\ - \underline{35} \\ \underline{30} \\ \underline{54} \end{array}$$

Ділимо четверте неповне ділене на дільник у прикладах, що на дошці.

Вчитель: Перевіряємо, чи всі одиниці поділилися: $9 \text{ од.} \cdot 6 = 54 \text{ од.}$

$$\begin{array}{r} \underline{9354} \overline{)6} \\ \underline{6} \quad 1559 \\ \underline{33} \\ \underline{30} \\ \underline{35} \\ \underline{30} \\ \underline{54} \\ \underline{54} \\ 0 \end{array}$$

Діти, перевірте, чи всі одиниці поділилися у прикладах, над якими ви працювали самостійно.

Отже, ми закінчили обчислювати наші приклади. Зачитайте відповіді, які ви отримали. (Учні зачитують відповіді). У результаті цього методичного підходу велику увагу приділено такому етапові уроку, як первинне закріплення (25 хв). Але при такому підході майже 90 % учнів охоплюють повністю процес письмового ділення на одноцифрове число, і лише 10 % – наполовину або частково. У такий спосіб пропонуємо проводити всі наступні нові уроки, пов'язані з письмовим діленням.

Наступними темами письмового ділення будуть такі: «Ділення на кругле число»; «Ділення на двоцифрове число» і «Ділення на трицифрове число». Для всіх цих тем ми пропонуємо використовувати нашу методику. На закріплення кожної теми треба розробити картки-підказки – повні (з кроками і з правилами) та скорочені (з кроками або з правилами). Учні мають можливість вибирати ті картки, які їм найбільше підходять. Часу для засвоєння алгоритмів письмового ділення має бути достатньо багато. Перехід від повного алгоритму до короткого повинні здійснювати самі учні. Тут не можна випустити з поля зору жодного з учнів.

Крім того, спочатку на дошці, а потім на стіні мають бути гарно оформлені алгоритми повного письмового ділення всіх тем, що вивчаються в 4 класі.

Розглянемо наступну тему.

Письмове ділення на двоцифрове число

Цій темі передуює тема «Ділення на кругле число». У письмовому діленні на кругле число використовується як прийом властивість – ділення числа на добуток $a : (b \cdot c)$, з якою учні ознайомилися під час вивчення усних позатабличних обчислень.

При діленні на кругле число використовується повний алгоритм письмового ділення на одноцифрове число, а властивість використовується лише для спрощення міркування.

На цю тему не треба шкодувати часу й обов'язково вимагати від учнів повного пояснення способу міркування, там повинно бути використання властивості ділення числа на добуток.

Після того, як діти добре засвоять ділення на кругле число, можна подавати «Ділення на двоцифрове число». У цій темі новим для учнів буде лише округлення дільника. Вчитель на попередньому уроці ознайомлює учнів з округленням чисел. Тоді на уроці, де розглядатиметься тема «Ділення на двоцифрове число», вчитель для створення актуалізації знань, умінь і навичок, задає додому учням повторити вивчений раніше матеріал у такому порядку:

1. Ділення на одноцифрове число.
2. Ділення на кругле число.
3. Округлення числа.
4. Ділення на двоцифрове число – тема нового матеріалу.

На уроці ознайомлення з цією темою вчитель для нового обчислення виду: $22356 \overline{)36}$ створює завдання для актуалізації:

1. Обчислити $72 : 36$.
2. Обчислити $60 : 10$.
3. Обчислити $223 : 40$, $75 : 40$, $36 : 36$.
4. Властивість ділення числа на добуток $220 : (4 \cdot 10)$.
5. Округліть числа в бік збільшення 36, 47...
6. Обчисліть $22\ 350 : 4$.
7. Обчисліть $22\ 356 \overline{)36}$.

Оголошення теми нового матеріалу «Письмове ділення на двоцифрове число».

Мотивація необхідності його вивчення (мотивувати можуть і учні, і вчитель).

Ознайомлення з новим матеріалом.

Перше коментоване ділення здійснює вчитель.

$$\begin{array}{r} 22356 \overline{)36} \\ \underline{216} \quad 621 \\ \quad \underline{75} \\ \quad \quad \underline{72} \\ \quad \quad \quad \underline{36} \\ \quad \quad \quad \quad \underline{36} \\ \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

1. Виділення неповного діленого.
2. Встановити кількість цифр у частці.
3. Округлити дільник.
4. Використати властивість ділення числа на добуток

$$223 : (10 \bullet 4) = 22 : 4.$$

5. Відняти: $223 - 216$. Залишилося поділити 7, звіряємо остачу з дільником. Утворюємо наступне неповне ділення, маємо 75. Підбираємо цифру частки. Визначаємо, скільки одиниць першого неповного діленого вже поділено і т. д. (за повним алгоритмом письмового ділення на одноцифрове число).

Усі алгоритми письмового ділення проходять два етапи:

1. Повний алгоритм письмового ділення й постійне коментування письмового в процесі виконання прикладів на ділення.

2. Алгоритм короткого письмового ділення. Він не потребує коментування, тільки на початках користування алгоритмом учитель подає зразок міркування.

Але другий алгоритм уводиться спочатку для сильних учнів, для середніх – пізніше, а для слабших – ще пізніше. У цьому випадку треба підходити диференційовано. Слабшим учням дають картки-підказки короткого алгоритму письмового ділення. Для засвоєння цієї теми найважливішим є багаторазове вправлення в письмовому обчисленні.

Ми коротко описали нашу методику вибору та поєднання логічних прийомів мислення із дидактичними методами вивчення двох основних тем арифметичного матеріалу в початковій школі. Не менш важливою є тема «Прості і складені арифметичні та типові задачі». Наш підхід до методики роботи над цими задачами в початковій школі розглянемо в наступному розділі.

Розділ V. ВИБІР МЕТОДІВ ТА ОСНОВНИХ ЛОГІЧНИХ ПРИЙОМІВ ПІД ЧАС РОБОТИ НАД МАТЕМАТИЧНИМИ ЗАДАЧАМИ

5.1. Методи й прийоми роботи над простими та складеними арифметичними задачами

Аналіз досліджень із психології і методики математики свідчить про те, що в проблемі навчання молодших школярів розв'язанню задач є значні досягнення: визначено основні напрями роботи у формуванні в учнів умінь розв'язувати задачі; уточнено класифікацію простих задач тощо. Проте в цій сфері є багато проблем, які ще потребують висвітлення.

Інтенсивність розвитку вмінь молодших школярів у розв'язанні задач визначається змістом задач та методами керування цим процесом. Формування навичок розв'язувати прості арифметичні задачі та розвиток умінь розв'язувати складені задачі на початковому етапі відбувається завдяки наслідуванню й постійній практиці. Проте кожна задача, розв'язана з певною часткою власних зусиль, стає зразком для розв'язання інших задач.

Методи навчання математики й вироблення умінь в учнів мають бути спрямовані на перенесення здобутих результатів на нові об'єкти, нові задачі, в нові умови, на порівняння схожих чи взаємопов'язаних між собою задач.

Застосовувати математичні методи й знання після закінчення школи будуть усі. Тому вже в процесі навчання математика має бути для учнів не тільки системою логічних правил і дедуктивних доведень, а й методом пізнання, засобом розв'язування питань практичного характеру. Істотне значення для виконання цих завдань має зміст і методика навчання учнів розв'язувати задачі.

Уміти розв'язувати задачі – справа нелегка. Навчити дітей їх розв'язувати – одне з важливих завдань уроків математики. У методиці навчання розв'язувати задачі нагромаджено багатющий досвід. Щоб полегшити навчання, на рубежі XIX–XX ст. у методиці початкової математики задачі розподілялися на типи, кожен із яких розв'язувався за певним правилом. Щоправда, таких правил існувало так

багато, що запам'ятати їх було нелегко, а це призводило до формального засвоєння матеріалу, гальмувало розумовий розвиток дітей.

Так було до 1968 року. Потім у шкільній програмі сталися значні змістові зміни. Торкнулися вони й початкової математики. Зокрема, було відкинуто типізацію як метод опрацювання задач. Змінилася сама концепція навчання: задачі розглядаються не тільки як специфічний розділ програми, що його мають опанувати всі учні, але і як дидактичний засіб навчання, виховання й розвитку школярів. Здійснення дидактичної функції задач можливе лише за умови розвитку в учнів загальнонавчальних і спеціальних умінь для глибокого проникнення в сутність матеріалу.

У методичній літературі навчання розв'язуванню задач приділено значну увагу. Над цією проблемою працювали й працюють М. А. Бантова, М. В. Богданович, О. І. Власенко, М. Н. Нікітін та ін.

У традиційній методиці текстові задачі використовують для розкриття змісту арифметичних дій та ознайомлення з деякими математичними відношеннями й поняттями. До того ж задачі виконують іншу важливу функцію в початковому курсі математики. Вони є корисним засобом розвитку в дітей логічного мислення, вміння проводити аналіз і синтез, узагальнювати, абстрагувати, розкривати зв'язки між явищами, що розглядаються.

Задачі – це і мета, і засіб навчання та математичного розвитку школярів. Закладені в початковій школі арифметичні основи розв'язування задач мають бути настільки міцними, щоб забезпечити учням успішне засвоєння матеріалу в наступній ланці освіти.

Математична задача – досить специфічне утворення. Згідно з визначенням, що його сформулював відомий педагог-математик С. О. Шатуновський, у кожній математичній задачі міститься вимога «знайти» за «даними» речами інші, «шукані» речі, що перебувають між собою у вказаних співвідношеннях [129]. Виконати таку вимогу – означає розв'язати задачу.

Відомий науковець-методист М. В. Богданович дає таке визначення математичної задачі: «Під математичною задачею розуміють будь-яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом на основі знань про навколишній світ» [16].

У системі навчання дітей початкових класів переважають задачі арифметичні. Задачі на побудову, найпростіші доведення, а також

завдання логічного порядку займають незначне місце. Подані в посібниках визначення задачі складні для першокласників. М. В. Богданович формулює його так: «Арифметичною задачею називають вимогу знайти числове значення деякої величини, якщо дано числові значення інших величин і існує залежність, що пов'язує ці величини як між собою, так і з шуканою» [16]. Це визначення хоч і цілком коректне з погляду математики, однак зрозуміти його суть дитина зможе не одразу.

Тому ми опираємося на визначення математичної задачі за С. О. Шатуновським, яке є більш вдалим, на нашу думку, щодо розкриття смислу слова «задача», що розглядається в початковій школі.

Важливо на матеріалі математичних задач розвивати в дітей «уміння виділяти, аналізувати і співвідносити з предметною ситуацією власні способи діяльності». Якщо об'єктом діяльності слугують сюжетні математичні задачі, то передумовою такої рефлексії є сформованість у дітей понять про задачу та її основні компоненти. Коли вони засвоїли ці поняття, то можуть, виходячи з особливостей тієї чи іншої фабули, свідомо приймати рішення про те, яку задачу і яким способом слід розв'язувати.

Задачі в початковому курсі математики, з одного боку, складають специфічний розділ програми, матеріал якого учні мають засвоїти, а з другого – виступають як дидактичний засіб навчання, виховання й розвитку школярів.

Отже, задачі мають як навчальні, так і виховні та розвивальні функції.

Навчальні функції задач спрямовані на формування системи математичних знань, умінь і навичок на різних етапах її засвоєння. Початкове розкриття змісту арифметичних дій здійснюється за допомогою відповідних операцій над предметними множинами. Засобом переходу від операцій над множинами предметів до дій над натуральними числами є задачі. Розв'язуючи задачі, учні спираються на уявлення про предмети, що згадуються в умові, але оперують уже числами.

Текстові задачі, що відображують конкретні життєві ситуації, використовуються для ознайомлення школярів із певними математичними поняттями та закономірностями, для з'ясування взаємозв'язків між словом і символом. У деяких випадках формування теоретичних знань через задачі може бути організоване у вигляді проблемної форми навчання.

Навчальні функції задач виявляються також у розвитку логічного й математичного мислення учнів у процесі набуття знань і вмінь роботи над задачею. Самостійне розв'язування ними задач виступає як засіб оберненого зв'язку (учень – учитель) і дає змогу виявляти вміння правильно обирати й виконувати арифметичні дії, робити висновок про розвиток мислення школярів.

Цілком зрозуміло, що в початковому навчанні не ставиться за мету сформуванню в дітей наукові методи пізнання. Тут здійснюється лише підготовка учнів до ознайомлення з ними в процесі вивчення математики в середніх та старших класах. Тому в початковій школі постає важливе завдання: максимально використовуючи особливості уроків математики, забезпечити формування основних логічних прийомів (аналіз-синтез, виділення головного, порівняння, класифікації, конкретизації, узагальнення, аналогії), необхідних у навчальній діяльності молодших школярів.

Проведений нами аналіз програм, підручників та окремих методичних посібників, адресованих учителям початкових класів, дає підставу стверджувати: щоб виконати таке завдання, треба суттєво вдосконалити методикку навчання дітей розв'язувати задачі. Хоч автори підручників математики здійснили вагомий внесок у розробку системи текстових математичних задач, однак для забезпечення умови формування логічних прийомів у процесі навчання учнів працювати над задачею зроблено ще недостатньо. Отже, систему математичних задач, що розглядаються в початковій школі, слід якісно оновлювати.

Відвідуючи школи міста Луцька та Волинської області під час педагогічної практики студентів, ми помітили, що вчителі недостатньо уваги приділяють формуванню основних логічних прийомів у процесі роботи над задачею та використанню їх для розвитку логічного й математичного мислення молодших школярів. Це пояснюється переважно відсутністю в учнів відповідних уявлень про логічні прийоми, з опорою на які розв'язування задач не викликало б особливих труднощів. Отже, на сьогодні текстові задачі виконують здебільшого дидактичні функції, що призводить до знецінення пізнавальної, розвивальної їх ролі і стає перешкодою на шляху формування культури математичного мислення молодших школярів.

Виховні функції задач дають змогу пов'язати навчання з життям, ознайомити учнів із пізнавально важливими фактами, виховують у дітей свідоме ставлення до навчання, бажання зробити власний вне-

сок у загальну справу. Внутрішня краса самої математики, оригінальність прийомів розв'язування задач збуджують у дітей естетичні почуття.

Під розвивальними розуміють функції задач, спрямовані на формування в учнів науково-теоретичного, зокрема функціонального стилю мислення, на оволодіння прийомами розумової діяльності (логічними прийомами мислення). Основне призначення задачі – сприяти розвитку логічного мислення школярів. У процесі навчання роботи над задачею на рівні, доступному для молодших школярів, у них формуються такі важливі мислительні операції, як аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, конкретизація, узагальнення тощо. Учні також удаються до елементарних дедуктивних міркувань, роблять індуктивні висновки. Внаслідок цього створюються умови для вироблення загального вміння виконувати будь-яке завдання, зокрема й суто практичне.

Успіх роботи над задачами залежить від низки факторів. Найважливішими серед них, на нашу думку, є такі:

- у якій послідовності подаються й розв'язуються задачі;
- наскільки свідомо учні засвоюють умову;
- як проводиться розбір задачі;
- як пояснюється й записується розв'язання;
- чи самостійно працюють діти над задачею;
- як формуються вміння учнів розв'язувати задачі;
- як при цьому організовано запобігання помилкам школярів.

Усі учні початкових класів повинні навчитися працювати над задачею: правильно читати задачу чи складати її за малюнком; робити розбір умови й складати короткий запис задачі; здійснювати аналіз задачі й усний план розв'язку; вміти декількома способами записати розв'язок задачі; правильно сформулювати й записати відповідь до задачі; підібрати доцільний спосіб перевірки правильності розв'язку задачі.

Розв'язування задачі – це процес перетворення її умови, що здійснюється на основі знань із тієї галузі, до якої належить задача, певних загальнологічних правил. У більш загальному плані можна сказати, що цей процес складається з таких етапів: ознайомлення зі змістом задачі; аналіз задачі й пошук плану розв'язання: з'ясування, що здобутий результат задовольняє умову задачі (перевірка розв'язання); аналіз розв'язування (обґрунтування прийомів розв'язання, розгляд інших способів розв'язання).

Зазначені етапи тією або іншою мірою характерні і для методики розв'язання задач у початкових класах. Але здебільшого виділяють такі етапи: ознайомлення зі змістом задачі; відшукування способу розв'язку; розв'язання задачі; перевірка розв'язання і відповідь.

Готуючись до роботи з учнями над простими арифметичними задачами, вчитель відмічає для себе такі періоди:

1) ознайомлення учнів із терміном «задача» та її компонентами – «умова задачі», «запитання задачі»;

2) ознайомлення учнів з основними етапами роботи над задачею;

3) узагальнення знань, умінь і навичок роботи над простою арифметичною задачею в початковій школі;

4) формування вмій і навичок учнів розв'язувати різні види простих арифметичних задач.

Серед них виділяють:

а) задачі, що розкривають перший смисл арифметичних дій. Сюди відносять і задачі на знаходження суми двох доданків, задачі на знаходження остачі, задачі на знаходження суми декількох однакових доданків (заміна дій додавання дією множення);

б) задачі на ділення на вміщення та на ділення на рівні частини;

в) задачі, що розкривають другий смисл арифметичних дій. Це задачі на збільшення і зменшення чисел на декілька одиниць та задачі на збільшення і зменшення числа в декілька разів, виражені в прямій та непрякій формах;

г) задачі на знаходження невідомого компонента дій;

г) задачі на різницеve і кратне порівняння.

Розкриємо методику роботи на кожному з періодів.

Ознайомлення з терміном «задача» (1-й період)

Практика роботи в школі показує, що ознайомлювати учнів із терміном «задача» так, як це пропонує традиційна методика, означає провокувати учнів на зведення смислу слова «задача» до смислу слова «приклад».

Тому ми пропонуємо дещо інший підхід до ознайомлення молодших школярів із цим терміном.

Пропонуємо вчителю змодельовати на очах в учнів задачну ситуацію, але так, щоб її числові дані не були унаочнені, а заховані від очей учнів.

Наприклад: Я поклала в сумку 3 ручки і 5 олівців. Скільки всього ручок та олівців я поклала в сумку?

Далі проводимо бесіду.

- Що я зробила? (Поклала в сумку 3 ручки, 5 олівців).
- Що я запитала? (Скільки всього ручок та олівців поклала в сумку?).

Запитання можуть ставити і самі учні за пропозицією вчителя.

- Скільки речень ми склали? (Два).
- Повторіть перше речення.
- Повторіть друге речення.

Вчитель: Це ми склали задачу.

- Повторіть задачу, яку ми склали.
- Повторіть перше речення задачі.
- Повторіть друге речення задачі.

Вчитель: Перше речення в задачі називають умовою задачі. Друге речення називають запитанням задачі.

- Повторіть задачу.
- Повторіть умову задачі.
- Повторіть запитання задачі.

Після того, як учитель увів терміни «задача», «умова задачі», «запитання задачі» та здійснив первинне закріплення цих термінів, доцільно переходити до складання будь-яких простих задач за наочністю, але з обов'язковою вимогою розглядати тільки текст задач та виділяти в кожній задачі умову та запитання.

Якщо перший урок з ознайомлення молодших школярів із терміном «задача» пройде саме так, то учні добре усвідомлюватимуть різницю між прикладами та задачами і ніколи не спішитимуть казати результат.

На наступному уроці ознайомлення із задачею звертаємо увагу учнів на те, що в задачі є запитання. А якщо є запитання, то на нього треба дати відповідь.

Вчитель: Щоб дати відповідь на питання задачі, треба її розв'язати. Отже, сьогодні ми навчимося розв'язувати задачі.

На цьому ж уроці доцільно звернути увагу учнів на те, що в задачі є багато слів, а для відшукування розв'язку нам потрібно запам'ятати лише декілька з них, а саме ті, які наголошені під час читання задачі.

Наприклад: Я поклала в сумку 3 ручки і 5 олівців. Скільки всього ручок і олівців я поклала в сумку?

Бесіда

– Які слова я наголосила? (3 ручки, 5 олівців. Скільки всього?)

Із наголошених слів учитель разом із учнями складає короткий запис задачі, пояснюючи, що слово «всього» позначається фігурною дужкою.

Ручок – 3 }
Олівців – 5 } ?

Діти разом з учителем склали короткий запис задачі (довго мучилися, вимальовуючи фігурну дужку, а тому, напевно, добре запам'ятали, що вона означає).

Вчитель: Навіщо ж ми склали короткий запис задачі? (Щоб відшукати розв'язок).

– А де ж він заховався? Чи часом не у фігурній дужці?

– А яке ж слово позначає фігурна дужка в нашій задачі? (Слово «всього»).

– Яку дію означає це слово? (Дію додавання).

– То якою ж дією розв'яжемо задачу? (Дією додавання).

– Скільки чисел треба мати, щоб додати? (Два числа).

– Маємо їх, і які ці числа? (3 і 5).

– Яку запишемо дію? ($3 + 5 = 8$).

На цьому ж уроці вчитель навчає учнів правильно записувати розв'язок задачі. (Запис розв'язку задачі кожного виду має відповідати зразку, поданому в підручнику «Математика»).

Так рекомендуємо ознайомлювати молодших школярів із першою простою задачею – задачею на знаходження суми.

На наступних уроках, закріпивши вміння відшукувати розв'язок задачі, ведемо учнів до ознайомлення зі складанням та записом відповіді до неї та перевірки її розв'язку. Це описано далі.

Ознайомлення молодших школярів з основними етапами роботи над простою арифметичною задачею (2-й період)

Роль простих арифметичних задач у процесі навчання математики учнів початкових класів дуже велика. Вони є основним засобом у формуванні такого поняття, як «арифметична дія»

У процесі розв'язування задач учні повинні опрацювати такі етапи роботи над задачею:

1 етап: слухати й читати задачі;

2 етап: складати задачі;

3 етап: робити з допомогою вчителя розбір умови та складати короткий її запис;

4 етап: робити аналіз задачі та складати усний план розв'язку;
5 етап: записувати розв'язок задачі різними способами;
6 етап: складати й записувати відповідь задачі (повну й коротку);
7 етап: перевіряти правильність розв'язування задачі, тобто володіти декількома способами перевірки правильності розв'язання задачі.

Детальний аналіз уроків математики привів нас до висновку, що всі педагоги добре усвідомлюють важливість цього математичного матеріалу для розвитку культури математичного мислення молодших школярів. Однак основну увагу деякі вчителі зосереджують лише на відшуканні дії і запису розв'язку задачі в зошит.

Для формування та розвитку вмінь молодших школярів працювати над простою арифметичною задачею доречно скористатися методикою покрокового формування розумових дій, що її розробив П. Я. Гальперін [34]. Він виділяє п'ять кроків формування розумової дії:

1) *ознайомлення з розумовою дією.* Тут учні отримують пояснення про мету такої дії. Їх ознайомлюють з орієнтовною основою способу розумової дії;

2) *матеріальний чи матеріалізований спосіб розумової дії.* Тут уже учні користуються запропонованими їм способами розумової дії, але поки що в зовнішній матеріальній (матеріалізованій) розгорнутій формі. Це дає можливість засвоїти зміст способу розумової дії (склад усіх його операцій), а вчителю дає можливість здійснювати об'єктивний контроль за виконанням кожної операції, що входить до складу цього способу дії. Усі учні мають оволодіти заданим способом розумової дії;

3) *зовнішньомовний.* Тут усі операції цього способу розумової дії подаються у формі зовнішньої мови (усної чи письмової), а спосіб самої дії узагальнюється та скорочується, хоч ще не доведений до автоматизму;

4) *крок зовнішньої мови «про себе».* Спосіб розумової дії виконується учнями у формі промовлення «про себе» і набирає більш узагальненого вигляду.

5) *розумовий.* Він проходить у формі внутрішньої мови, максимально скорочується й автоматизується.

Застосувати ці кроки формування розумових дій під час роботи над простою задачею доволі складно, але дуже потрібно.

Розглянемо методику, за якою, на нашу думку, можна навчити учнів слухати та читати задачу.

1-й етап. Слухання або читання задачі

Орієнтовна основа розумової дії:

- а) виділити слова, наголошені вчителем під час читання задачі;
- б) постаратись запам'ятати їх та промовляти вголос;
- в) прочитати самому задачу за зразком вчителя.

Задача 1. Учні посадили першого дня 4 дерева, а на другий день – 6. Скільки всього дерев посадили учні?

Згідно з орієнтовною основою дії, учні повинні відтворити таке: «чотири та шість, скільки всього».

Задача 2. У Валі було 11 олівців. Оксані вона подарувала 2 олівці. Скільки олівців залишилося у Валі ?

Вчитель сам промовляє вголос: «Було 11, а подарувала – 2. Скільки залишилося?».

Якщо вчитель не спішитиме й послідовно проведе учнів по всіх основних кроках формування цієї дії, то це означатиме, що діти оволодіють способом читання задачі.

Методика роботи на *першому кроці* формування розумової дії така.

Вчитель читає задачу. Задачу можна прочитати два–три рази, в учнів поступово виробляється стереотип на наголошені слова. Пропонується виділяти за вчителем наголошені слова (спочатку вголос, а потім «про себе»). Вчитель сам промовляє вголос: «Було 11, подарувала 2. Скільки залишилося?». Декілька дітей повторюють за вчителем. (Для семирічок можна пропонувати запис на дошці. Це і буде коротким записом задачі). На питання, скільки потрібно підібрати задач для того, щоб діти навчилися слухати їх та виділяти наголошені слова, може відповісти тільки вчитель. Усе залежить від індивідуальних можливостей учнів класу.

Другий, третій та четвертий кроки формування вміння слухати та читати задачу діти зможуть пройти в процесі особистого читання задачі, але це може проходити так:

- а) читають уголос, наголошуючи потрібні слова;
- б) читають «про себе», а потім уголос промовляють лише слова, які вони наголосили;

в) читають і промовляють задачу «про себе». На кожному кроці формування способу дії потрібен постійний контроль учителя за роботою учнів.

Оволодіння узагальненим способом дії (*n'ятий крок*) дасть можливість учням добре оволодіти наступною дією складання простих задач.

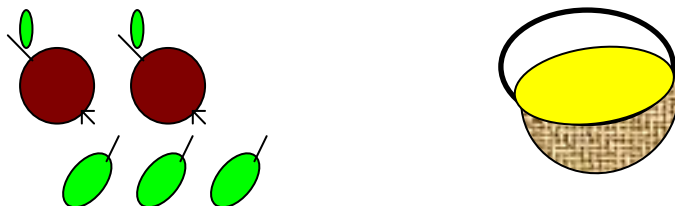
2-й етап. Складання задачі (на матеріальній чи матеріалізованій основі)

Орієнтовна основа способу розумової дії:

а) продемонструвати практично ту ситуацію, що зображена на малюнку (викладена на набірному полотні чи дошці);

б) скласти речення, що відображають демонстрування (роботу біля дошки учня чи вчителя), промовляючи їх уголос;

в) поставити запитання.



Методика роботи

Учителю доцільно показати учням зразок складання задачі. Для цього пропонується дітям бути уважними, стежити за діяльністю вчителя, промовляти вголос і опитувати їх. Застосовуємо метод бесіди. Вчитель бере в праву руку два яблука і пропонує учням сказати, що він зробив; потім бере в ліву руку три сливи і знову пропонує дітям скласти та промовити речення, що описує його дію. Далі вчитель кладе фрукти в кошик і просить описати цю ситуацію. Наприкінці вчитель пропонує учням поставити запитання. Складена задача формується повністю, її повторюють учні та вчитель. «Я поклала в кошик два яблука і три сливи. Скільки всього фруктів я поклала в кошик?». На цьому завершується перший етап роботи із формування в учнів способу розумової дії – складання простої задачі. Для того, щоб учням було цікаво працювати на наступних етапах, потрібно доцільно підібрати цікаву й змістовну наочність, ілюстрації, роздатковий матеріал. Задачі пропонуємо складати різні, не звертаючи уваги на вид задачі (маємо на увазі задачі на додавання і віднімання в першому класі та задачі на множення і ділення – у другому–третьому класах). Для перевірки того, чи оволоділи учні узагальненим способом розумової дії – складання задачі, доцільно поєднувати метод практичної роботи з методом бесіди чи індивідуальної роботи з учнем. Корисно було б залучати самих учнів до

попарної перевірки складених ними задач. Навчившись складати задачі, учні зрозуміють, що для їх складання використовуються життєві ситуації. Треба тільки бачити ці ситуації (або уявляти їх собі) та вміти сформулювати у вигляді задачі (виділити умову та запитання).

3-й етап. Розбір умови задачі та складання короткого запису

Слід відрізнити розбір умови задачі від роботи над змістом задачі. Робота над змістом задачі передбачає пояснення учням смислу невідомих їм слів чи термінів. Розбір умови передбачає виділення основних структурних елементів задачі та схематичний запис їх.

Звернемося до попередньої задачі й наведемо зразок бесіди для проведення розбору її умови вчителем та учнями.

– Про що говориться в задачі? (Про яблука і сливи).

– Пишу: Яблука –

Сливи –

– Скільки яблук поклали в кошик? (Два).

– Скільки слив поклали в кошик? (Три).

– Пишу: Яблука – 2

Сливи – 3

– Що питається в задачі? (Скільки всього фруктів поклали в кошик?).

– Діти, слово «всього» ми позначатимемо фігурною дужкою.

Вчитель записує її на дошці. В результаті бесіди отримуємо такий короткий запис задачі:

Яблука – 2 }
Сливи – 3 } ?

Формування розумових дій учнів у процесі роботи над розбором умови задачі і складанням її короткого запису має взяти під контроль учитель. Він сам підбирає різні види задач для цієї роботи й керує процесом розбору умови задачі та коротким записом її.

Розглянемо ще одну задачу та складемо бесіду з розбору умови та короткого запису її.

Задача 2: В автобусі було 10 осіб. На зупинці вийшло 6 осіб. Скільки людей залишилося в автобусі ?

Якщо діти правильно читають задачу, то вони виділяють наголосом такі слова: «було», «вийшло», «залишилося».

Бесіда

– Які основні слова виділили в задачі? («Було», «вийшло», «залишилось»).

Пишу: Було –

Вийшло –

Залишилося –

– Скільки осіб було в автобусі? (10). – Пишу.

– Скільки осіб вийшло? (6). – Пишу.

– Скільки людей залишилося? (Невідомо). – Ставимо знак питання.

– Що питається в задачі? (Скільки чоловік залишилося в автобусі?).

– Чи правильно ми поставили знак питання? (Так).

У результаті бесіди отримаємо короткий запис задачі:

Було – 10

Вийшло – 6

Залишилося – ?

Учителям треба звернути увагу на послідовність запитань, відповідь на які при формуванні короткого запису задачі записується точно по порядку.

Розглянемо ще одну задачу й проведемо бесіду для розбору умови задачі та її короткого запису.

Задача 3. У коробці було 8 червоних олівців, а зелених – на 2 менше, ніж червоних. Скільки зелених олівців було в коробці?

Бесіда

– Про які олівці йдеться в задачі? (Червоні і зелені).

Пишу: Червоні –

Зелені –

– Скільки було червоних олівців? (8). – Пишу.

– Скільки було зелених олівців? (Невідомо).

– Ставимо знак питання.

– А що говориться в задачі про зелені олівці? (Їх було на 2 менше, ніж червоних).

– Після знака питання ставимо кому й пишемо – «на два менше».

– Що питається в задачі? (Скільки зелених олівців було в коробці?).

– Де поставимо знак питання? (Ми вже поставили).

– Правильно.

Маємо такий короткий запис задачі:

Червоні – 8

Зелені – ?, на 2 менше.

Розглянемо ще задачу, в короткому записі якої потрібно використати спеціальне позначення.

Задача 4. У кошику було 8 груш і 6 яблук. На скільки груш було більше, ніж яблук? На скільки в кошику було яблук менше, ніж груш?

Бесіда

- Про що говориться в задачі? (Про груші і яблука). – Пишу.
- Скільки було груш? (8). – Пишу.
- Скільки було яблук? (6). – Пишу.
- Про що питається в задачі? (На скільки груш було більше, ніж яблук? На скільки менше було в кошику яблук, ніж груш?).
- Скільки запитань має задача? (Два запитання).

Позначимо ці два запитання так: На – ?

Маємо такий короткий запис:

Груші – 8
Яблука – 6

↻ **На – ?**

Учням треба пояснити, що дві стрілки означають два запитання задачі. Якщо йти за стрілкою зверху вниз, то маємо перше запитання задачі, а якщо – знизу вверху, маємо друге запитання задачі. Пізніше учні дізнаються про те, що хоч у цій задачі є два запитання, але вона розв'язується однією дією.

Ми подали зразки бесід для проведення розбору умови та короткого запису різного виду простих арифметичних задач. Пам'ятаючи про те, що розбір умови задачі й складання короткого запису її учні здійснюють з допомогою вчителя, то можна не проводити учнів через усі п'ять кроків формування розумових дій у роботі над цим етапом, але якщо вчитель знайде час здійснити це, то зекономить багато часу в майбутньому при роботі над складеними задачами.

Повертаючись до короткого запису задачі, мусимо наголосити, що психологи виділяють п'ять рівнів сприймання й розуміння схематичного (короткого) запису задач.

Перший рівень характеризується тим, що учні самостійно й швидко схоплюють цілісно розчленовану математичну структуру задачі і в ній відношення та залежності між величинами.

Другий рівень характеризується тим, що учні самостійно трансформують схему задачі в її словесне формулювання, але роблять це повільно і з деякими незначними помилками.

Третій рівень характеризується тим, що учні включають у схему числові значення задачі та основні слова, які їм відповідають, формулюють запитання, але потребують при цьому незначної допомоги.

Четвертий рівень характеризується тим, що учні включають у схему числові значення на основні слова задачі, формулюють запитання, але встановлення відповідності між запитанням та умовою задачі, записаної коротко (схематично), у них проходить із труднощами і лише при значній допомозі.

П'ятий рівень характеризується тим, що учні сприймають лише окремі розрізнені числові дані задачі, не диференціюють даних і шуканих значень величин та не встановлюють зв'язків і залежностей між ними, не можуть трансформувати схему задачі в її словесне формулювання.

Отже, щоб учні сприймали й розуміли короткий запис задачі, вміли переходити до повного словесного формулювання задачі, могли самотійно або з незначною допомогою вчителя провести бесіду з розбору умови задачі та складання короткого (схематичного) її запису, потрібно систематично цілеспрямовано працювати. Тоді учнів, що діятимуть на 5-му чи 4-му рівні сприймання, у класі майже не буде.

4-й етап. Аналіз задачі та складання усного плану її розв'язку

Процес аналізу задачі доцільно розбити на декілька послідовних операцій, а саме:

- а) визначення відомих величин;
- б) визначення величини, яку необхідно знайти;
- в) визначення слова (виразу), який указує на зв'язок відомих величин із шуканою величиною.

Оскільки в часі не можна розривати розбір умови й аналіз задачі, то наведемо приклади бесід із розбору умови та аналізу декількох видів задач.

Задача 1. Учні посадили першого дня 4 дерева, а наступного – 6 дерев. Скільки всього дерев посадили учні?

Розбір умови

Бесіда

– Про що говориться в задачі? (Про дерева).

– Скільки днів садили дерева? (Два дні).

Пишу 1 –

2 –

– Скільки дерев посадили дерев першого дня? (4).

– Скільки дерев посадили другого дня? (6).

Пишу 1 – 4 дерева

2 – 6 дерев

- Що питається в задачі? (Скільки всього дерев посадили учні?).
 - Яким символом позначаємо слово «всього»? (Фігурною дужкою).
- Пишу $\left. \begin{array}{l} 1 - 4 \text{ дерева} \\ 2 - 6 \text{ дерев} \end{array} \right\} ?$

- Чи правильно я поставила знак питання? (Правильно).

Так в останньому варіанті на дошці повинен виглядати короткий запис цієї задачі.

Аналіз задачі

Аналіз простих арифметичних задач можна проводити двома способами:

- а) аналіз від умови до запитання;
- б) аналіз від запитання до умови.

Слід зауважити, що який би спосіб аналізу вчитель не використовував, починати завжди треба із запитання задачі. Наприклад:

1. Аналіз задачі від умови до запитання

Бесіда

- Яке запитання задачі? (Скільки всього дерев посадили учні?).
- Скільки дерев посадили першого дня? (4).
- Скільки дерев посадили наступного дня? (6).
- Яку дію означає слово «всього»? (Дію додавання).
- То чи можемо знайти «скільки всього посадили дерев»? (Можемо).
- Як? (До 4 додати 6).

2. Аналіз задачі від запитання до умови.

Бесіда

- Яке запитання задачі? (Скільки всього дерев посадили учні?).
- Чи можемо відразу дати відповідь на це запитання? (Можемо).
- Що для цього знаємо? (Знаємо, скільки дерев посаджено першого й другого дня, і знаємо, що слово «всього» означає дію додавання).
- То яку дію треба виконати? (До 4 додати 6).

Задача 2. На галявині росло 6 грибів. Хлопчик зрізав 3 гриби. Скільки грибів залишилося на галявині?

Якщо учні не вчилися читати математично правильно задачі, то розбір умови тут слід проводити так.

Бесіда

- Що означає в задачі число 6? (Росло грибів).
- Що означає в задачі число 3? (Зрізав хлопчик).
- Яке запитання задачі? (Скільки залишилося?).

Пишу: Було – 6
Зрізав – 3
Залишилося – ?

– Чи правильно я поставила знак питання? (Правильно).

Якщо діти правильно читають задачу, то вони виділяють наголосом такі слова: «росло», «зрізали», «залишилося».

Бесіда

– Які основні слова ви виділили в задачі? («росло», «зрізав», «залишилося»). – Пишу.

– Скільки грибівросло на галявині? (6). – Пишу.

– Скільки грибів зрізав хлопчик? (3). – Пишу.

– Скільки грибів залишилося? (Невідомо). – Ставимо знак питання.

– Що питається в задачі? (Скільки грибів залишилося на галявині?).

– Чи правильно ми поставили знак питання? (Правильно).

У результаті бесіди отримуємо короткий запис задачі:

Росло – 6

Зрізав – 3

Залишилося – ?

Розбір умови задачі 2 першим способом є розбором умови нижчого рівня, розбір умови другим способом має вищий рівень. Надалі будемо теж уживати ці терміни: вищий рівень, нижчий рівень.

Аналіз задачі (від запитання до умови)

Бесіда

– Яке запитання задачі? (Скільки грибів залишилося на галявині?).

– Чи можемо зразу знайти відповідь на нього? (Можемо).

– Що для цього знаємо? (Знаємо, скільки було грибів, скільки зрізав, і знаємо, що слово «залишилося» означає дію віднімання).

– Отже, як знайдемо розв'язок задачі? ($6 - 3 = 3$).

Аналіз задачі (від умови до запитання)

Бесіда

– Яке запитання задачі?

– Скільки грибівросло? (6).

– Скільки грибів зрізав хлопчик? (3).

– Що питається в задачі? (Скільки грибів залишилося?).

– Чи є в запитанні задачі слово, яке б підказало нам, яку дію треба виконати над числами 6 і 3? (Є, «залишилося»).

- Яку дію означає це слово? (Дію віднімання).
- Отже, як знайдемо розв'язок задачі? ($6 - 3 = 3$).

Задача 3. Катя засушила 7 кленових листків, а дубових – на 3 менше. Скільки дубових листків засушила Катя?

Розбір умови

- Про які листки йдеться в задачі? (Кленові та дубові). – Пишу.
- Скільки кленових листків засушила Катя? (7). – Пишу.
- Скільки вона засушила дубових листків? (Невідомо). – Ставимо знак питання.
- А що говориться в задачі про дубові листки? (Їх на 3 менше, ніж кленових). – Після знака питання ставлю кому і пишу «на 3 менше».
- Що питається в задачі? (Скільки дубових листків засушила Катя?).
- Де поставимо знак питання? (Ми вже поставили).
- Правильно.

Маємо короткий запис задачі:

Кленових – 7

Дубових – ?, на 3 менше.

Аналіз задачі (від питання до умови)

Бесіда

- Що питається в задачі?
- Чи можемо відразу знайти відповідь на запитання задачі? (Можемо).
- Що для цього знаємо? (Знаємо, скільки Катя засушила кленових листків, і знаємо, що «на 3 менше» означає дію віднімання).
- Отже, як знайдемо розв'язок задачі? ($7 - 3 = 4$).

5–6-й етапи. Записування розв'язку задачі та складання відповіді до неї

Оскільки зразком для записування розв'язку задачі є підручник «Математика», ми зупинимося лише на шостому етапі роботи над задачею. Повернемося до першої задачі, що розглядалася на четвертому етапі роботи. Провівши разом з учнями розбір умови, аналіз і записавши розв'язок задачі, учитель запитує:

- Чи можемо сказати, що ми вже розв'язали задачу?

Учні мали б відповісти, що ще не можна цього сказати, тому що не дано відповіді на запитання задачі. Якщо ж учні самі до цього не додумаються, то їм повинен підказати вчитель. А після всього вчитель запитує:

- А яке ж запитання задачі? (Скільки всього дерев посадили учні?).
- То як сформулюємо відповідь на нього? (10 дерев посадили учні).
- Отже, щоб вважати задачу повністю розв'язаною, ми повинні сформулювати й записати відповідь до неї.

Далі вчитель навчає учнів (згідно з покроковим формулюванням розумових дій) формулювати усно, записувати повну чи коротку відповідь до кожної задачі.

7-й етап. Перевірка правильності розв'язку задачі

На цьому етапі роботи над простою арифметичною задачею доцільно учням наголосити, що тут потрібно перевіряти:

- а) правильність вибору дії;
- б) правильність проведеного обчислення.

Як же перевірити правильність вибору дії? (Треба знайти підтвердження у змісті задачі, тобто відшукати ті слова, які вказують на вибір дії).

Щоб перевірити правильність проведення обчислення, можна скористатися: наочністю, лінійкою, лічильними паличками і т. д.

Узагальнення знань, умінь та навичок роботи над простою арифметичною задачею в початковій школі (3-й період)

На завершення роботи над задачею (на всіх її етапах) доцільно разом з учнями скласти, а потім оформити на папері порядок ходу думки в процесі розв'язування задачі.

1. Шукаю слово чи групу слів, які в задачі вказують на те, яку дію треба виконати.
2. Утворюю й оголошую вираз.
3. Записую й обчислюю утворений вираз.
4. Пригадую запитання задачі і формулюю повну відповідь на нього.
5. Записую (повну чи коротку) відповідь до задачі.
6. Перевіряю правильність розв'язку задачі.

Наступним періодом у роботі над задачею є формування вмій та навичок учнів розв'язувати різні види простих арифметичних задач. Але оскільки цей період дуже тривалий і потребує великої методичної роботи, ми виділимо його в окремий параграф.

Методика формування вмій і навичок учнів розв'язувати різні види простих арифметичних задач (4-й період)

У подальшій роботі в навчанні учнів розв'язувати прості арифметичні задачі доцільно використовувати логічний прийом порівняння. Для цього потрібно задачі розглядати парами.

Перша пара задач – задачі на знаходження суми та остачі.

Друга пара задач – задачі на знаходження суми (остачі) та задача на збільшення (зменшення) числа на декілька одиниць.

Третя пара задач – задачі на збільшення числа на декілька одиниць та задача на зменшення числа на декілька одиниць.

Четверта пара задач – задачі на знаходження суми та задача на знаходження невідомого доданка.

П'ята пара задач – задача на знаходження першого невідомого доданка та задача на знаходження другого невідомого доданка.

Задачі на різницеве (кратне) порівняння теж рекомендовано подавати парами.

Доцільно подавати парами також задачі на збільшення (зменшення) числа в кілька разів, на знаходження невідомого доданка.

Розглянемо більш детально методику роботи над кожною парою задач.

1. Задачі на знаходження суми та остачі

Це перші задачі, з якими ознайомлюються діти. Тому увага вчителя зосереджується на формуванні в них уміння визначити в задачі умову й запитання, на усвідомленні ними необхідності вибору дії, якою розв'язується задача.

Діти спочатку ознайомлюються із задачами на знаходження суми. А тому задачу на знаходження остачі рекомендуємо подавати в парі із задачею на знаходження суми. Наприклад:

Задача 1. У дівчинки було 5 зошитів. Вона купила ще 2 зошита. Скільки всього зошитів стало в дівчинки?

Задача 2. У дівчинки було 5 чистих зошитів. 2 зошити вона списала. Скільки чистих зошитів залишилося в дівчинки?

Розв'яжемо першу задачу.

Учитель читає текст частинами, наголошуючи основні слова й числові дані.

За допомогою запитань записуємо з класом коротку умову задачі:

– Про що говориться в задачі? (Про зошити).

– Що означає число 5? (Скільки зошитів було у дівчинки). – Пишемо.

– Що означає число 2? (Скільки зошитів вона купила). – Пишемо.

– Що питається в задачі? (Скільки всього зошитів стало у дівчинки?). Як схематично позначаємо слово «всього»? (Фігурною дужкою). Позначимо.

– Чи відомо, скільки стало зошитів? (Ні). Поставимо знак питання.

Маємо запис: $\left. \begin{array}{l} \text{Було} - 5 \\ \text{Купила} - 2 \end{array} \right\} ?$

Аналіз задачі

Що запитується в задачі? (Скільки всього зошитів стало в дівчинки?). Ми можемо дати відповідь на питання задачі? (Так). Якою дією? (Додавання). Чому? Що означає в математиці слово «всього»? (Додати). Потрібно до тих зошитів, що були, додати ті, що купила). Запишемо розв'язок: $5 + 2 = 7$ (зошитів).

Чи можна сказати, що розв'язали задачу? (Ні). Чому? (Ми не дали відповіді на питання задачі). Яке питання задачі? (Скільки всього зошитів стало в дівчинки?). Як скласти відповідь? (7 зошитів стало в дівчинки).

Далі пропонуємо розв'язати другу задачу.

Розбір умови задачі

Про що говориться в задачі? (Про зошити). Що означає число 5? (У дівчинки було стільки зошитів). Що означає число 2? (Скільки зошитів вона списала). Яке питання задачі? (Скільки чистих зошитів залишилося в дівчинки?).

Далі діти знаходять і підкреслюють найважливіші слова і числа «було 5 зошитів», «2 списала», «скільки залишилося?».

Отже, короткий запис задачі має вигляд:

Було – 5

Списала – 2

Залишилося – ?

Аналіз задачі

Яке запитання задачі? (Скільки чистих зошитів залишилося в дівчинки?) Чи можна зразу дати відповідь? (Так). Якою дією? (Віднімання). Чому? Що означає слово «залишилося»? (Вилучити, відняти). Учні записують розв'язок: $5 - 2 = 3$ (зошити).

Відповідь: 3 чистих зошити залишилося в дівчинки.

Щоб діти добре усвідомили різницю між двома задачами, рекомендуємо здійснити їх порівняння.

А щоб учні також брали активну участь у цьому процесі, доцільно написати для них на папері чи на дошці таку пам'ятку.

Порівняння задач

1. Робота над першою задачею (розбір умови, аналіз, запис розв'язку, запис відповіді до задачі).

2. Робота над другою задачею (розбір умови, аналіз, запис розв'язку, запис відповіді до задачі).

3. Порівняння коротких записів умов задач за планом:

а) що спільного в задачах;

б) що відмінного;

в) який висновок можна зробити?

4. Порівняння записів розв'язку задач (за попереднім планом).

5. Порівняння відповідей до задачі (за планом).

Із результату такого порівняння випливає загальний висновок: хоч в обох задачах говориться про одну й ту ж дівчинку та одні й ті ж зошити, але ці задачі різні, тому що з короткого запису умови обох задач видно, що перша задача на знаходження суми, а друга – на знаходження остачі. Відповідно в цих задачах будуть різні розв'язки та різні відповіді.

Задача на знаходження суми (остачі) та задача на збільшення (зменшення) числа на декілька одиниць

Задачу на зменшення на декілька одиниць рекомендуємо подавати в парі із задачею на знаходження остачі.

Наприклад, розглянемо такі задачі:

1. У клітці було 12 курчат. 4 курчат випустили. Скільки курчат залишилося в клітці?

2. В одній клітці 12 курчат, а в другій – на 4 менше. Скільки курчат у другій клітці?

Пропонуємо учням розв'язати першу задачу. Разом з учнями записуємо короткий запис, розв'язок задачі та відповідь до неї.

Було – 12

Випустили – 4

Залишилося – ?

$12 - 4 = 8$ (курчат).

Відповідь: 8 курчат залишилося в клітці.

– Отже, при розв'язуванні задачі на знаходження остачі, ми міркували так: «Щоб знайти, скільки залишилося, треба відняти.

Якщо відняти, то стане менше».

А зараз розглянемо другу задачу.

Розбір умови

Вчитель задає запитання, а учні відповідають.

– Про що говориться в задачі? (Про курчат).

- У скількох клітках вони були? (У двох). – Пишемо.
- Скільки курчат було в першій клітці? (12). – Пишемо.
- Скільки курчат було в другій клітці? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- А що сказано про цих курчат? (Їх було на 4 менше). – Пишемо.

Короткий запис задачі має вигляд:

I – 12

II – ?, на 4 менше

Аналіз задачі

- Що відомо в задачі?
- Що питається в задачі?
- Чи можемо відразу дати відповідь на запитання задачі?
- Що для цього маємо?
- Яку дію треба виконати, щоб зменшити число на 4? (Дію віднімання, від 12 відняти 4).

Запишемо розв'язок:

$$12 - 4 = 8 \text{ (курчат).}$$

Відповідь: 8 курчат у другій клітці.

Отже, при розв'язуванні задачі на зменшення числа на декілька одиниць, ми використали такий зв'язок: щоб стало менше, треба відняти.

Далі пропонуємо учням порівняти першу й другу задачі. Орієнтовна відповідь може бути така: «Обидві задачі розв'язуються дією віднімання, але в першій задачі ми дізнаємося, скільки курчат залишилося в клітці, а в другій – скільки курчат було в другій клітці. У першій задачі використовували міркування: якщо відняти, то стане менше, а в другій – зворотні міркування: щоб стало менше, треба відняти».

Крім того, робимо другий висновок: Дію віднімання використовуємо в двох випадках:

- а) «залишилось», «випустили» означає відняти;
- б) «зменшити на ...» означає відняти.

Аналогічно можна пояснити дітям задачі на збільшення числа на декілька одиниць, розглядаючи їх у парі із задачами на знаходження суми. Наприклад:

1. У глечуку 9 склянок молока, а в бочці – 4 склянки. Скільки всього склянок молока?

2. У глечуці 9 склянок молока, а в бочці – на 4 склянки більше. Скільки склянок молока в бочці?

Розв'язавши ці задачі, пропонуємо учням порівняти їх. Орієнтовна відповідь може бути такою: «Обидві задачі розв'язуються дією додавання, але в першій задачі ми дізнаємося, скільки всього молока, а в другій – скільки склянок молока в бочці. У першій задачі ми використовували міркування: якщо додати, то стане більше, а в другій – зворотні міркування: щоб стало більше, треба додати.»

Крім того, робимо висновок, що дію додавання можна використати у двох випадках: а) «разом» або «всього» означає додати; б) «збільшити на ...» означає додати.

Задача на збільшення числа на декілька одиниць та задача на зменшення числа на декілька одиниць

Основна мета при розв'язуванні задач такого типу – вчити обґрунтовувати вибір дії, з допомогою якої можна розв'язати задачу.

Пропонуємо учням розглянути такі дві задачі.

1. У першому ящику 7 кг картоплі, а в другому – на 3 кг більше. Скільки кілограмів картоплі в другому ящику?

2. У першому ящику 7 кг картоплі, а в другому – на 3 кг менше. Скільки кілограмів картоплі в другому ящику?

Прочитаємо й розв'яжемо першу задачу. Маємо такий запис:

I – 7 кг

II – ?, на 3 кг більше

$$7 + 3 = 10 \text{ (кг)}$$

Відповідь: 7 кг картоплі було в другому ящику.

Аналогічно розв'язуємо другу задачу, але використовуємо міркування: «Щоб стало менше, треба відняти».

Далі вчитель пропонує учням порівняти ці дві задачі. На дошці мають бути короткі записи задач, розв'язки та відповіді до них. Щодо другої задачі маємо такий запис:

I – 7 кг

II – ?, на 3 кг менше

$$7 - 3 = 4 \text{ (кг)}$$

Відповідь: 4 кг картоплі в другому ящику.

Чим відрізняються ці задачі? Орієнтовна відповідь може бути такою: «Задачі відрізняються коротким записом умови, розв'язанням. Перша задача розв'язується додаванням, тому що «на 3 кг більше»

означає додати. Друга задача розв'язується відніманням, тому що «на 3 кг менше» означає відняти. У них різні відповіді».

А чим задачі подібні? Відповідь може бути такою: «В обох задачах ідеться про картоплю у двох ящиках. У першому ящику було 7 кг картоплі. Однакове запитання задачі».

У процесі такої роботи учні усвідомлюють, що відмінність у розв'язанні задач є результатом відмінності в їх математичному змісті. І навпаки, істотна відмінність у математичному змісті змінює розв'язання задачі.

Пізніше можна дати таке завдання:

1. В одному шматку 10 кг масла, а в другому – на 6 кг менше. Скільки кілограмів масла в другому шматку?

2. Склади і розв'яжи подібну задачу, але так, щоб в умові було сказано «на 6 кг більше».

Такі пари задач можна розв'язувати не тільки під контролем учителя, а й давати їх учням для самостійної роботи.

Задачі на знаходження суми та задачі на знаходження добутку

Задачі на знаходження добутку доцільно подавати в парі із задачами на знаходження суми, тому що результати дії множення учні спочатку знаходять за допомогою дії додавання. Конкретний зміст дії множення подається через означення: «знаходження суми однакових доданків називається множенням.»

Пропонуємо учням розв'язати задачі на додавання і множення, які мають подібні сюжети й однакові числові дані. Наприклад:

1. З одного стовпчика учень розв'язав 4 приклади, а з другого 3 приклади. Скільки всього прикладів розв'язав учень?

2. Учень розв'язав 4 стовпчики прикладів по 3 приклади в кожному стовпчику. Скільки всього прикладів розв'язав учень?

Першу задачу на знаходження суми діти вже вміють розв'язувати. Тому можемо запропонувати розв'язати її самостійно.

Далі вчитель ще раз читає умову другої задачі, наголошуючи основні слова і числові дані. Разом з учнями вчитель робить розбір умови. Пропонуємо такі запитання:

– Про що говориться в задачі? (Про приклади).

– Скільки було стовпчиків з прикладами? (4). – Пишемо.

– По скільки прикладів було в кожному стовпчику? (По 3). – Пишемо.

– Яке питання задачі? (Скільки всього прикладів розв’язував учень?). – Пишемо.

Короткий запис задачі матиме вигляд:

Було – 4 ст. по 3 приклади

Скільки всього – ? прикладів

Аналіз задачі

Що запитується в задачі? (Скільки всього прикладів розв’язав учень?). Можемо дати відповідь на питання задачі? (Так). Якою дією? (Дією множення).

Запишемо розв’язок:

$3 \cdot 4 = 12$ (прикладів).

Відповідь: Учень розв’язав 12 прикладів.

Можна запропонувати розв’язати учням другу задачу додаванням ($3 + 3 + 3 + 3 = 12$), а потім, використовуючи означення множення, замінити дію додавання множенням.

Записавши на дошці розв’язки обох задач, учитель пропонує учням порівняти ці дві задачі.

– Чим схожі ці дві задачі?

Відповідь: В обох задачах однакові числові дані і йдеться про приклади. Однакові запитання задачі.

– Чим відрізняються ці задачі?

Відповідь: Розв’язанням. У першій задачі ми знаходимо кількість розв’язаних прикладів тільки за допомогою дії додавання, а в другій задачі – за допомогою дії множення або дії додавання.

Пізніше можна запропонувати дітям розв’язати й порівняти такі задачі:

1. На автобусі приїхало кілька осіб. Коли з автобуса вийшли 3 особи, то в автобусі залишилося 7 осіб. Скільки людей було в автобусі?

2. У залі висіло 3 люстри, у кожній з них було по 4 лампочки. Скільки всього лампочок було в люстрах? (Обчислити додаванням і множенням.)

Задачі на збільшення (зменшення) числа в кілька разів та задачі на збільшення (зменшення) числа на декілька одиниць

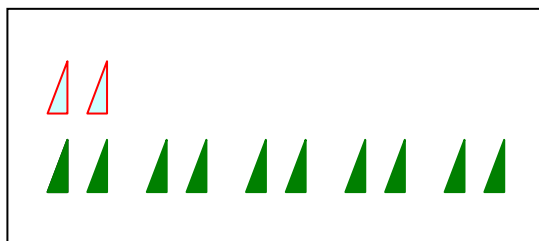
Задачі на збільшення або зменшення числа в кілька разів запроваджуються в 3 класі в процесі вивчення таблиць множення і ділення.

Доцільно практикувати розв’язання задач на збільшення (зменшення) числа в кілька разів у парі із задачами на збільшення (зменшення) числа на декілька одиниць.

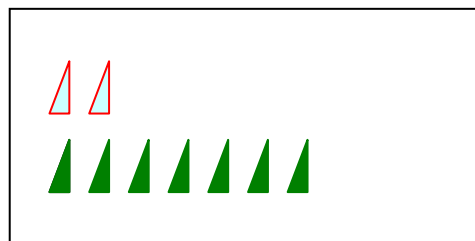
Пропонуємо учням розв'язати й порівняти такі задачі:

1. Світлих трикутників 2, а темних – у 5 разів більше. Скільки темних трикутників на малюнку? (Мал. 5.1).

2. Світлих трикутників 2, а темних – на 5 більше. Скільки темних трикутників на малюнку? (Мал. 5.2).



Мал. 5.1



Мал. 5.2

Розв'яжемо першу задачу.

Розбір умови

- Про що говориться в задачі? (Про трикутники).
- Які вони за кольором? (Світлі і темні). – Пишемо.
- Скільки було світлих трикутників? (2).
- Відомо, скільки було темних трикутників? (Невідомо).

Поставимо знак питання.

- Що відомо про темні трикутники? (Їх було в 5 разів більше). – Пишемо.

Короткий запис задачі буде такий:

Світлих – 2

Темних – ? у 5 разів більше

Аналіз задачі

Що питається в задачі?

Яку дію потрібно використати, щоб розв'язати задачу і чому? (Дію множення, щоб збільшити у 5 разів, треба помножити на 5).

Запишемо розв'язок:

$$2 \cdot 5 = 10 \text{ (трикутників).}$$

Відповідь: На малюнку 10 темних трикутників.

Розв'яжемо другу задачу. За допомогою аналогічних питань учитель робить розбір умови і записує задачу коротко.

Світлих – 2

Темних – ?, на 5 більше

Розв'язок: $2 + 5 = 7$ (трикутників).

Відповідь: На малюнку 7 темних трикутників.

Далі вчитель пропонує порівняти ці задачі.

Висновок: Задача на збільшення числа у декілька разів і задача на збільшення числа на декілька одиниць розв'язується різними діями: перша – дією множення, а друга – дією додавання.

Можна запропонувати учням для розв'язання такі задачі:

Задача 1. Перше число 18, а друге – 6. У скільки разів друге число менше від першого? На скільки одиниць друге число менше, ніж перше?

Задача 2. Доповнити: «В одному куску 18 м тканини, а в другому ... 6 ...» так, що для її розв'язання треба було використати дію ділення (додавання).

Доцільно запропонувати учням складати пари задач: одну на зменшення числа в декілька разів, а другу – на зменшення числа на декілька одиниць.

Задачі на різницеве порівняння чисел та задачі на збільшення числа на декілька одиниць

Задачі на різницеве порівняння чисел розглядаються в зіставленні із задачею на збільшення числа на декілька одиниць. Наприклад, учням можна запропонувати розв'язати й порівняти такі задачі:

1. На ставку плавало 9 гусок, а качок – на 4 більше. Скільки качок плавало на ставку?

2. На ставку плавало 9 гусок і 4 качки. На скільки менше плавало на ставку качок, ніж гусок?

Розв'яжемо першу задачу.

Розбір умови

– Про кого говориться в задачі? (Про гусей і качок). – Пишемо.

– Скільки гусок плавало на ставку? (9). – Пишемо.

– Скільки качок плавало на ставку? (Невідомо). Ставимо знак питання.

– А що говориться про качок? (Їх було на 4 більше). – Пишемо.

Маємо такий запис:

Гусей – 9

Качок – ?, на 4 більше

Аналіз задачі

Що питається у задачі? Чи можна дати відповідь на питання задачі? Яку дію потрібно виконати? (Дію додавання). Чому? (Щоб збільшити, треба додати).

Учні записують розв'язок задачі:

$9 + 4 = 13$ (качок).

Відповідь: 13 качок плавало на ставку.


Перевірка: Скільки плавало качок на ставку? (13). Скільки плавало гусок? (9). На скільки більше плавало качок, ніж гусок? ($13 - 9 = 4$). Отже, задача розв'язана правильно.

Розв'яжемо другу задачу.

Розбір умови

- Про кого говориться в задачі? (Про гусей і качок). – Пишемо.
- Скільки гусей плавало на ставку? (9). – Пишемо.
- Скільки качок плавало на ставку? (4). – Пишемо.
- Яке питання задачі? (На скільки менше плавало качок, ніж гусок?).

Позначимо схематично дужкою зі стрілкою. Маємо запис:

Гусей – 9  на ? менше
Качок – 4

Аналіз задачі

Яке питання задачі? На скільки менше плавало на ставку качок, ніж гусок? Сформулюйте питання задачі, використовуючи числа (на скільки 4 менше 9?). Якою дією розв'яжемо задачу? (Дією віднімання). Учні записують розв'язок: $9 - 4 = 5$. Відповідь: на ставку плавало на 5 качок менше, ніж гусок). *Перевірка:* Скільки на ставку плавало качок? (На 5 менше, ніж гусок). А скільки було гусок? (9). Якою дією можна знайти, скільки плавало качок? (Дією віднімання).

$9 - 5 = 4$ (качки).


Отже, задача розв'язана правильно.

Порівняємо ці задачі.

Чим подібні задачі? (В обох задачах говориться, що на ставку плавали гуси й качки. Гусок було 9). Чим відрізняються ці задачі? (Задачі відрізняються розв'язанням. Перша задача розв'язується додаванням. При цьому використовували міркування: щоб збільшити, треба додати. Друга задача розв'язується дією віднімання. Тут використовували міркування: щоб порівняти два числа, треба від більшого відняти менше.)

Розв'яжемо задачу 3. На ставку плавало 9 гусок і 4 качки. На скільки менше плавало на ставку качок, ніж гусок? На скільки більше плавало на ставку гусок, ніж качок?

Запишемо короткий запис задачі:

Гусок – 9  на ?
Качок – 4

Що спільного і відмінного в задачах 2 і 3? (Однакові умови, однакові запитання). Відмінне? (У задачі 2 одне запитання, а в задачі 3 два запитання).

Розв'яжемо третю задачу: $9 - 4 = 5$.

Дамо відповідь на питання задачі. На скільки менше плавало на ставку качок, ніж гусок? (На 5). На скільки більше плавало на ставку гусок, ніж качок? (На 5).

Можна учням запропонувати таке завдання: доповнити задачу:

1. Хлопчик помив 6 глибоких тарілок і 13 мілких. На скільки менше ...?

2. Володимир одержав 8 листівок, а написав 12. На скільки ...?

Задачі на різницеве і кратне порівняння

Задачі на кратне порівняння розглядаються під час вивчення табличного множення і ділення. Під час розв'язування таких задач потрібно підвести дітей до висновку, що для відповіді на запитання задачі потрібно більше число поділити на менше.

Задачі такого типу рекомендуємо теж подавати парами.

1. Для приготування клею взяли 2 склянки крохмалю і 18 склянок води. У скільки разів менше взяли крохмалю, ніж води?

2. Для приготування клею взяли 2 склянки крохмалю і 18 склянок води. У скільки разів більше взяли води, ніж крохмалю?

Розглянемо першу задачу. Проведемо розбір умови й запишемо задачу коротко.

– Про що говориться в задачі? (Про клей).

– Що брали для приготування клею? (Крохмаль і воду). – Пишемо.

– Скільки взяли крохмалю? (2 склянки). – Пишемо.

– Скільки взяли води? (18 склянок). – Пишемо.

– Яке питання задачі? (У скільки разів узяли менше крохмалю, ніж води?). Як це позначити схематично? (Дужкою зі стрілкою). Позначимо.

Короткий запис буде такий:

Крохмаль – 2
Вода – 18

) у ? разів менше?
←

Сформулюйте запитання з називанням чисел? (У скільки разів 2 менше за 18?). Які числа треба порівняти? (2 і 18). Як дізнатися, у скільки разів одне число більше від другого? Викладіть два трикутники – це склянки крохмалю. Викладіть 18 квадратів – це склянки

води. Згрупуйте квадратики по 2. Скільки таких груп є? (9). У скільки разів число 2 менше за число 18? (У 9 разів). Яку дію ми виконали? (Дію ділення). Запишемо розв'язок:

$$18 : 2 = 9$$

Відповідь: У 9 разів узяли менше крохмалю, ніж води.

Задача 2 розв'язується аналогічно задачі 1.

Розв'язавши обидві задачі, робимо висновок.

- Якою дією ми розв'язали обидві задачі? (Дією ділення $18 : 2 = 9$).
- Чим подібні ці задачі? (У них однакові умови).
- Чим вони відрізняються? (Запитанням. У першій задачі потрібно взнати, у скільки разів число 2 менше за число 18, а в другій – у скільки разів число 18 більше за число 2).

Висновок: Задачі на кратне порівняння чисел розв'язуються дією ділення. Отже, щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше або менше від другого, треба більше число поділити на менше.

Потім такі дві задачі розглядаються як одна задача з двома запитаннями. Наприклад:

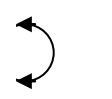
Задача. Оленка намалювала 2 квадрати і 10 трикутників. У скільки разів трикутників більше, ніж квадратів? У скільки разів квадратів менше, ніж трикутників?

Рекомендуємо вчителям зробити лише розбір умови й короткий запис, а аналіз задачі та розв'язок запропонувати дітям зробити самостійно.

Розбір умови

- Про що говориться в задачі? (Про квадрати і трикутники). – Пишемо.
- Скільки намалювала Оленка квадратів? (2). – Пишемо.
- Скільки намалювала вона трикутників? (10). – Пишемо.
- Яке питання задачі? (Тут два запитання: У скільки разів трикутників більше, ніж квадратів? У скільки разів квадратів менше, ніж трикутників?).
- Як це показати схематично? (Дужкою зі стрілочками на кінцях). – Позначимо.

Маємо такий короткий запис задачі:

Квадрати – 2
Трикутники – 10  у ? разів

Далі можна провести таку роботу. Вчитель читає умову задачі: «У Миколи було 5 марок, у Василька – 10». Пропонує поставити до неї два запитання й розв'язати задачу.

Пізніше розв'язання задач на кратне й різницеве порівняння розглядається в парі з іншими простими задачами.

Задача на кратне порівняння чисел та задача на збільшення числа в кілька разів

Задача на кратне порівняння чисел розглядається в зіставленні із задачею на збільшення числа в кілька разів. Наприклад, можна учням запропонувати розв'язати й порівняти такі задачі:

1. Висота яблуні 6 м, а сосна – в 4 рази вища. Яка висота сосни?

2. Висота яблуні 6 м, а сосни – 24 м. У скільки разів сосна вища за яблуню?

Розв'яжемо першу задачу.

– Про кого говориться в задачі? (Про яблуню і сосну). – Пишемо.

– Яка висота яблуні? (6 м). – Пишемо.

– Відомо, яка висота сосни? (Невідомо). – Поставимо знак питання.

– А що говориться про сосну? (Вона в 4 рази вища). – Пишемо.

Маємо такий запис:

Яблуня – 6 м

Сосна – ?, у 4 рази вища

Аналіз задачі

Що питається? (Яка висота сосни?). Що сказано про сосну в умові задачі? (Вона в 4 рази вища). Яке число нам потрібно знайти: більше чи менше за 6? (Більше). Якою дією розв'яжемо задачу? (Дією множення).

Учні записують розв'язок задачі:

$$6 \cdot 4 = 24 \text{ (м)}$$

Відповідь: Висота сосни 24 м.

Перевірка. Яка висота сосни? (24 м). Яка висота яблуні? (6 м). У скільки разів сосна вища за яблуню? ($24 : 6 = 4$).

Отже, задача розв'язана правильно.

Розв'яжемо другу задачу.

Розбір умови

– Про що говориться в задачі? (Про яблуню і сосну). – Пишемо.

– Яка висота яблуні? (6 м). – Пишемо.

– Яка висота сосни? (24 м). – Пишемо.

– Яке питання задачі? (У скільки разів сосна вища за яблуню?).

– Як це позначити схематично? (Дужкою зі стрілкою).

Позначимо.

Маємо запис:

Яблуня – 6 м
Сосна – 24 м

 у ? разів вища

Аналіз задачі.

Що запитується в задачі? (У скільки разів сосна вища за яблуню?).

Сформулюйте питання задачі, використовуючи числа. (У скільки разів 24 більше за 6). Якою дією розв'яжемо цю задачу? (Дією ділення). Запишемо розв'язок:

$$24 : 6 = 4$$

Відповідь: Сосна вища за яблуню в 4 рази.

Перевірка. Яка висота яблуні? (6 м). А сосни? (У 4 рази більша). Якою дією можна знайти, яка висота сосни? (Дією множення $6 \cdot 4 = 24$). Отже, задача розв'язана правильно.

Порівняємо ці задачі.

Чим подібні задачі? (В обох задачах говориться про яблуню та сосну. Висота сосни 6 м).

Чим відрізняються ці задачі? (Задачі відрізняються розв'язанням. Перша задача розв'язується дією множення. При цьому використовувалися міркування: щоб збільшити в кілька разів, потрібно помножити. Друга задача розв'язується дією ділення. Тут використовували міркування: щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше від другого, потрібно поділити).

Задачі на розкриття першого змісту дії ділення

За конкретним змістом задачі на ділення поділяються на два види: задачі на ділення на рівні частини та задачі на ділення на вміщення. З першим видом задачі учні ознайомлюються вже в процесі вивчення дії ділення, а з другим – на другому уроці після складання таблиці ділення на 2.

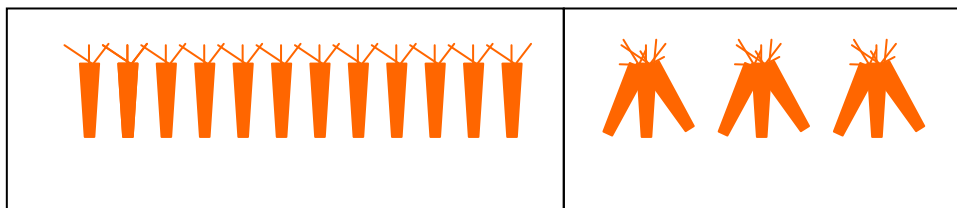
Задачу на ділення на вміщення вводять у порівнянні із задачею на ділення на рівні частини. Цим самим ставиться мета: узагальнити процес вибору дії. Характер задачі визначається лише за назвою результатів ділення. Сам вираз на ділення читається в обох випадках однаково.

Можна запропонувати учням розв'язати й порівняти такі задачі:

1. Було 12 морквин. Моркву поділили на три рівні частини і зв'язали в пучки. Скільки морквин у кожному пучку?

2. Було 12 морквин. Моркву поділили по три і зв'язали в пучки. Скільки вийшло пучків?

Розв'яжемо першу задачу. Доцільно зробити такий малюнок:



Розбір умови

- Про що говориться в задачі? (Про моркву).
- Скільки було морквин? (12). – Пишемо.
- Що зробили з морквою? (Поділили на три рівні частини і зв'язали в пучки). – Пишемо.
- Яке питання задачі? (Скільки морквин у кожному пучку?).

Умову задачі можна записати так:

Було – 12 м., поділили на 3 ч. порівну.

Морквин у пучку – ?

Аналіз задачі

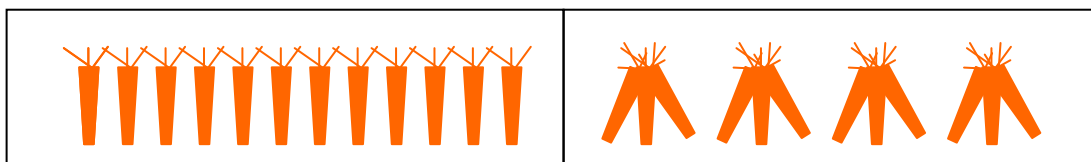
Яке запитання задачі? (Скільки морквин у пучку?). Якою дією розв'яжемо задачу? (Дією ділення). Скільки на малюнку зображено пучків? (Три пучки). Скільки морквин в одному пучку? (4 морквини).

Запишемо розв'язок:

$$12 : 3 = 4 \text{ (м)}$$

Відповідь: 4 морквини.

Розглянемо другу задачу. Знову зробимо малюнок до неї:



Розбір умови

- Про що говориться в задачі? (Про моркву).
- Скільки було морквин? (12). – Пишемо.
- Як поділили моркву? (По три морквини і зв'язали в пучки). – Пишемо.
- Яке запитання задачі? (Скільки вийшло пучків?). – Пишемо.

Маємо запис: Було – 12 м, зв'язали по 3 м.

Пучків – ?

Аналіз задачі

Проведемо його, використовуючи малюнок. Скільки морквин на малюнку справа? (12). Як поділили моркву? (По 3 морквини). Кожні

3 морквини зв'язали в пучок. Скільки вийшло пучків? Якою дією розв'яжемо задачу? (Дією ділення).

Запишемо розв'язок:

$$12 : 3 = 4 \text{ (п.)}$$

Відповідь: 4 пучки.

Пропонуємо учням порівняти задачі. Чим подібні ці задачі? Орієнтовна відповідь може бути такою: «В обох задачах відомо, що було 12 морквин. Обидві задачі розв'язуються дією ділення, для їх розв'язання складаємо однаковий вираз: $12 : 3$ ».

Чим ці задачі відрізняються? Відповідь може бути такою: «Різні запитання. Різні формулювання відповідей».

Можна запропонувати порівняти учням такі задачі:

1. 8 листівок розклали в конверти по 2 в кожний. Скільки використали конвертів?

2. 8 листівок розклали порівну в 2 конверти. Скільки листівок у кожному конверті?

При розв'язуванні задач на ділення треба уважно продумувати, якою буде назва результату. У задачах на ділення на вміщення ділене і дільник є іменованими числами, а частка – число абстрактне. У задачах на ділення на рівні частини ділене й частка – однієї назви, дільник – число абстрактне. Усвідомлення цієї відмінності між задачами на ділення на вміщення і на ділення на рівні частини становить для учнів семирічного віку значні труднощі. Тому корисно використовувати інсценування розв'язання задачі, практичне виконання завдань на ділення, коментоване розв'язування задачі самим учителем, коментування учнями відповіді задачі, самостійне складання учнями задач кожного виду.

Отже, щоб навчити дітей мислити на уроках математики та під час виконання домашнього завдання, творчо підходити до роботи над простою задачею, потрібно спочатку озброїти їх основними узагальненими способами дій, тобто дати відповідь на запитання «Як треба діяти, щоб розв'язати задачу?».

Узагальнення знань молодших школярів про просту арифметичну задачу

Учителям слід пам'ятати, що кожен урок узагальнення знань повинен бути для учнів носієм чогось нового: нового терміна, нового способу розв'язку, нового способу мислення тощо. Як же вчителеві розкривати це нове на уроках узагальнення знань про прості арифме-

тичні задачі? Ми пропонуємо використовувати для цього такі логічні прийоми, як класифікація, конкретизація та узагальнення.

Опишемо коротко методику проведення уроків узагальнення знань про прості арифметичні задачі на додавання та віднімання. На одному з перших уроків узагальнення знань доцільно запропонувати учням з усіх коротких записів задач відібрати в один стовпчик ті, які розв'язуються дією додавання, а в другий – ті, які розв'язуються дією віднімання (поділ здійснюється тільки на основі короткого запису умов задач). Після того, як діти справилися із завданням, учитель запитує:

- Яку спільну назву можна дати для всіх задач, розміщених у першому стовпчику? (Задачі на додавання).
- Яку спільну назву дамо для задач другого стовпчика? (Задачі на віднімання).

I стовпчик	II стовпчик
1. Спочатку – 9 } Потім – 3 } ?	1. Було – 6 Відпало – 4 Залишилося – ?
2. Надійка – 5 } Бабуся – 4 } ?	2. Лип – 6 Дубів – ?, на 4 менше
3. Лип – 6 Дубів – ?, на 4 більше	3. Було – 10 Подарували – 4 Залишилося – ?
4. Андрій – 4 } Микола – 2 } ?	4. Капуста – 8 кг Буряки – ?, на 4 кг менше.
5. Зелених – 6 Червоних – ?, на 3 більше	

Далі доцільно продовжити бесіду так.

Вчитель:

- Чому задачі, зібрані в першому стовпчику, розв'язуються лише дією додавання?
- Чому задачі, зібрані в другому стовпчику, розв'язуються лише дією віднімання?
- Чи не здається вам, що задачі першого стовпчика можна ще якось погрупувати?
- А за якими ознаками?

(В один стовпчик відділимо задачі, де треба знайти «скільки разом», а в інший – задачі, де сказано – «на...більше»).

Вчитель: Отже, утворимо такий поділ на групи.

1 група (клас)		2 група (клас)
1. Спочатку – 9	} ?	1. Лип – 6
Потім – 3		Дубів – ?, на 4 більше
2. Надійка – 5	} ?	2. Зелених – 6
Бабуся – 4		Червоних – ?, на 3 більше
3. Андрій – 4	} ?	
Микола – 2		

Бесіда

- Скільки нових груп утворилося? (Дві).
- Чи не можна придумати спільну назву для задач, що зібрані в першій групі? (Діти думають).

Вчитель (допомагає): Такі задачі називають *задачами на знаходження суми*.

- А як можна об'єднати спільною назвою задачі, зібрані в другій групі? (Діти думають).

Вчитель (допомагає): Задачі другої групи назвемо *задачами на збільшення на декілька одиниць*.

- А тепер поясніть, будь ласка, чому саме таку назву отримали задачі першої групи? (Тому що в першій треба знайти «разом», а це означає, що треба знайти суму).
- А чому іншу назву отримали задачі другої групи? (Тому що в кожній з них було «на... більше», а це означає, що треба збільшити, тобто додати).

Підсумок

- Так яку назву ми дали задачам першої групи? Чому?
- Яку назву дали задачам другої групи? Чому?

Далі вчитель продовжує.

- А чи не можна розбити на групи задачі 2-го стовпчика? (Можна).
- На скільки груп? (На дві).
- Давайте зробимо це:

3 група (клас)	4 група (клас)
1. Було – 6	1. Лип – 6
Відпало – 4	Дубів – ?, на 4 менше
Залишилося – ?	
2. Було – 10	2. Капусти – 8 кг
Подарували – 4	Буряків – ?, на 4 кг менше
Залишилося – ?	

- Можливо самі зможете дати назви новим групам задач? (Третя група – *задачі на знаходження остачі*, а четверта група – *задачі на зменшення на декілька одиниць*).
- Чому ви так назвали ці групи задач? (Тому що в третій групі треба знайти остачу, а в четвертій групі задач дається «на ... менше», що означає зменшити).

Загальний підсумок. Бесіда

- Отже, на скільки груп ми розбили всі відомі вам задачі? (На чотири групи).
- Як назвали задачі першої групи? Чому?
- Як назвали задачі другої групи? Чому?
- Як назвали задачі третьої групи? Чому?
- Як назвали задачі четвертої групи? Чому?

Вчитель: Таке розбиття задач на групи називається класифікацією. Отже, ми розбили всі відомі вам задачі на 4 класи.

- Як назвемо перший клас задач?
- Як назвемо другий клас задач?
- Як назвемо третій клас задач?
- Як назвемо четвертий клас задач?
- Звідки взяли такі назви? (Діти думають).

Вчитель: Назва кожного класу задач указує на їх особливу ознаку.

- Яка особлива ознака першого класу задач?
- Яка особлива ознака другого класу задач?
- Яка особлива ознака третього класу задач?
- Яка особлива ознака четвертого класу задач?

На наступних уроках, під час розв'язування кожної конкретної задачі потрібно згадувати назву класу, до якого вона належить за особливою ознакою.

На наступних етапах роботи над задачами класифікацію та узагальнення доцільно використовувати в таких випадках:

- 1) відшукання нової задачі серед раніше вивчених;
- 2) при розгляді взаємозв'язаних задач.

1. Розглянемо, як класифікація допомагає не тільки побачити нову задачу, а й відразу виділити її особливу ознаку.

Для цього пропонуємо учням поділити на класи всі задачі, що задані на набірному полотні короткими записами. (Задачі звичайно розміщені в будь-якому порядку). З'являється п'ять груп (класів):

I – на знаходження суми;

II – на збільшення на декілька одиниць;

III – на знаходження остачі;

IV – на зменшення на декілька одиниць та задачі п'ятого класу.

Ось вони:

$$\left. \begin{array}{l} I - 9 \\ II - ? \end{array} \right\} 10$$

$$\left. \begin{array}{l} I - ? \\ II - 2 \text{ м} \end{array} \right\} 5 \text{ м}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Оксана} - 5 \\ \text{Бабуся} - ? \end{array} \right\} 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Спочатку} - ? \\ \text{Потім} - 5 \end{array} \right\} 10$$

Діти нові задачі побачать і виділять швидко. Довго вони шукатимуть їх особливу ознаку. А щоб прискорити цей процес, доцільно дати дітям декілька навідних запитань.

- Що означає в задачах фігурна дужка? (Суму).
- Отже, яку, на перший погляд, назву повинні мати виділені задачі? (Задачі на знаходження суми).
- Якою дією вони розв'язуються? (Дією додавання).
- А чому ви сумніваєтеся в тому, що ці задачі теж розв'язуються дією додавання? (Тому що знаки питань стоять перед фігурною дужкою).
- Давайте згадаємо, як при додаванні називаються компоненти та результат? (Перший доданок, другий доданок, сума).
- Тож подивіться і скажіть, що в наших задачах буде доданками, а що сумою? (Почергово розглядається кожна задача).
- Отже, діти, можна зробити висновок, що ми знайшли нові задачі, в яких невідомим є один із доданків.
- А як знайти невідомий доданок? (Треба від суми відняти відомий доданок).
- То якою дією будемо розв'язувати нові задачі? Чому? Яку назву дамо цьому класу задач? (Задачі на знаходження невідомого доданка).

Так само доцільно вводити і задачі на знаходження невідомого компонента дії віднімання.

2. Розглядати взаємозв'язані задачі потрібно хоча б із тієї причини, що це забезпечить учням глибоке усвідомлення взаємозв'язку між відомими і невідомим у кожній задачі, а також між самими задачами (перша – пряма, друга і третя – обернені до неї). А це має особливе значення під час узагальнення й систематизації знань молодших школярів із розв'язування простих задач.

Цю роботу можна проводити так.

Вчитель пропонує учням скласти задачу за розв'язком:

$$5 + 3 = 8 \text{ (зошитів)}$$

Як результат складеної учнями задачі на дошці має з'явитися короткий запис:

$$\left. \begin{array}{l} \text{У клітку} - 5 \\ \text{У лінійку} - 3 \end{array} \right\} ?$$

Далі варто запропонувати дітям за цим розв'язком утворити два нових, пам'ятаючи, що з кожного приклада на додавання можна скласти два приклади на віднімання. На дошці повинні з'явитися такі записи:

$$8 - 5 = 3 \text{ (зошити)}$$

$$8 - 3 = 5 \text{ (зошитів)}$$

До кожного з цих розв'язків учні знову разом з учителем складають задачі й записують на дошці короткі записи їх умов:

$$\left. \begin{array}{l} \text{У клітинку} - 5 \\ \text{У лінійку} - ? \end{array} \right\} \mathbf{8} \qquad \left. \begin{array}{l} \text{У клітинку} - ? \\ \text{У лінійку} - 3 \end{array} \right\} \mathbf{8}$$

Вчитель пропонує учням пригадати назви кожної задачі (перша – задача на знаходження суми, друга і третя – задачі на знаходження невідомого доданка). А тоді учні пригадують, як же з кожного прикладу на додавання можна скласти приклади на віднімання й застосовують ці знання для відшукування розв'язку нових складених ними задач.

Одночасне розв'язування учнями таких трійок задач після того, як дали назву кожній задачі (здійснили класифікацію), допомагає уникнути помилок при відшуванні дії, якою треба розв'язати ту чи іншу задачу. Особливо корисно розглядати трійками задачі на знаходження невідомого компонента дії віднімання.

На прикладі використання класифікації, конкретизації та узагальнення під час роботи із простими задачами на додавання та віднімання можна чітко виділити етапи роботи над усіма іншими простими та складеними арифметичними задачами, що розглядаються в початковій школі:

1 етап – виділити нову задачу зі всієї поданої кількості задач (за допомогою класифікації);

2 етап – знайти особливу ознаку цього класу задач;

3 етап – дати назву новому класу задач;

4 етап – спробувати знайти взаємозв'язок між новою задачею та деякими з раніше вивчених (пригадати правило).

Тобто так можна вводити всі нові задачі на множення і ділення (крім задач на ділення на рівні частини та на ділення на вміщення), задачі на різницеве та кратне порівняння, задачі на збільшення та зменшення на декілька одиниць та в декілька разів, виражені в непрякій формі.

Не можна обмежуватися класифікацією та узагальненням якихось одних видів задач – ними треба охоплювати всю систему арифметичних задач початкового курсу математики. Вчитель має знати: здійснити класифікацію означає виділити особливі ознаки кожного окремого виду задач, зробити узагальнення означає знайти правило, за допомогою якого можна розв'язати задачу кожного окремого виду.

Методика ознайомлення молодших школярів зі складеною арифметичною задачею

Під складеними арифметичними задачами треба розуміти такі задачі, в основі розв'язання яких лежить певна властивість арифметичних дій.

Різні методисти по-різному підходять до ознайомлення молодших школярів зі складеною арифметичною задачею [16; 82; 89; 93; 129; 145; 152; 159]. На нашу думку, доцільно було б спочатку разом з учнями скласти задачу на дві дії, а потім думати над тим, як її розв'язати.

Пропонуємо такий підхід до ознайомлення учнів зі складеною задачею.

Задача 1. Мама зірвала з одного куща 5 помідорів, а з другого – 4. Скільки всього помідорів зірвала мама?

Задача 2. Мама зірвала з двох кущів декілька помідорів. 6 помідорів вона віддала дітям. Скільки помідорів залишилося?

Вчитель пропонує учням розв'язати першу задачу й записує розв'язок на дошці:

$$5 + 4 = 9 \text{ (п.)}$$

Потім пропонує розв'язати другу задачу. Учні звичайно відразу ж скажуть, що її не можна розв'язати.

– Чому не можна нам ці дані запозичити з першої задачі? А якщо можна, то як?

Вчитель разом з учнями складає нову задачу.

Задача 3. Мама зірвала з одного куща 5 помідорів, а з другого – 4. 6 помідорів вона віддала дітям. Скільки помідорів залишилося?

А далі варто працювати над новою задачею так, як працювали раніше над простими арифметичними задачами.

1. Розбір умови та складання короткого запису задач

Бесіда

- Про що говориться в задачі? (Про помідори).
- Що означають у задачі числа 5 і 4? (Скільки помідорів зірвали). – Пишемо.
- Що означає в задачі число 6? (Скільки помідорів віддали дітям). – Пишемо.
- Яке запитання задачі? (Скільки помідорів залишилося?).

Вчитель: Отже, пишу:

Зірвали – 5 і 4

Віддали – 6

Залишилося – ?

Слова, що ми їх підкреслили (зірвали, віддали, залишилося), учитель має добре наголосити в ході його бесіди з учнями і відразу ж записати на дошці.

Таким чином учні разом з учителем здійснять розбір умови нової задачі та складуть короткий її запис.

2. Аналіз задачі та складання усного плану розв'язку її

а) Аналіз задачі від умови до запитання

Бесіда

- Яке запитання задачі? (Скільки помідорів залишилося?).
- Чи знаємо, скільки всього помідорів мама зірвала? (Ні).
- А що знаємо про зірвані помідори? (Знаємо, що з першого куща мама зірвала 5, а з другого – 4).
- Чи можемо взнати, скільки всього помідорів вона зірвала? (Можемо).
- Усі дані для цього маємо? (Так).
- Якою дією знайдемо? (Дією додавання).
- А знайшовши, скільки всього помідорів мама зірвала, чи зможемо знайти, скільки ж помідорів у неї залишилося? (Можемо).
- Які дані для цього маємо? (Скільки всього зірвала та скільки віддала).
- Якою дією знайдемо? (Дією віднімання).

Усний план розв'язку задачі такий:

- Що знайдемо першою дією? (Скільки всього помідорів зірвала мама?).

Що знайдемо другою дією? (Скільки помідорів залишилося?).

б) *Аналіз задачі від запитання до умови*

- Яке запитання задачі? (Скільки помідорів залишилося?).
- Чи можемо відразу дати відповідь на запитання задачі? (Ні).
- Що треба знати, щоб дати відповідь на запитання задачі? (Треба знати, скільки всього помідорів мама зірвала і скільки віддала).
- А що з цього знаємо? (Знаємо, скільки віддала).
- А чого не знаємо? (Не знаємо, скільки всього зірвала).
- А що треба знати, щоб знайти, скільки всього помідорів мама зірвала? (Скільки зірвала з першого куща, а скільки – з другого).
- Чи знаємо це? (Знаємо).
- То що знайдемо спочатку? (Скільки всього помідорів зірвала мама?).
- Якою дією? (Додавання).
- Що знайдемо потім? (Скільки помідорів залишилося?).
- Якою дією? (Віднімання).

(Усний план розв'язку задачі подано вище).

в) *Запис розв'язку задачі та складання відповіді до неї*

Вчитель пропонує дітям записати розв'язок задачі на дошці та в зошитах.

1) $5 + 4 = 9$ (п.)

2) $9 - 6 = 3$ (п.)

Вчитель запитує учнів:

- Чим відрізняється ця задача від попередніх, які ми весь час розв'язували? (Ця задача на дві дії).
- Чи можемо сказати, що ми вже її розв'язали? (Ні).
- Чому? (Не дали відповіді на запитання).
- А яке ж запитання задачі? (Скільки помідорів залишилося?).
- Як складемо відповідь на нього? (3 помідори залишилося).

Пропонує відразу ж після розв'язку нової задачі записати повну відповідь до неї на дошці. Учні ж те саме записують у зошити.

Хочемо застерегти вчителів від намагання здійснювати аналіз однієї і тієї ж задачі декількома способами відразу. Вибирати спосіб аналізу треба той, який найбільше підходить для рівня розвитку середнього учня того чи іншого класу.

г) *Структурний аналіз*

Бесіда

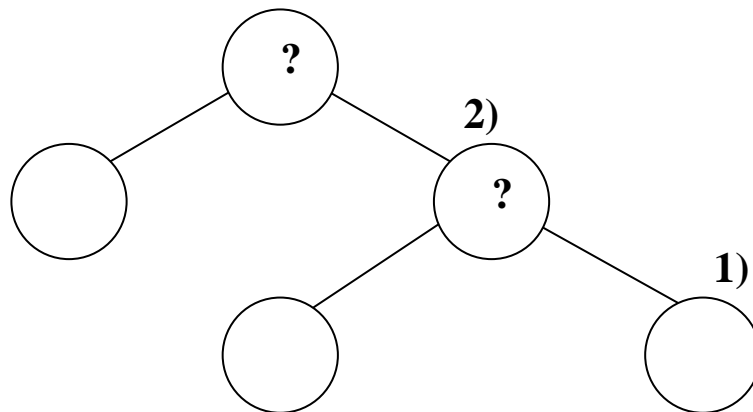
- Яке запитання задачі? (Скільки помідорів залишилося?).

- Що треба знати, щоб дати відповідь на запитання задачі? (Скільки мама зірвала всього помідорів і скільки віддала).
- Що з цього знаємо? (Скільки віддала).
- Чого не знаємо? (Скільки всього зірвала).
- Що треба знайти, щоб дати відповідь на це запитання? (Скільки зірвано помідорів із першого та другого куща).
- Що з цього знаємо? (Все знаємо).

Усний план розв'язку:

- Так що знайдемо першою дією? (Скільки всього помідорів зірвала мама).
- Що знайдемо другою дією? (Скільки помідорів залишилося).

Для цього способу аналізу задачі учням у підручнику дається така схема.



Вчитель у цю схему може вкладати лише картки з числовими даними. А запитання, що супроводжують спосіб мислення під час цього аналізу, можна записати або збоку біля схеми, або на окремому листку.

Коротко це виглядатиме так:

1. Що питається в задачі?
2. Що треба знати, щоб дати відповідь на питання задачі?
3. Що з цього знаємо?
4. Чого не знаємо?
5. Що треба знати, щоб дати відповідь на це питання? і т. д.

Наголошуємо, що з трьох запропонованих нами способів аналізу задачі вчитель на уроці ознайомлення з новою задачею вибирає лише один і добре відпрацьовує його з класом на декількох аналогічних задачах. На наступних уроках роботи над складеними задачами учням можна рекомендувати інші способи їх аналізу.

Записувати розв'язок нової задачі та відповідь до неї треба згідно з тим зразком, який подається в підручнику. На наступних уроках

учням можна запропонувати також і нові способи запису розв'язку складених задач (за планом чи виразом).

Методика роботи, спрямована на закріплення та засвоєння вмінь працювати над складеними арифметичними задачами

Навчаючи дітей правильно мислити в процесі роботи над будь-якою задачею, слід пам'ятати про такий етап, як робота над змістом задачі.

Цей етап охоплює:

- а) дво- чи триразове читання задачі;
- б) ознайомлення учнів із незнайомими чи малознайомими термінами, які трапляються в задачі.

Від цього залежить якість проведення всіх наступних етапів роботи над задачею.

Наприклад, розглянемо такі задачі:

1. Уздовж дороги учні посадили 40 груш, 25 берізок, а яблунь – на 5 менше, ніж берізок. Скільки плодових дерев посадили учні?

Під час розв'язування задачі доцільно пояснити слово «плодові».

Плодові дерева – це дерева, з яких збирають урожай фруктів. Це груші, яблуні. Береза – неплодове дерево.

2. На зимовій Олімпіаді одна команда одержала 13 золотих і 11 срібних медалей, а інша команда – 12 золотих і 9 срібних медалей. Скільки всього медалей отримали обидві команди разом?

Доцільно пояснити слово «Олімпіада».

Олімпіада – спортивні змагання, що проводяться раз на чотири роки.

На наступному етапі роботи над задачею слід навчити учнів правильно читати текст задачі. Це робиться за зразком учителя. Наприклад:

Задача. Із першої грядки Катруся збрала 39 огірків, з другої – на 20 більше, ніж з першої, а з третьої – на 9 менше, ніж з другої. Скільки огірків збрала Катруся з третьої грядки?

Учитель читає задачу, наголошуючи на числові величини та на слова, які пов'язують їх, на запитання задачі. (З першої грядки – 39, з другої грядки – на 20 більше, з третьої – на 9 менше, ніж з другої. Скільки збрали з третьої?).

Розбір умови та короткий запис задачі

- Про що говориться в задачі? (Про огірки).
- Зі скількох грядок збирали огірки? (З трьох). – Пишемо.

- Скільки огірків зібрали з другої грядки? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- А що говориться про другу грядку? (З неї зібрали на 20 більше). – Пишемо.
- Відомо, скільки зібрали огірків із третьої грядки? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- А що говориться про це? (З третьої грядки зібрали на 9 менше, ніж з другої). Пишемо.

Задача запишеться коротко так:

I – 39 огірків ←
 II – ?, на 20 більше ←
 III – ?, на 9 менше ←

Аналіз задачі можна робити одним з описаних вище способів. Під час аналізу задачі результатів дій не обчислюють і чисел не називають. Кажуть лише дії з можливим обґрунтуванням їх результатів.

Аналіз задачі завжди починається з питання задачі.

Наведемо перший спосіб аналізу.

1. Що питається в задачі?
2. Чи можемо відразу дати відповідь на питання задачі? Чому?
3. Знаючи, скільки огірків зібрали з першої грядки, чи можемо знайти, скільки зібрали огірків з другої грядки? Чому? Якою дією?
4. Знайшовши, скільки зібрали з другої грядки, чи можна знайти скільки зібрали з третьої грядки? Чому? Якою дією?

Усний план розв'язання

1. Що знайдемо спочатку? Якою дією?
2. Що знайдемо потім? Якою дією?

Розв'язок можна запропонувати учням записати самостійно за одним із відомих їм способів запису розв'язку задачі.

Запишемо розв'язок із письмовим планом: перше запитання і одразу дія, друге запитання і дія і т. д.

Скільки огірків зібрали з другої грядки?

$$39 + 20 = 59 \text{ (огір.)}$$

Скільки огірків зібрали з третьої грядки?

$$59 - 9 = 50 \text{ (огір.)}$$

Задача вважається нерозв'язаною, якщо не дано відповіді на її питання.

Вчитель: Яке питання задачі? Як дати відповідь на питання задачі?

Усно дається повна відповідь, письмово – або повна, або коротка.

Відповідь: 50 огірків зібрали з третьої грядки.

Далі доцільно зробити перевірку правильності розв'язку задачі. Складемо другу задачу, обернену до даної, і розв'яжемо її. (На цьому етапі вчитель сам складає задачу, обернену до наведеної, і пропонує її учням).

Задача. З третьої грядки зібрали 50 огірків, із другої грядки – на 9 більше, ніж із третьої, а з першої – на 20 менше, ніж із другої. Скільки огірків зібрали з першої грядки?

1) $50 + 9 = 59$ (огір.) – з II грядки

2) $59 - 20 = 39$ (огір.) – з I грядки.

Відповідь: З першої грядки зібрали 39 огірків.

У відповіді дістали те число, яке було відоме в першій задачі. Отже, першу задачу розв'язано правильно.

За аналогічним планом можна працювати над подібними задачами, яких у підручниках математики є достатньо.

Проте перед початком роботи над будь-якою задачею учням слід давати таку настанову: над розв'язком задачі потрібно думати, оскільки прийоми знаходження відповіді невідомі, їх потрібно знайти. Тому учнів не слід «підганяти», вони повинні мати час на обміркування. Щоб виховувати інтерес до самостійного розв'язування задач, треба заохочувати учнів до знаходження раціональних способів розв'язування задач.

5.2. Методи й прийоми роботи над простими та складеними типовими задачами

До основних типових задач належать: а) задачі на знаходження четвертого пропорційного; б) на пропорційне ділення; в) на знаходження невідомого за двома різницями. Методика роботи над типовими задачами принципово не відрізняється від методики роботи над арифметичними задачами. Проте особливості змісту та структури типових задач потребують детального вивчення.

Першими типовими задачами в початковій школі є задачі на зв'язок між пропорційними величинами, розв'язування яких ґрунтується на знанні відповідних зв'язків між величинами. Ознайомлення з

величинами проводиться одночасно з розкриттям зв'язків між ними. Зв'язки формулюються у вигляді висновків.

При розв'язуванні задач на зв'язок між пропорційними величинами учні практично встановлюють зв'язок між значенням таких величин: швидкість, час і відстань; кількість предметів, ціна та вартість їх; маса одного предмета, кількість предметів, загальна маса; об'єм однієї посудини, кількість посудин, загальний об'єм; урожай з одиниці площі, площа, весь врожай.

Розглянемо детальніше методику навчання розв'язувати прості й окремі види типових задач на зв'язок між величинами.

Пропорційна залежність між двома змінними величинами є одним із видів функціональної залежності. Вона є в багатьох задачах із математики і потребує уваги до себе вже з початкових класів. У молодших школярів поступово розширюється уявлення про величини, зв'язані між собою певною залежністю: зі збільшенням однієї з них у кілька разів і друга збільшується в стільки ж разів (пряма пропорційна залежність); зі збільшенням однієї величини в кілька разів друга зменшується у стільки ж разів (обернена пропорційна залежність).

Розгляду типових задач на зв'язок між пропорційними величинами передують тривала робота над розв'язуванням простих задач на зв'язок між пропорційними величинами: ціна, кількість, вартість; швидкість, час, відстань; кількість, загальна маса, маса одного предмета. Розглянемо методику роботи над однією з типових задач.

Задача: Маса трьох цеглин 12 кг. Яка маса однієї цеглини?

Короткий запис умови задачі доцільно подавати у вигляді таблиці.

Розбір умови й короткий запис задачі

Бесіда

- Що означає число 3? (Кількість).
- Назвемо так першу колонку таблиці «Кількість цеглин».
- Що означає в задачі число 12? (Загальну масу цеглин). – Назвемо другу колонку таблиці «Загальна маса».
- Що питається в задачі? (Яка маса однієї цеглини?). – Назвемо третю колонку «Маса однієї цеглини».
- Скільки було цеглин? (3). – Запишу це число у колонку «Кількість».
- Яка загальна маса цеглин? (12 кг). – У яку колонку запишемо?
- Що питається в задачі? (Яка маса однієї цеглини?). – Де поставимо знак питання?

Отже, матимемо короткий запис задачі у вигляді таблиці.

Таблиця 5.1

Кількість	Загальна маса	Маса однієї цеглини
3	12 кг	?

Аналіз задачі

Бесіда

- Яке питання задачі? (Яка маса однієї цеглини?).
- Чи можемо ми відразу дати на нього відповідь? (Так).
- Якою дією? (Ділення). – Чому?
- Отже, як знайти масу однієї цеглини? (Потрібно загальну масу поділити на кількість цеглин).

Розв'язування задачі:

$$12 : 3 = 4 \text{ (кг)}$$

Відповідь: Маса однієї цеглини 4 кг.

Далі можна запропонувати для розв'язання такі задачі.

1. Маса однієї цеглини 4 кг. Взяли кілька цеглин масою 12 кг. Скільки взяли цегли?

2. Робітник приніс три цеглини. Маса однієї цеглини 4 кг. Яка маса трьох цеглин?

Аналізуючи ці задачі, вчитель питає, які величини в цій задачі відомі, а яку величину треба знайти.

Завершується аналіз постановкою запитання, якою дією можна знайти шукану величину.

Задача. Мама купила 2 чайники й заплатила 72 грн. Скільки коштує один чайник?

Розбір умови й короткий запис задачі

Бесіда

- Про які величини йдеться в задачі? (Кількість, ціна, вартість). – Назвемо так колонки.
- Скільки чайників купила мама? (2). – Пишемо.
- Яка вартість цих чайників? (72 грн). – Пишемо.
- Яка ціна чайника? (Невідомо). – Поставимо знак питання. Короткий запис задачі такий:

Таблиця 5.2

Кількість	Ціна	Вартість
2	?	72 грн

Аналіз задачі

- Яке питання задачі? (Скільки коштує один чайник?).

- Отже, яку величину нам треба знайти? (Ціну).
- Що треба знати, щоб дати відповідь на питання задачі? (Кількість і вартість).
- Чи відомі нам ці величини? (Так).
- Якою дією знайдемо ціну чайника? (Ділення). – Чому?

Розв'язування задачі:

$$72 : 2 = 36 \text{ (грн)}$$

Відповідь: 36 грн коштує один чайник.

Пояснення. Щоб знайти ціну чайників, слід вартість чайників поділити на їхню кількість.

Склавши і розв'язавши обернені задачі, можна зробити перевірку цієї задачі.

Аналогічно можна працювати над задачами на зв'язок між величинами швидкість, час, відстань.

1. За 2 години автобус проїхав 120 км, проїжджаючи щогодини однакову відстань. Скільки кілометрів автобус проїжджав за одну годину?

2. Лижник був у дорозі 3 години, рухаючись зі швидкістю 12 км/год. Яку відстань пройшов лижник?

3. Пасажир проїхав автобусом 180 км. Швидкість автобуса 60 км/год. Скільки часу їхав пасажир автобусом?

Розв'язавши ці задачі, учні разом з учителем устанавлюють такі правила:

- щоб знайти швидкість, треба відстань поділити на час;
- щоб знайти відстань, треба швидкість помножити на час;
- щоб знайти час, треба відстань поділити на швидкість.

Після розгляду простих задач на зв'язок між величинами можна переходити до розв'язування типових задач, зокрема до розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного.

Задачі на знаходження четвертого пропорційного

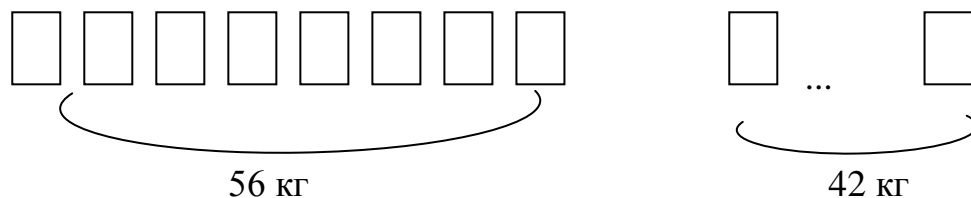
У кожній з таких задач ідеться про три величини, які пов'язані між собою прямою чи оберненою пропорційною залежністю. У задачній ситуації кожна з величин подана двома числовими значеннями – відомими чи шуканими. Всього шість задач. Для утворення задачі на знаходження четвертого пропорційного треба, щоб одна з величин мала сталі значення. У задачі це значення буде проміжним шуканим. З решти чотирьох значень – три відомі, а одне – шукане.

Короткий запис задач цієї групи має вигляд таблиці.

Наведемо приклади розв'язування задач такого типу.

Задача. 56 кг лимонів розклали порівну у 8 ящиків. Скільки потрібно таких ящиків, щоб розкласти 42 кг лимонів?

Для наочного зображення змісту цієї задачі можна використати такий малюнок:



Мал. 5.1

а) Розбір умови та короткий запис задачі (нижчий рівень).

Бесіда

- Що в задачі означає число 56? (Загальну масу лимонів). – Пишемо в таблицю «Загальна маса лимонів».
- Що в задачі означає число 8? (Кількість ящиків). – Пишемо в таблицю «Кількість ящиків».
- Що в задачі означають слова «таких ящиків»? (Маса кожного ящика однакова). – Пишемо в таблицю «Маса одного ящика».
- Отже, ми дали назву трьом колонкам таблиці. Заповнимо їх. Що відомо в задачі про загальну масу? (Першого разу було 56 кг, другого – 42 кг). – Пишемо.
- Що говориться про масу одного ящика? (Однакова). – Пишемо.
- Що відомо про кількість ящиків? (Першого разу було 8, другого – невідомо). – Пишемо.

Будемо мати такий короткий запис задачі:

Таблиця 5.3

Загальна маса лимонів	Маса одного ящика	Кількість ящиків
56 кг	Однакова	8
42 кг		?

б) Розбір умови (вищий рівень підготовки учнів).

Бесіда

Про які величини йдеться в задачі? (Загальну масу лимонів, масу одного ящика, кількість ящиків). – Назвемо так колонки таблиці.

- Яка загальна маса лимонів? (56 кг). – Пишемо.
- Яка кількість ящиків потрібна для 56 кг лимонів? (8). – Пишемо.
- Яку кількість лимонів ще треба розкласти? (42 кг). – Пишемо.

- Скільки для цього треба ящиків? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- Що говориться про масу одного ящика? (Вона однакова в обох випадках). – Пишемо.

Структурний аналіз задачі

Бесіда

- Що потрібно взяти в задачі? (Кількість ящиків).
- Що потрібно мати, щоб дати відповідь на питання задачі? (Масу одного ящика й загальну масу лимонів).
- Що маємо? (Загальну масу лимонів). Що треба знайти? (Масу одного ящика).
- Що для цього треба мати, щоб знайти масу одного ящика? (Загальну масу лимонів і кількість ящиків).
- Чи відомі ці величини? (Відомі для першого випадку).
- Якою дією знайдемо масу одного ящика? (Дією ділення).
- Якою дією знайдемо кількість ящиків? (Дією ділення).

Усний план розв'язування:

- Що знайдемо першою дією? Що знайдемо потім? Якою дією?

Розв'язування задачі запишемо діями з таким поясненням:

1) $56 : 8 = 7$ (кг) – маса одного ящика;

2) $42 : 7 = 6$ (кг) – кількість ящиків.

Відповідь: 6 ящиків потрібно для того, щоб розкласти 42 кг лимонів.

Перевірку задачі зробимо, склавши і розв'язавши задачу, обернену даній. Для цього запропонуємо учням такий короткий запис:

Таблиця 5.4

Загальна маса лимонів	Маса одного ящика	Кількість ящиків
56 кг	Однакова	8
? кг		6

$56 : 8 = 7$ (кг) – маса одного ящика.

$7 \cdot 6 = 42$ (кг) – маса лимонів.

Відповідь: У 6 ящиків можна розкласти 42 кг лимонів.

Одержали те, що було відомо в першій задачі. Отже, перша задача розв'язана правильно.

Розв'язавши пряму задачу, учні з допомогою вчителя роблять висновки:

1. Щоб знайти загальну масу однакових предметів, потрібно масу одного предмета помножити на кількість предметів.

2. Щоб знайти масу одного предмета, потрібно загальну масу поділити на кількість предметів.

3. Щоб знайти загальну кількість предметів, загальну масу потрібно поділити на масу одного предмета.

Розглянемо ще роботу над задачею на залежність між ціною, кількістю та вартістю товару.

Задача: За 30 грн купили 5 однакових іграшок. Скільки таких іграшок можна купити за 18 грн?

У цій задачі змінюється вартість товару та кількість іграшок, а ціна постійна.

Подамо розбір умови задачі для учнів класу з вищим рівнем підготовки.

Розбір умови та короткий запис задачі

Бесіда

- Про які величини йдеться в задачі? (Ціну, кількість іграшок, вартість товару). – Назвемо так колонки. Пишемо.
- Яка вартість іграшок? (30 грн). – Пишемо.
- Яку кількість іграшок купили за 30 грн? (5). – Пишемо.
- Про яку вартість товару ще говориться в задачі? (18 грн). – Пишемо.
- Скільки іграшок можна за це купити? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- Що говориться в задачі про ціну іграшок? (Вона однакова). – Пишемо.

Таблиця 5.5

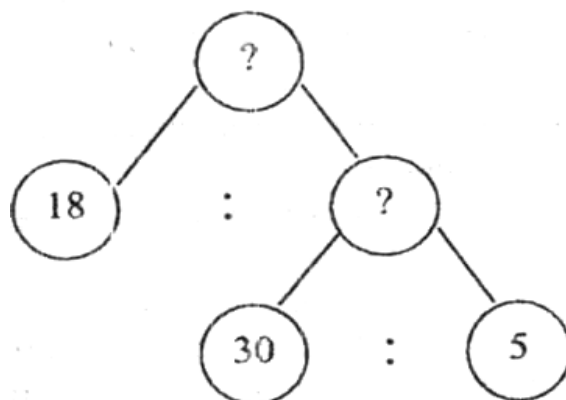
Ціна	Кількість	Вартість товару
Однакова	5	30 грн
	?	18 грн

Структурний аналіз задачі

Бесіда

- Що потрібно взнати в задачі? (Кількість іграшок).
- Що потрібно мати, щоб дати відповідь на питання задачі? (Ціну іграшки і вартість товару).
- Що відомо? (Вартість товару).
- Що треба знайти? (Ціну іграшки).
- Що для цього треба мати, щоб знайти ціну? (Вартість і кількість іграшок).
- Чи відомі ці величини? (Відомі для першого випадку).

- Якою дією знайдемо ціну однієї іграшки? (Дією ділення).
 - Якою дією знайдемо кількість іграшок? (Дією ділення).
- Для цього способу аналізу можна запропонувати таку схему:



Мал. 5.2

Усний план розв'язування:

- Що знайдемо спочатку? Якою дією?
- Що знайдемо потім? Якою дією?

Розв'язування задачі запишемо за письмовим планом: питання і дія. Яка ціна іграшки?

$$30 : 5 = 6 \text{ (грн)}$$

Скільки іграшок можна купити за 18 грн?

$$18 : 6 = 3 \text{ (іг.)}$$

Відповідь: За 18 грн можна купити 3 іграшки.

Розв'язок задачі можна подати ще й виразом: $18 : (30 : 5)$.

До цієї задачі можна скласти три взаємообернені задачі, розв'язавши одну з яких, зробимо перевірку розв'язку прямої задачі.

Таблиця 5.6

Ціна	Кількість іграшок	Вартість товару
Однакова	?	30 грн
Однакова	3	18 грн
Однакова	5	30 грн
Однакова	3	?
Однакова	5	?
Однакова	3	18 грн

У двох останніх задачах треба знайти частку, яка відображає ціну, і помножити її на кількість іграшок:

$$(30 : 5) \cdot 3 \text{ та } (18 : 3) \cdot 5.$$

У кожній з трьох задач знайдемо те, що відомо в першій задачі. Отже, вона розв'язана правильно.

Розв'язавши задачу, учні роблять висновки:

1. Щоб знайти вартість, треба кількість помножити на ціну.
2. Щоб знайти ціну, треба вартість товару поділити на кількість предметів.
3. Щоб знайти кількість предметів, треба вартість товару поділити на ціну.

Так само можна працювати над такими задачами:

1. У 4 ящиках 24 кг печива. Скільки печива в 7 таких ящиках?
2. У 6 коробках 24 іграшки. Скільки іграшок у 8 таких коробках?
3. За 9 однакових стержнів заплатили 72 грн. Скільки таких стержнів можна купити за 48 грн?

Отже, виділимо уміння, які повинні мати учні, розв'язуючи задачі на знаходження четвертого пропорційного:

- при розборі умови задачі, необхідно виділити сталу величину; скласти короткий запис задачі у формі таблиці;
- під час проведення пошуку розв'язання задачі усвідомити, що для відповіді на запитання задачі треба знайти значення сталої величини за даними числовими значеннями двох інших величин, які зв'язані з нею.

Задачі на пропорційне ділення

Другою групою типових задач, що вивчаються в початковій школі, є задачі на пропорційне ділення. Розглянемо методику роботи над ними. У задачах на пропорційне ділення сталу величину ми знаходимо за загальними значеннями двох інших величин, причому загальне значення однієї величини вже дано за умовою задачі, а загальне значення другої величини слід знайти за даними значеннями кожного з випадків, про які йдеться в задачі.

Наведемо приклад міркування для пошуку розв'язку задачі такого типу.

Задача: На підводу поклали 4 мішки жита і 3 мішки пшениці, в кожному зерна порівну. Усього зерна 560 кг. Скільки кілограмів жита і скільки кілограмів пшениці поклали на підводу?

Вчитель читає задачу, наголошуючи на основних словах і числових даних.

- а) Розбір умови та короткий запис задачі (нижчий рівень).

Бесіда

- Що означає в задачі число 4? (Кількість мішків).
- Назвемо так колонку в таблиці. Пишемо.

- Що означає слово «порівну»? (Маса кожного мішка однакова).
- Назвемо так другу колонку. Пишемо.
- Якщо маємо в таблиці кількість мішків і масу одного мішка, то як назвемо третю колонку? (Загальна маса). – Пишемо.
- Про що говориться в умові задачі? (Про жито і пшеницю). – Пишемо збоку.
- Скільки мішків жита поклали на підводу? (4). – Пишемо.
- Скільки мішків пшениці поклали на підводу? (3). – Пишемо.
- Що говориться про масу одного мішка? (Вона однакова). – Пишемо.
- Чи відомо, скільки кілограмів жита поклали на підводу? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- Чи відомо, скільки кілограмів пшениці поклали на підводу? (Невідомо). – Поставимо знак запитання.
- А що ще відомо в задачі? (Усього зерна 560 кг). – Пишемо.

Короткий запис задачі такий:

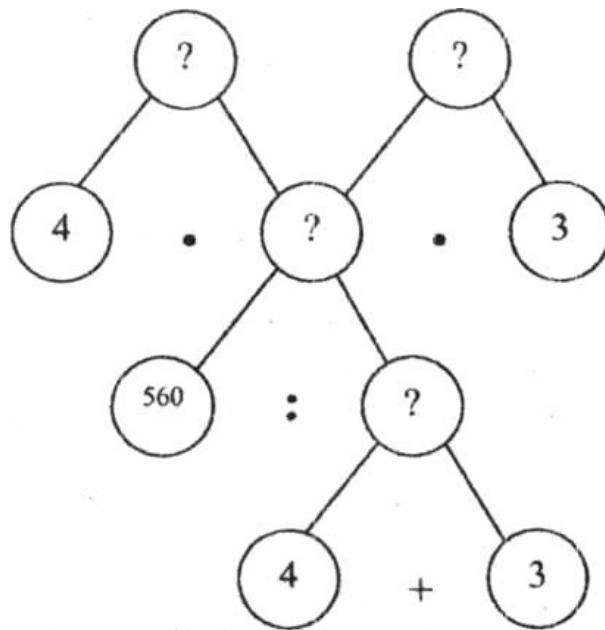
Таблиця 5.7

	Кількість мішків	Маса одного мішка	Загальна маса
Жито	4	Однакова	?
Пшениця	3		?

б) Розбір умови та короткий запис задачі (вищий рівень).

- Про які величини йдеться в задачі? (Кількість мішків, масу одного мішка, загальну масу). – Назвемо так колонки. Пишемо.
- Про яке зерно говориться в задачі? (Жито і пшеницю). – Пишемо збоку.
- Яка кількість мішків жита? (4). – Пишемо.
- Яка кількість мішків пшениці? (3). – Пишемо.
- Яка маса одного мішка? (Однакова). – Пишемо.
- Яка загальна маса жита? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- Яка загальна маса пшениці? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- А що ще відомо в задачі? (Загальну масу всього зерна). Як це позначити схематично? (Фігурною дужкою).
- Яка загальна маса всього зерна? (560 кг). – Пишемо.

Аналіз задачі (структурний). Міркування учнів будемо проводити за такою схемою (мал. 5.3).



Мал. 5.3

Бесіда

- Про що питається в задачі? (Скільки кілограмів жита і скільки кілограмів пшениці поклали на підводу?) Розділимо це питання на два, і спочатку знайдемо скільки кілограмів жита поклали на підводу.
- Що потрібно знати, щоб дати відповідь на це питання? (Кількість мішків і масу одного мішка).
- Що маємо, а що треба знайти? (Маємо кількість мішків, треба знайти масу одного мішка).
- Що потрібно знати, щоб знайти масу одного мішка? (Загальну масу усього зерна і кількість усіх мішків).
- Що відомо? (Загальна маса усього зерна). Що треба знайти? (Загальну кількість мішків).
- Що нам відомо про кількість мішків? (Відома кількість мішків жита і кількість мішків пшениці).
- Якою дією знайдемо загальну кількість мішків? (Дією додавання).
- Як можна знайти масу одного мішка? (Загальну масу зерна поділити на кількість мішків).
- А тепер можемо дати відповідь на питання задачі: скільки кілограмів жита поклали на підводу? Якою дією? (Дією множення).
- За допомогою якої дії знайдемо, скільки кілограмів пшениці поклали на підводу? (Дії множення).

Складемо план розв'язування задачі:

- 1) Скільки було всіх мішків із зерном?
- 2) Яка маса одного мішка?
- 3) Скільки кілограмів жита поклали на підводу?
- 4) Скільки кілограмів пшениці поклали на підводу?

Розв'язання запишемо діями з таким поясненням:

$$4 + 3 = 7 \text{ (шт.)} - \text{кількість мішків}$$

$$560 : 7 = 80 \text{ (кг)} - \text{маса одного мішка}$$

$$80 \cdot 4 = 320 \text{ (кг)} - \text{жита}$$

$$80 \cdot 3 = 240 \text{ (кг)} - \text{пшениці.}$$

Відповідь: 320 кг жита і 240 кг пшениці поклали на підводу.

Перевірку задачі можна здійснити, додавши 320 кг і 240 кг. Отримуємо 560 кг. Це те, що було відомо в задачі.

Можна зробити перевірку, розв'язавши задачу другим способом, а саме:

$$4 + 3 = 7 \text{ (шт.)} - \text{кількість мішків жита}$$

$$560 : 7 = 80 \text{ (кг)} - \text{маса одного мішка}$$

$$80 \cdot 4 = 320 \text{ (кг)} - \text{загальна маса жита}$$

$$560 - 320 = 240 \text{ (кг)} - \text{загальна маса пшениці.}$$

Відповідь: 320 кг жита, 240 кг пшениці.

Відповіді однакові. Отже, задачу розв'язано правильно.

Так само можна працювати над такими задачами:

1. На базу завезли 2 вагони бурого вугілля та 4 вагони антрациту, у кожному вагоні порівну. Усього завезли 96 т вугілля. Скільки завезли бурого вугілля і скільки антрациту?

2. Склади задачу за коротким записом і розв'яжи її.

Таблиця 5.8

	Кількість ящиків	Маса одного ящика	Загальна маса
Перший магазин	? } 8	Однакова	60 кг
Другий магазин	? }		36 кг

Отже, уміння розв'язувати задачі на пропорційне ділення чисел такі:

- при розборі умови задачі необхідно виділити сталу величину;
- скласти короткий запис задачі у формі таблиці;
- під час проведення пошуку розв'язання задачі усвідомити, що сталу величину ми знаходимо за загальними значеннями двох

інших величин, причому загальне значення однієї величини вже дано в умові задачі, а загальне значення другої величини слід знайти за даними значеннями кожного з випадків, про які йдеться в задачі;

- розв’язання перевірити, встановлюючи відповідність між числами, знайденими у відповіді, і даними: треба додати числа, знайдені у відповіді й дістати число, задане в задачі.

Задачі на знаходження невідомого за двома різницями

Якщо в кожній з розглянутих вище задач на пропорційне ділення замінити суму двох значень вартості їх різницею, суму двох кількостей їх різницею, можна одержати відповідно чотири групи задач на зв’язок між пропорційними величинами, в яких одна з даних буде різницею двох значень однієї з вказаних вище величин. Ці задачі називаються задачами на знаходження невідомого за двома різницями.

Розглянемо методику роботи над такими задачами.

Задача: Перший покупець купив 5 м тканини, а другий – 3 м такої самої тканини. Перший покупець заплатив за покупку на 18 грн більше, ніж другий. Скільки грошей заплатив перший покупець?

Вчитель читає задачу, наголошуючи на основні слова й числові величини.

а) Розбір умови та короткий запис задачі (нижчий рівень).

Бесіда

- Що означає в задачі число 5? (Кількість тканини). – Назвемо першу колонку таблиці «Кількість тканини». Пишемо.
- Що означають слова «такої самої»? (Ціна тканини). – Назвемо другу колонку таблиці «Ціна». Пишемо.
- Як назвемо третю колонку? (Вартість покупки). – Пишемо.
- Скільки було покупців? (Двоє). – Пишемо збоку.
- Скільки тканини купив перший покупець? (5 м). – Пишемо.
- Скільки тканини купив другий покупець? (3 м). – Пишемо.
- Яка ціна тканини? (Однакова). – Пишемо.
- Яка вартість покупки першого покупця? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- Яка вартість покупки другого покупця? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- А про що ще говориться в задачі? (Перший покупець заплатив на 18 грн більше, ніж другий). – Де запишемо? Чому?

Короткий запис задачі буде такий:

Таблиця 5.9

	Кількість тканини	Ціна	Вартість покупки
I покупець	5 м	Однакова	?, на 18 грн більше
II покупець	3 м		?

б) Якщо учні мають вищий рівень підготовки, то розбір умови задачі проводимо так.

Бесіда

- Про які величини йдеться в задачі? (Кількість тканини, ціна, вартість покупки). – Назвемо так колонки таблиці. Пишемо.
- Скільки було покупців? (Двоє). – Пишемо збоку.
- Яку кількість тканини купив перший покупець? (5 м). – Пишемо.
- Яку кількість тканини купив другий покупець? (3 м). – Пишемо.
- Що відомо в задачі про ціну тканини? (Вона однакова). – Пишемо.
- Яка вартість покупки першого покупця? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- Яка вартість покупки другого покупця? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- А що ще відомо в задачі? (Перший покупець заплатив на 18 грн більше, ніж другий). – Пишемо.

Короткий запис задачі буде такий самий.

Аналіз задачі (структурний)

Бесіда

- Що питається в задачі? (Скільки грошей заплатив перший покупець?).
- Що треба мати, щоб дати відповідь на питання задачі? (Кількість тканини і ціну).
- Що з цього відомо, а що треба знайти? (Відомо кількість тканини, а треба знайти ціну).
- Що потрібно знати, щоб знайти ціну? (Кількість і вартість).
- Що говориться в задачі про вартість тканини? (Перший покупець заплатив на 18 грн більше).
- Чи можемо взнати, на скільки тканини більше купив перший покупець, ніж другий? (Можемо).
- Якою дією? (Віднімання).
- Якою дією знайдемо ціну тканини? (Дією ділення).
- Як знайдемо вартість покупки другого покупця? (Дією ділення).

- Як знайдемо вартість покупки першого покупця? (Дією додавання).
- Чому? (На 18 грн більше означає додати).

План розв'язування:

1) На скільки метрів тканини більше купив перший покупець, ніж другий?

2) Яка ціна тканини?

3) Скільки грошей заплатив другий покупець?

4) Скільки грошей заплатив перший покупець?

Розв'язання задачі запишемо діями з таким поясненням:

1) $5 - 3 = 2$ (м) – на 2 м тканини більше купив перший покупець.

2) $18 : 2 = 9$ (грн) – ціна тканини.

3) $9 \cdot 3 = 27$ (грн) – заплатив другий покупець.

4) $27 + 18 = 45$ (грн) – заплатив перший покупець.

Відповідь: 45 грн заплатив перший покупець.

Перевірку задачі можна здійснити, розв'язавши задачу, обернену до цієї, або розв'язавши задачу другим способом. Розв'яжемо задачу другим способом.

1) $5 - 3 = 2$ (м) – на 2 м тканини більше купив перший покупець.

2) $18 : 2 = 9$ (грн) – ціна тканини.

3) $9 \cdot 3 = 27$ (грн) – заплатив другий покупець.

4) $9 \cdot 5 = 45$ (грн) – заплатив перший покупець.

Відповідь: 45 грн заплатив перший покупець.

Відповіді в обох способах однакові, отже перша задача розв'язана правильно.

Докладно аналізувати всі задачі недоцільно.

Однак важливо до кожної дібрати 2–3 запитання, відповіді на які дадуть змогу класоводу визначити, чи усвідомили учні суттєві зв'язки між даними і шуканою величинами, і, якщо потрібно, відповідно скорегувати роботу.

Так само можна працювати над такими задачами.

1. Господарство відправило до міста першого дня 4 машини з капустою, а наступного – 7 таких самих машин. Наступного дня відправлено на 9 тонн капусти більше, ніж першого. Скільки тонн капусти відправлено наступного дня?

2. Один вертоліт пролетів 480 км, а другий – 800 км. Перший вертоліт був у польоті на 2 години менше. Скільки годин був у польоті кожен вертоліт, якщо їх швидкість однакова?

Отже, уміння розв'язувати задачі на знаходження невідомого за двома різницями такі:

- при розборі умови задачі виділити однакову величину;
- скласти короткий запис задачі у формі таблиці;
- під час проведення пошуку розв'язання задачі виявити, яка з даних величин задана різницею двох значень однієї з указаних величин. Потрібно знайти кожне значення, розв'язання перевірити, розв'язавши задачу другим способом.

Методика розв'язування задач із типовим конкретним сюжетом

До задач із типовим конкретним сюжетом належать:

- 1) задачі на рух;
- 2) задачі з геометричним змістом;
- 3) задачі на час.

Успіх у формуванні вмінь розв'язувати ці задачі залежить від ґрунтовного опрацювання таких понять, які визначають специфіку задач (міру часу, поняття швидкості, поняття периметра і площі прямокутника), а також від достатньої уваги до практичних видів роботи, пов'язаних із використанням заданих понять, доцільних засобів унаочнення.

Задачі на рух

Основні групи задач на рух такі:

- задачі на одночасний зустрічний рух;
- задачі на одночасний рух у протилежних напрямках.

Кожна з цих задач має три види:

I вид – дано швидкість кожного тіла і час руху, шукане – відстань.

II вид – дано час руху, відстань, яку подолали разом обидва тіла і швидкість одного з тіл, шукане – відстань другого тіла.

III вид – дано швидкість кожного з тіл і відстань, шукане – час руху.

Короткий запис умови задач на рух схематичний: стрілочка означає не тільки напрям руху, а й швидкість; місце зустрічі позначають прапорцем; відстань – відрізком.

Задачі на одночасний зустрічний рух

Учні тоді успішно справляються із задачами на одночасний зустрічний рух, коли усвідомлять, що:

- при одночасному зустрічному русі тіла обов'язково зустрінуться; до зустрічі вони будуть в дорозі однаковий час;

- уся відстань, яку вони пройшли, дорівнює сумі відстаней першого і другого тіл;
- за одиницю часу тіла зближаються на відстань, що дорівнює чисельно сумі їх швидкостей.

Як учитель може домогтися такого усвідомлення учнями математичного змісту цих задач, ми покажемо на розгляді конкретних задач, узятих із підручника математики.

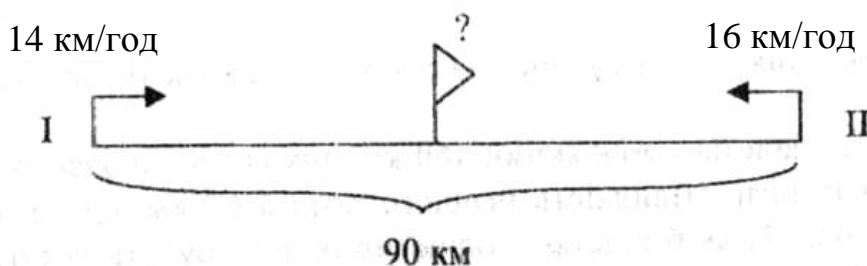
Задача. З двох населених пунктів, відстань між якими 90 км, виїхали одночасно назустріч один одному два велосипедисти. Перший із них рухався зі швидкістю 14 км/год, а другий – 16 км/год. Через скільки годин велосипедисти зустрінуться?

Читаючи задачу, вчитель наголошує основні слова й числові значення.

Розбір умови та короткий запис задачі

- Про кого говориться в задачі? (Про двох велосипедистів).
- Звідки вони рухалися? (З двох населених пунктів). – Позначимо відстань між ними відрізком.
- Яка відстань між населеними пунктами? (90 км).
- Як це позначити схематично? (Фігурною дужкою). – Позначимо.
- Як рухалися велосипедисти? (Назустріч один одному). – Позначимо стрілками.
- Яка швидкість першого велосипедиста? (14 км/год). – Пишемо.
- Яка швидкість другого велосипедиста? (16 км /год). – Пишемо.
- Вони зустрінуться? (Так). – Місце зустрічі позначимо прапорцем.
- Через скільки годин вони зустрінуться? (Невідомо). – Поставимо знак питання.

Умова задачі, записана у вигляді малюнка-схеми, матиме такий вигляд:



Мал. 5.4

Аналіз задачі (від питання до умови)

- Яке питання задачі? (Через скільки годин зустрінуться велосипедисти?).

- Чи можна відразу дати відповідь? (Не можна).
- Що для цього треба знати? (Відстань між населеними пунктами і швидкість зближення).
- Що відомо, а що треба взнати? (Відома відстань між населеними пунктами, треба знайти швидкість зближення).
- Чи можемо ми це взнати? Якою дією? (Дією додавання: додати швидкості обох велосипедистів).
- Знаючи відстань між населеними пунктами і швидкість зближення, якою дією знайдемо через скільки годин зустрінуться велосипедисти? (Дією ділення).

Усний план розв'язування:

- Що знайдемо спочатку? Якою дією?
- Що знайдемо потім? Якою дією?

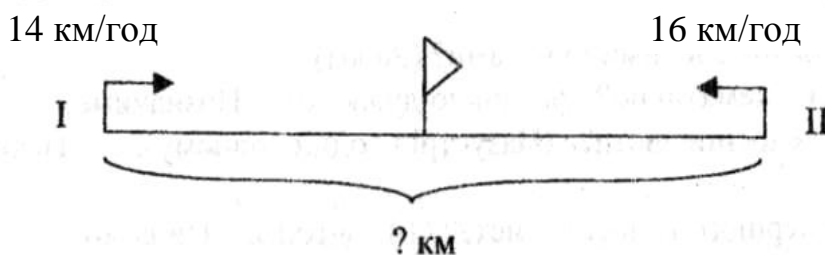
Розв'язування задачі за планом:

- На скільки кілометрів зближаються велосипедисти за 1 год?
 $14 + 16 = 30$ (км/год).
- Через скільки годин велосипедисти зустрінуться?
 $90 : 30 = 3$ (год).

Відповідь: Велосипедисти зустрінуться через 3 год.

Далі вчитель повідомляє, щоб перевірити розв'язок цієї задачі, можна скласти й розв'язати задачу, обернену до неї.

Задача. З двох населених пунктів виїхали назустріч один одному два велосипедисти. Перший рухався зі швидкістю 14 км/год, другий – 16 км/год. Зустрілися вони через 3 год. Яка відстань між населеними пунктами?



Мал. 5.5

$$14 + 16 = 30 \text{ (км/год)}$$

$$30 \cdot 3 = 90 \text{ (км)}$$

Відповідь: Відстань між населеними пунктами 90 км.

Одержали те, що відомо в першій задачі. Отже, перша задача розв'язана правильно.

Наведемо методику роботи ще над однією задачею на одночасний зустрічний рух.

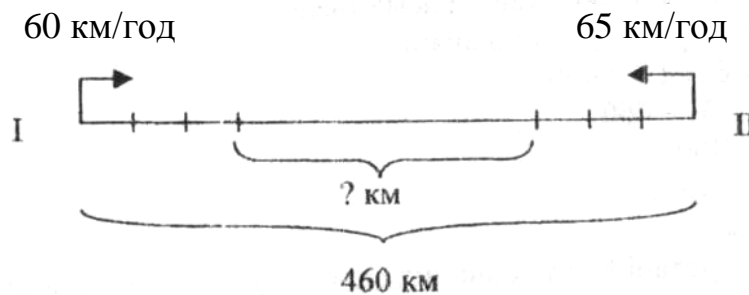
Задача. З двох міст, відстань між якими 460 км, виходять одночасно назустріч один одному два потяги. Швидкість першого потяга 60 км/год, а швидкість другого – 65 км/год. На якій відстані один від одного будуть потяги через 3 години після виходу?

Розбір умови та короткий запис задачі

Бесіда

- Про що говориться в задачі? (Про два потяги).
- Як вони рухалися? (З двох міст назустріч один одному). – Позначимо схематично відстань між містами відрізком, а напрям руху – стрілочками.
- Яка відстань між містами? (460 км). – Пишемо.
- Яка швидкість першого потяга? (60 км/год). – Пишемо.
- Яка швидкість другого потяга? (65 км/год). – Пишемо.
- Скільки часу потяги були в дорозі? (3 год). – Зобразимо це на схемі відрізками.
- Відстань, яка залишилася між потягами відома? (Ні). – Поставимо знак питання.

Малюнок-схема короткого запису задачі буде така:



Мал. 5.6

Аналіз задачі (від питання до умови)

Бесіда

- Яке питання задачі? (На якій відстані один від одного будуть потяги через 3 години?).
- Чи можемо відразу дати відповідь на питання задачі? (Не можемо).
- Що для цього потрібно мати? (Відстань, яку пройшов перший потяг за 3 години, і відстань, яку пройшов другий потяг за цей час, а також відстань між містами).
- Що з цього нам відомо? (Відстань між містами).

- Що з цього нам не відомо? (Не відомі відстані, які пройшли окремо перший і другий потяги).
- Як можна знайти відстань, яку пройшов перший потяг? (Його швидкість помножити на час).
- Якою дією знайдемо відстань, яку пройшов другий потяг? (Дією множення).
- Знаючи відстань, яку пройшли два потяги окремо за три години, що можна знайти? (Відстань, яку вони пройшли разом за три години). Якою дією? (Додавання).
- Чи можемо вже дати відповідь на питання задачі? (Можемо). Якою дією? (Дією віднімання: від відстані між містами віднімемо відстань, яку пройшли потяги за 3 години).

Розв'язання задачі запишемо за письмовим планом:

Яку відстань пройшов перший потяг за 3 години?

$$60 \cdot 3 = 180 \text{ (км)}$$

Яку відстань пройшов другий потяг за 3 години?

$$65 \cdot 3 = 195 \text{ (км)}$$

Яку відстань пройшли два потяги разом за 3 години?

$$180 + 195 = 375 \text{ (км)}$$

На якій відстані будуть потяги один від одного через 3 години?

$$460 - 375 = 85 \text{ (км)}$$

Відповідь: Потяги будуть один від одного через 3 години на відстані 85 км.

Перевірку розв'язання задачі можна здійснити, розв'язавши цю задачу іншим способом.

Другий спосіб

$(60 + 65)$ – відстань, яку пройшли обидва потяги за 1 годину;

$(60 + 65) \cdot 3$ – відстань, пройдена потягами за 3 години;

$X + (60 + 65) \cdot 3$ – відстань між містами.

Складаємо і розв'язуємо рівняння :

$$X + (60 + 65) \cdot 3 = 460$$

$$X + (125 \cdot 3) = 460$$

$$X + 375 = 460$$

$$X = 460 - 375$$

$$X = 85 \text{ (км)}$$

Відповідь: Потяги через три години будуть один від одного на відстані 85 км.

Відповіді до задачі однакові в обох випадках. Отже, задача розв'язана правильно.

Для закріплення вміння працювати над задачами цієї групи використаємо задачі з підручника:

1. Два потяги вийшли одночасно назустріч один одному. Перший потяг рухався зі швидкістю 72 км/год, а другий – 68 км/год. Другий потяг до зустрічі пройшов 408 км. Яку відстань до зустрічі пройшов перший потяг?

2. Із двох сіл, відстань між якими 34 км, вийшли одночасно назустріч один одному пішохід і лижник. Пішохід ішов зі швидкістю 5 км/год, а лижник – 12 км/год. Через скільки годин вони зустрінуться?

3. З двох аеродромів, відстань між якими 2560 км, вилетіли одночасно назустріч один одному два літаки і зустрілися через 2 години. Перший літак летів зі швидкістю 620 км/год. Знайти швидкість другого літака.

Розв'язування цих задач ґрунтується на таких їх особливостях:

- знанні залежності між швидкістю, часом і відстанню;
- при одночасному зустрічному русі тіла обов'язково зустрінуться;
- до зустрічі вони будуть в дорозі однаковий час;
- уся відстань, яку вони пройшли, дорівнює сумі відстаней першого та другого тіл;
- за одиницю часу тіла зближаються на відстань, що дорівнює чисельно сумі їх швидкостей.

Задачі на одночасний рух у протилежних напрямках

Розв'язуючи задачі на рух у протилежних напрямках, учні мають зрозуміти, що:

- тіла вийшли з однієї точки одночасно;
- вони можуть бути в дорозі різний час;
- тіла віддаляються одне від одного за одиницю часу на відстань, яка дорівнює сумі їхніх швидкостей;
- відстань між тілами дорівнює сумі відстаней, пройдених кожним із них.

Розглянемо методику роботи над задачами цієї групи.

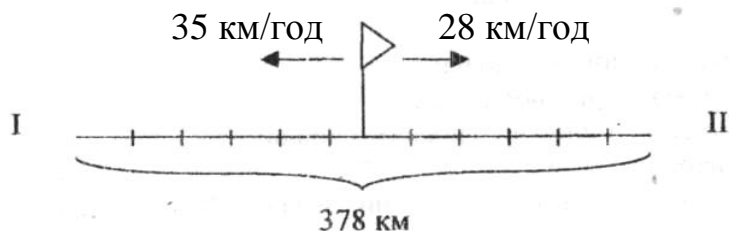
Задача. З пристані одночасно в протилежних напрямках вийшли два моторні човни. Через 6 годин відстань між ними була 378 км. Знайти швидкість другого човна, якщо швидкість першого – 35 км/год?

Розбір умови та короткий запис задачі

Бесіда

- Про що йдеться в задачі? (Про два моторні човни).

- Як вони рухалися? (З пристані одночасно в протилежних напрямках).
- Позначимо пристань прапорцем, а відстань – відрізками, напрям руху позначимо стрілочками, які одночасно будуть швидкостями човнів.
- Скільки часу вони були в дорозі? (6 год). – Позначимо, розбивши відстань, яку пройшов кожен човен, на 6 відрізків.
- Яка відстань була між ними? (378 км). – Пишемо, позначивши відстань фігурною дужкою.
- Яка швидкість першого човна? (35 км/год). – Пишемо.
- Яка швидкість другого човна? (Невідомо). – Поставимо знак питання.



Мал. 5.7

Аналіз задачі (від умови до питання)

Бесіда

- Яке питання задачі? (Яка швидкість другого човна?)
- Чи можемо відразу дати на нього відповідь? (Не можемо).
- Що відомо про перший човен? (Швидкість і час).
- Що можемо знайти? (Відстань, яку пройшов перший човен).
- Якою дією? (Множення).
- Що відомо про рух другого човна? (Час).
- Що потрібно знайти? (Швидкість).
- Що потрібно мати, крім часу, щоб знайти швидкість? (Відстань).
- Знаючи загальну відстань і відстань, яку пройшов перший човен, якою дією знайдемо відстань, що її пройшов другий човен? (Дією віднімання).
- Як знайдемо швидкість другого човна? (Дією ділення: відстань поділимо на час).

Усний план розв'язування:

- Що знайдемо спочатку? Якою дією?
- Якою дією знайдемо відстань, що її пройшов перший човен? Що знайдемо потім? Якою дією?

Розв'язування задачі запишемо за письмовим планом: питання і відразу дія:

1. Яку відстань пройшов перший човен?

$$35 \cdot 6 = 210 \text{ (км)}$$

2. Яку відстань пройшов другий човен?

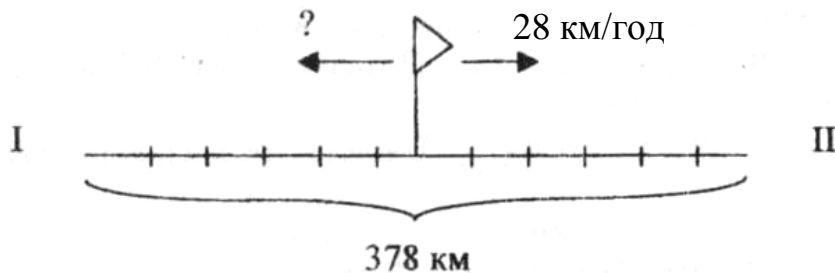
$$378 - 210 = 168 \text{ (км)}$$

3. Яка швидкість другого човна?

$$168 : 6 = 28 \text{ (км/год)}$$

Відповідь: Швидкість другого човна 28 км/год.

Перевірку зробимо, розв'язавши обернену задачу:



Мал. 5.8

Розв'язування:

1) $28 \cdot 6 = 168$ (км) – пройшов II човен

2) $378 - 168 = 210$ (км) – прийшов I човен

3) $210 : 6 = 35$ (км/год) – швидкість першого човна

Відповідь: Швидкість першого човна 35 км/год.

Одержали те, що було відомо в першій задачі. Отже, перша задача розв'язана правильно.

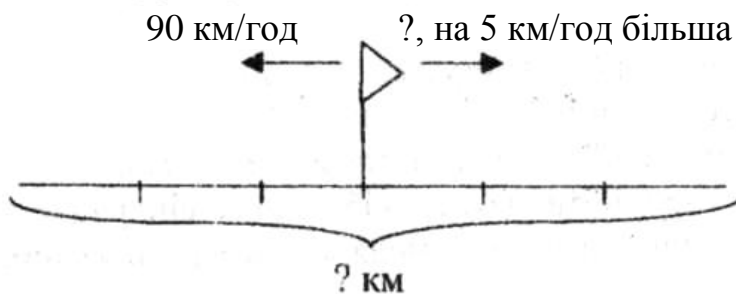
Задача. Два електропотяги одночасно відійшли від станції у протилежних напрямках. Швидкість першого потяга 90 км/год, другого – на 5 км/год більша. Яка відстань між потягами буде через три години?

Розбір умови та короткий запис задачі

Бесіда

- Про що йдеться в задачі? (Про два електропотяги).
- Як вони рухалися? (Від станції у протилежних напрямках).
- Позначимо станцію прапорцем, а напрям руху стрілочками.
- Скільки часу вони були в дорозі? (3 години). – Позначимо, розбивши відстань, яку вони пройшли, на 3 відрізки.
- Яка швидкість першого електропотяга? (90 км/год). – Пишемо.
- Яка швидкість другого електропотяга? (Невідомо). – Поставимо знак питання.
- А що про це говориться в задачі? (Вона на 5 км/год більша). – Пишемо.

- Яка відстань між потягом? (Невідомо). – Поставимо знак питання.



Мал. 5.9

Аналіз задачі (від питання до умови)

Бесіда

- Яке питання задачі? (Яка відстань між потягами через три години?).
- Чи можемо відразу дати відповідь на нього? (Ні, не можемо).
- Що потрібно знати, щоб дати відповідь на питання задачі? (Відстань, яку пройшов перший електропотяг за 3 години, і відстань, яку пройшов другий електропотяг за 3 години).
- Що потрібно мати, щоб знайти відстань? (Швидкість і час).
- Чи відомі ці величини для першого електропотяга? (Відомі).
- Якою дією знайдемо відстань, що її пройшов перший електропотяг за 3 години? (Дією множення).
- Чи відомі ці величини для другого електропотяга? (Час відомий, а швидкість – ні).
- Якою дією можна знайти швидкість другого електропотяга? (Дією додавання). – Міркуємо: на 5 км/год більше означає додати.
- Як знайдемо відстань, яку пройшов другий електропотяг за 3 години? (Дією множення: швидкість помножимо на час).
- Якою дією знайдемо відстань, яка буде між електропотягами? (Дією додавання).

Усний план розв'язування:

- Що знайдемо спочатку? Якою дією? Що знайдемо потім? Якою дією?
- Як знайдемо відстань, яку пройшов II електропотяг за 3 год?
- Якою дією знайдемо відстань між електропотягами?

Розв'язання запишемо за діями з наступним поясненням.

$90 \cdot 3 = 270$ (км) – пройшов I електропотяг за 3 год.

$90 + 5 = 95$ (км/год) – швидкість другого електропотяга.

$95 \cdot 3 = 285$ (км) – пройшов II електропотяг за 3 год.

$270 + 285 = 555$ (км) – відстань між електропотягами.

Відповідь: Відстань між електропотягами через 3 год – 555 км.

Перевірку задачі можна зробити, розв'язавши задачу іншим способом. При цьому використовують такі міркування. Електропотяги виходять з однієї станції в протилежних напрямках, тому за кожну годину вони віддалятимуться на суму відстаней, яку проходять обидва за одну годину.

Розв'язування (другий спосіб):

1) $90 + 5 = 95$ (км/год) – швидкість другого потяга.

2) $90 + 95 = 185$ (км) – віддалятимуться за годину.

3) $185 \cdot 3 = 555$ (км) – відстань між ними.

Відповідь: 555 км – відстань між електропотягами через 3 год.

Хоч дітям важче сприйняти цей спосіб, однак він раціональніший, ніж перший (виконується менше дій), і учні після кількох розв'язаних задач цілком його опановують.

Наведемо інші задачі на одночасний рух у протилежних напрямках, що є в підручниках. Робота над ними проводиться так само.

1. Із двох населених пунктів одночасно в протилежних напрямках виїхали гусеничний і колісний трактори. Швидкість колісного трактора 30 км/год, а гусеничного – на 20 км/год менша. Через скільки годин відстань між тракторами буде 120 км?

2. Двоє велосипедистів виїхали із села одночасно у протилежних напрямках. Швидкість кожного 12 км/год. Через скільки годин відстань між ними буде 72 км?

Отже, вміння розв'язувати задачі на одночасний зустрічний рух і одночасний рух у протилежних напрямках такі:

- скласти короткий запис задачі у вигляді малюнка-схеми;
- проаналізувати задачу (виділяти величини, числові дані та взаємозв'язки між даними та шуканою величиною);
- під час проведення пошуку розв'язання задачі враховувати властивості задач на одночасний зустрічний рух і одночасний рух у протилежних напрямках;
- перевірити розв'язання задачі, розв'язавши обернену задачу або розв'язавши задачу другим способом.

Задачі з геометричним змістом

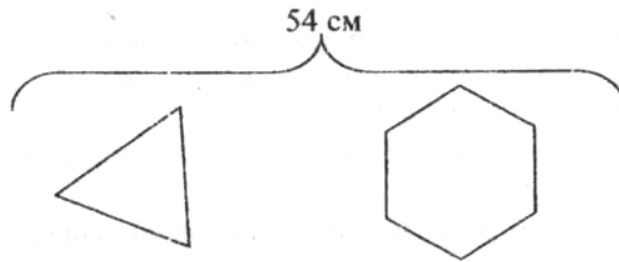
Одним із завдань вивчення геометричного матеріалу в початкових класах є вироблення в учнів практичних умінь вимірювання й побудови геометричних фігур за допомогою креслярських інструментів. До задач із геометричним змістом відносять задачі на знаходження периметра і площі. Ці задачі бажано пов'язувати з виробничою тематикою. Крім розв'язування готових задач, слід пропонувати

учням самостійно складати подібні задачі, використовуючи знання про геометричні фігури.

Розглянемо методику роботи над окремими задачами цього типу.

Задача. З дроту зробили рівносторонній трикутник і шестикутник. На обидві фігури витратили 54 см дроту. Довжини сторін трикутника і шестикутника однакові. Знайти довжину однієї сторони.

У підручнику до цієї задачі пропонується такий малюнок (він і буде коротким записом задачі):



Мал. 5.10

Розв'язання можна записати:

а) виразом:

$$54 : (3 + 6) = 6 \text{ (см)}$$

б) по діях:

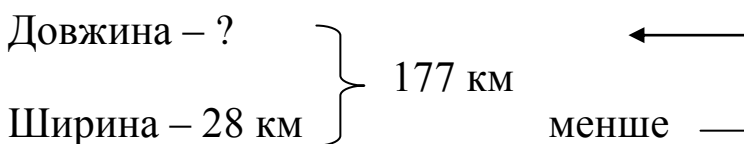
$$6 + 3 = 9 \text{ (сторін)}$$

$$54 : 9 = 6 \text{ (см)}$$

Відповідь: 6 см – довжина однієї сторони.

Задача. Кременчуцьке водосховище – найбільше на Дніпрі. Його довжина і ширина разом становлять 177 км. Ширина водосховища – 28 км. На скільки кілометрів ширина водосховища менша, ніж його довжина?

Цю задачу можна коротко записати так:



Розв'язання запишемо за письмовим планом:

Яка довжина водосховища?

$$177 - 28 = 149 \text{ (км)}$$

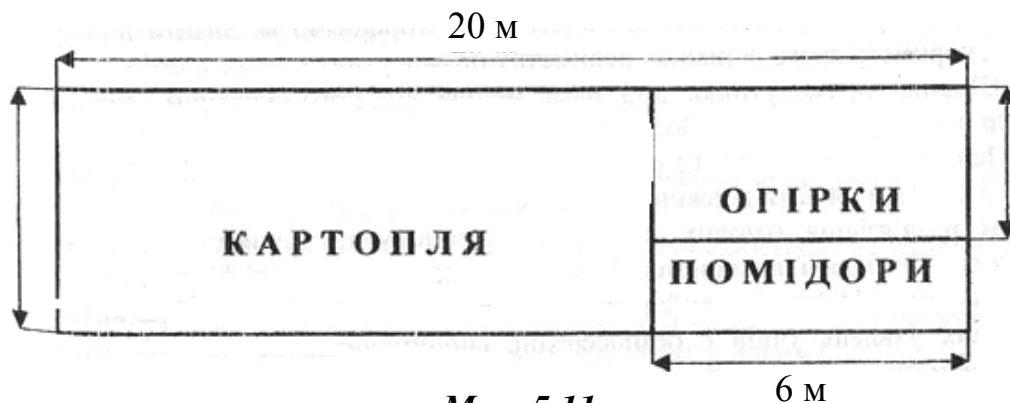
На скільки кілометрів ширина водосховища менша, ніж його довжина?

$$177 - 149 = 28 \text{ (км)}$$

Відповідь: На 28 км ширина водосховища менша, ніж його довжина.

Задачі з геометричним змістом потребують короткого запису у вигляді геометричних фігур, тому що розбір умови тут пов'язаний із пригадуванням формул обчислення периметра чи площі певної фігури.

Задача. Знайти периметр кожної окремої ділянки за планом.



Мал. 5.11

Аналіз задачі

Бесіда

- Ділянки під картоплю, огірки та помідори мають форму прямокутника.
- Чому дорівнює периметр прямокутника? (Сумі всіх його сторін або добутку суми довжини і ширини на 2).
- Що потрібно знати, щоб знайти периметр ділянки відведеної під картоплю? (Ширину і довжину).
- Що з цього знаємо, а чого не знаємо? (Знаємо ширину, а не знаємо довжини).
- Як про це можна дізнатися? (Від довжини всієї ділянки відняти довжину ділянки під помідори).
- Периметр якої ділянки можемо знайти відразу? (Ділянки під огірки).
- Що потрібно знати, щоб знайти периметр ділянки під помідори? (Довжину і ширину).
- Що відомо, а що треба знайти? (Відома довжина, а треба знайти ширину).
- Як можна про це дізнатися? (Від ширини ділянки під картоплю відняти ширину ділянки під огірки).

План і розв'язування задачі:

Який периметр ділянки під огірки?

$$(6 + 6) \cdot 2 = 24 \text{ (м)}$$

Яка довжина ділянки під картоплю?

$$20 - 6 = 14 \text{ (м)}$$

Який периметр ділянки під картоплю?

$$(14 + 8) \cdot 2 = 44 \text{ (м)}$$

Яка ширина ділянки під огірки?

$$8 - 6 = 2 \text{ (м)}$$

Який периметр ділянки під помідори?

$$(6 + 2) \cdot 2 = 16 \text{ (м)}$$

Відповідь: 24 м – периметр ділянки під огірки, 44 м – периметр ділянки під картоплю, 16 м – периметр ділянки під помідори.

Перевірку задачі можна запропонувати учням зробити самостійно, розв'язавши обернену задачу.

У підручнику пропонуються ще такі задачі з геометричним змістом:

1. Площа прямокутника 640 м^2 , а довжина сторони 40 м. Знайти площу квадрата, периметр якого дорівнює периметру прямокутника.

2. Ширина прямокутника в 3 рази менша від його довжини. Знайти периметр прямокутника, якщо його довжина 2 см.

3. Периметр трикутника 12 см 6 мм. Довжина однієї сторони 4 см 8 мм, другої – 3 см 9 мм. Знайти довжину третьої сторони.

Крім розв'язання готових задач, слід пропонувати учням самостійно складати подібні задачі, використовуючи знання про геометричні фігури.

Загальним методичним прийомом, який забезпечує міцні знання і розвиток просторових уявлень учнів, є безпосереднє сприймання ними матеріальних моделей геометричних образів.

Задачі на час

Перші задачі на час розв'язуються за допомогою годинникового циферблата.

Задача. Магазин відкривається о 8 год ранку, а закривається о 9 год вечора. Скільки працює магазин, якщо обідня перерва триває одну годину?

Учні на годинниковому циферблаті показують, що від 8-ї до 12 год минуло 4 години. Від 12 год до 9 год вечора – ще 9 год. Усього 13 год. Перерва триває 1 год. Отже, магазин працює 12 год.

У 4 класі учні розв'язують три види задач на обчислення часу: на знаходження тривалості події, її закінчення або початку (в межах доби і в межах року).

Наведемо приклади розв'язування таких задач.

Задача. Сонце зійшло о 7 год 55 хв ранку, зайшло о 6 год 28 хв вечора. Визначте тривалість дня.

Вчитель повинен пояснити, що коли в задачі числове значення подається з вказівкою на частину доби, то обчислення варто практикувати двома способами.

Перший спосіб:

$$12 \text{ год} - 7 \text{ год } 55 \text{ хв} = 4 \text{ год } 5 \text{ хв}$$

$$4 \text{ год } 5 \text{ хв} + 6 \text{ год } 28 \text{ хв} = 10 \text{ год } 33 \text{ хв}$$

Другий спосіб:

6 год 28 хв вечора – це 18 год 28 хв

18 год 28 хв – 7 год, 55 хв = 10 год 33 хв

Відповідь: Тривалість дня 10 год 33 хв.

Задача. Сонце зійшло о 6 год 35 хв. Тривалість дня 14 год 57 хв.

Визначте час заходу сонця.

Розв'язання:

6 год 35 хв + 14 год 57 хв = 20 год 92 хв

Оскільки 1 год = 60 хв, то 92 хв = 1 год 32 хв

20 год 92 хв = 21 год 32 хв

Відповідь: Сонце зайшло о 21 год 32 хв.

Задача. Тривалість дня 16 год 17 хв. Сонце зайшло о 10 год 11 хв вечора. Визначте час сходу сонця.

Розв'язання:

16 год 17 хв – 10 год 11 хв = 6 год 6 хв

Відповідь: Сонце зійшло о 6 год 6 хв.

Перевірку правильності виконання записаних вище задач учні виконують практично на циферблаті.

Розв'язування задач у межах року здійснюється на основі табеля-календаря.

Задача. З пункту А потяг вийшов 22 травня о 6 год вечора і прибув у пункт В 25 травня о 9 год ранку. Скільки часу був потяг у дорозі?

Розв'язання:

Від початку травня до виходу потяга минуло 21 доба 18 год. Від початку травня до прибуття потягу минуло 24 доби 9 год.

1 доба – 24 год

24 доби 9 год – 21 доба 18 год = 2 доби 15 год

Відповідь: 2 доби 15 год потяг був у дорозі.

Так само можна працювати над такими задачами на час.

1. 22 грудня у Києві день триває 8 год. Скільки годин у цю добу триває ніч?

2. Гетьман українського реєстрового козацтва Петро Сагайдачний помер (від отруєної стріли під час Хотинської битви з турецько-татарськими військами) 20 квітня 1622 року. Скільки часу минуло від дня його смерті до сьогодні?

3. Найдовший день у нашій місцевості 22 червня. Триває він 17 год 37 хв. Найкоротший день – 22 грудня. Він триває 7 год 1 хв. На скільки часу ніч на 22 грудня довша від ночі на 22 червня?

Джерела та література

1. Алексюк А. М. Методи навчання і методи учіння / А. М. Алексюк. – К. : Знання, 1980. – 48 с.
2. Анісімова Г. О. Сучасний урок у початковій школі: традиції та інновації : [навч.-метод. посіб.] / Г. О. Анісімова, О. В. Нікулочкіна. – Тернопіль : Мандрівець, 2013. – 104 с.
3. Бабанский Ю. К. Выбор методов обучения в средней школе / Ю. К. Бабанский. – М. : Педагогика, 1981. – 146 с.
4. Бабанский Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе / Ю. К. Бабанский. – М. : Просвещение, 1985. – 208 с.
5. Балл Г. О. Головні аспекти застосування поняття діалогу / Г. О. Балл // Менеджмент та маркетинг: досягнення і перспективи : матеріали ІХ Всеукр. наук.-практ. конф. (13 берез. 2002 р.). – К. : Політехніка, 2002. – С. 12–16.
6. Бантова М. О. Методика викладання математики в початкових класах / М. О. Бантова. – К. : Вища шк., 1982. – 348 с.
7. Баранов С. П. Сущность процесса обучения / С. П. Баранов. – М. : Просвещение, 1981. – 143 с.
8. Безруких М. М. Знаете ли вы своего ученика? / М. М. Безруких, С. П. Ефимова. – М. : Просвещение, 2008. – 168 с.
9. Белошистая А. В. Методика обучения математике в начальной школе / А. В. Белошистая. – М. : Владос, 2007. – 456 с.
10. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии / В. П. Беспалько. – М. : Искра, 1989. – 128 с.
11. Богданович М. В. Математика : підруч. для 1 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М. В. Богданович, Г. П. Лищенко. – К. : Генеза, 2012. – 160 с.
12. Богданович М. В. Математика : підруч. для 2 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М. В. Богданович, Г. П. Лищенко. – К. : Генеза, 2012. – 159 с.
13. Богданович М. В. Математика : підруч. для 3 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М. В. Богданович, Г. П. Лищенко. – К. : Генеза, 2014. – 176 с.
14. Богданович М. В. Математика : підруч. для 4 кл. / М. В. Богданович. – К. : Освіта, 2010. – 159 с.
15. Богданович М. В. Методика викладання математики в початкових класах : навч. посіб. / М. В. Богданович, М. В. Козак, Я. А. Король. – [4-те вид., переробл. і доповн.]. – Тернопіль : Навч. кн. – Богдан, 2014. – 360 с.
16. Богданович М. В. Методика розв'язування задач в початковій школі. – К. : Вища шк., 1990. – 183 с.
17. Богданович М. В. Урок математики в початковій школі : навч. посіб. / М. В. Богданович, Н. О. Будник, Г. П. Лищенко. – Тернопіль : Навч. кн. – Богдан, 2004. – 278 с.
18. Богданович М. Вправи з розвитку логічного математичного мислення молодших школярів / М. Богданович [та ін.] // Початкова школа. – 2002. – № 21. – С. 35–37.
19. Богоявленский Д. М. Психология усвоения знаний в школе / Д. М. Богоявленский, Н. А. Менчинская. – М. : АПН РСФСР, 1979. – 347 с.
20. Бондар В. І. Дидактика / В. І. Бондар – К. : Либідь, 2005. – 264 с.
21. Бондар В. І. Теорія і технологія управління процесом навчання в школі / В. І. Бондар. – К. : ФАДА, ЛТД, 2000. – 191 с.

22. Бордовская Н. В. Педагогика : учебник для вузов / Н. В. Бордовская, А. А. Реан. – СПб. : Питер, 2000. – 299 с.
23. Боридко Н. М. В пространстве воспитательной деятельности / Н. М. Боридко. – Волгоград : Перемена, 2001. – 181 с.
24. Борова Т. А. Саморегуляція процесу засвоєння знань учнями / Т. А. Борова // Рідна школа. – 2000. – № 1. – С. 60–61.
25. Будна Н. О. Уроки математики: 1 клас : посіб. для вчителя / Н. О. Будна, Н. Б. Шост. – Вид. 2-ге, доповн., переробл. – Тернопіль : Навч. кн. – Богдан, 2012. – 288 с.
26. Варій М. Й. Психологія / М. Й. Варій. – К. : Центр навч. л-ри, 2007. – С. 146–169.
27. Вербицкий А. Активные методы обучения в школе: контекстный подход / А. Вербицкий. – М. : Владос, 1989. – 127 с.
28. Возняк Г. М. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики / Г. М. Возняк, М. П. Маланюк. – К. : Рад. шк., 1989. – 128 с.
29. Волков Б. С. Практические вопросы детской психологии / Б. С. Волков, Н. В. Волкова. – Питер, 2009. – 208 с.
30. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – М. : Педагогика, 1996. – С. 54–67.
31. Гадецький М. В. Організація навчального процесу в сучасній школі : навч.-метод. посіб. для вчителів, кер. навч. закл., слухачів ІПО / М. В. Гадецький, Т. М. Хлебнікова ; М-во освіти і науки України. Харків. держ. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. Ін-т післядипломної освіти. – Х. : Ранок ; Веста, 2014. – 135 с.
32. Галузяк В. М. Педагогіка : навч. посіб. / В. М. Галузяк, М. І. Сметанський, В. І. Шахов. – 4-те вид., виправл. і доповн. – Вінниця : ДП «Державна картографічна фабрика», 2007. – 400 с.
33. Гальперин П. Я. Управление познавательной деятельностью учащихся / П. Я. Гальперин, А. Ф. Талызина. – М. : Изд-во МГУ, 1972. – 212 с.
34. Гальперин П. Я. Формирование умственных действий и понятий / П. Я. Гальперин. – М. : Изд-во МГУ, 1968. – 52 с.
35. Гаран М. С. Сучасний стан початкової математичної освіти / М. С. Гаран // Молодий вчений. – 2014. – № 8 (11). – С. 90–93.
36. Глузман Н. А. Методико-математична компетентність майбутніх учителів початкових класів : [монографія] / Н. А. Глузман. – К. : Вища шк. – XXI, 2010. – 407 с.
37. Готра Н. Розвиток пізнавальної активності учнів / Н. Готра // Рідна школа. – 2007. – № 4. – С. 45–47.
38. Гринько В. Форми організації навчання – історія розвитку й уточнення терміну / В. Гринько. – Слов'янськ : СДПО, 2005. – 185 с.
39. Гузеев В. В. Преподавание. От теории к мастерству / В. В. Гузеев. – М. : НИИ шк. технологий, 2009. – 288 с.
40. Давидов В. В. Виды обобщения в обучении / В. В. Давидов. – М. : Педагогика, 1972. – 423 с.
41. Дайри Н. Г. Главное усвоить на уроке / Н. Г. Дайри. – М. : Знание, 2004. – 78 с.
42. Державний стандарт початкової загальної освіти, затверджений Постановою Кабінету Міністрів України від 20 квітня 2011 р. № 462 (додаток 2)

- [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.mon.gov.ua/ua/often-requested/state-standards/>
43. Дорошенко Н. Й. Підручник з математики для вчителів / Н. Й. Дорошенко // Початкова школа. – 1994. – № 1. – С. 18–19.
 44. Дружинин В. Н. Психология общих способностей / В. Н. Дружинин. – СПб. : Питер, 2002. – 368 с.
 45. Друзь Б. Г. Виховання пізнавальних інтересів молодших школярів у процесі навчання / Б. Г. Друзь. – К. : Рад. шк., 1978. – 128 с.
 46. Дубровіна І. В. Активізація творчої діяльності школяра як всебічний розвиток особистості школяра / І. В. Дубровіна // Здобутки, проблеми та перспективи педагогічної науки та практики в умовах інноваційної перебудови української національної освіти : тези доп. 4-ї Всеукр. конф. (Умань, 15 квіт. 2011 р.) / [ред. кол. : О. В. Дудник та ін.]. – Умань : Візаві, 2011. – С. 20–24.
 47. Дяченко В. К. Новая дидактика / В. К. Дяченко. – М. : Блиц, 2001. – 193 с.
 48. Емилієва О. Б. Учить школьник учится математики / О. Б. Емилієва, В. И. Крунич. – М. : Просвещение, 1990. – 145 с.
 49. Жерновникова О. А. Особливості сучасного уроку математики / О. А. Жерновникова // Педагогіка та психологія. – 2013. – Вип. 43. – С. 27–33.
 50. Зайченко І. В. Педагогіка : [навч. посіб. для студ. вищ. пед. навч. закл.] / І. В. Зайченко. – Чернігів : Вид-во ЧДПСТП, 2008. – 528 с.
 51. Заторжинська В. Нестандартна форма методичної роботи / В. Заторжинська // Початкова школа. – 2014. – № 4. – С. 64–66.
 52. Зязюн І. А. Підготовка майбутнього вчителя до впровадження педагогічних технологій : навч. посіб. / М. І. Зязюн, О. М. Пехота. – К. : А.С.К., 2003. – 240 с.
 53. Истомина Н. Б. Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах / Н. Б. Истомина. – М. : Просвещение, 1985. – 64 с.
 54. Іванців М. І. Формування логічних прийомів за допомогою словесних методів навчання на уроках математики / М. І. Іванців. – Луцьк : [б. в.], 1989. – 35 с.
 55. Іванців М. І. Ознайомлення молодших школярів з логічним прийомом порівняння на уроках математики / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – 1996. – Вип. 4. – С. 39–42.
 56. Іванців М. І. Класифікація на уроках математики в початковій школі / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – 1997. – Вип. 4. – С. 43–45.
 57. Іванців М. І. Структурування математичного матеріалу в початковій школі / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – 1998. – Вип. 1. – С. 40–43.
 58. Іванців М. І. Формування культури математичного мислення молодших школярів / М. І. Іванців. – Луцьк : РВВ «Вежа» Волин. держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 1998. – 212 с.
 59. Іванців М. І. Порівняння на уроках математики в початковій школі / М. І. Іванців // Початкова школа : наук.-метод. журн. – 1999. – № 1. – С. 19–20.
 60. Іванців М. І. Робота над арифметичними задачами в початковій школі : навч. посіб. для студ. пед. ф-тів вищ. навч. закл. / М. І. Іванців. – Луцьк : [б. в.], 2000. – 51 с.
 61. Іванців М. І. Робота над типовими задачами в початковій школі : навч. посіб. для студ. пед. ф-тів вищ. навч. закл. / М. І. Іванців. – Луцьк : [б. в.], 2000. – 40 с.

62. Іванців М. І. Ефективне використання типових задач для розвитку мислення молодших школярів / М. І. Іванців // Колективні форми роботи на уроках як чинник активізації пізнавальних інтересів учнів : матеріали наук.-практ. конф. (15–16 листоп., 2001 р.). – Луцьк : РВВ ВОНМІПО пед. кадрів, 2001. – 254 с.
63. Іванців М. І. Методика ознайомлення молодших школярів із складеною арифметичною задачею / М. І. Іванців // Проблеми педагогічних технологій : зб. наук. пр. – Луцьк : [б. в.], 2001. – Вип. 3. – С. 222–226.
64. Іванців М. І. Ознайомлення молодших школярів з основними етапами роботи над простою арифметичною задачею / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – 2001. – Вип. 4. – С. 38–42.
65. Іванців М. І. Розвивальне значення типових математичних задач / М. І. Іванців // Проблеми педагогічних технологій : зб. наук. пр. – Луцьк : [б. в.], 2001. – Вип. 4. – С. 88–92.
66. Іванців М. І. Вибір методів навчання при вивченні нумерації цілих невід’ємних чисел в початковій школі / М. І. Іванців // Психолого-педагогічні основи гуманізації навчально-виховного процесу в школі і вузі : зб. наук. пр. міжнар. ун-ту РЕГУ. – Рівне : [б. в.], 2002. – С. 108–113.
67. Іванців М. І. Підготовка вчителя до сучасного уроку математики в початкових класах / М. І. Іванців // Психолого-педагогічні основи гуманізації навчально-виховного процесу в школі і вузі : зб. наук. пр. міжнар. ун-ту РЕГУ. – Рівне : [б. в.], 2002. – С. 159–166.
68. Іванців М. І. Узагальнення знань молодших школярів про просту арифметичну задачу / М. І. Іванців // Наукові записки Тернопільського державного педагогічного університету. Серія : Педагогіка. – 2002. – № 2. – С. 54–57.
69. Іванців М. І. Формування логічних прийомів мислення у молодших школярів з допомогою підручника «Математика» / М. І. Іванців // Наукові записки Тернопільського державного педагогічного університету. Серія : Педагогіка. – 2002. – № 1. – С. 64–70.
70. Іванців М. І. Формування прийомів мислення молодших школярів при вивченні нумерації цілих невід’ємних чисел / М. І. Іванців // Проблеми педагогічних технологій : зб. наук. пр. – Луцьк : [б. в.], 2002. – Вип. 1. – С. 55–61.
71. Іванців М. І. Узагальнення математичних знань молодших школярів при вивченні нумерації цілих невід’ємних чисел / М. І. Іванців // Проблеми педагогічних технологій : зб. наук. пр. – Луцьк : [б. в.], 2003. – Вип. 1. – С. 100–104.
72. Іванців М. І. Формування логічного мислення молодших школярів в процесі розв’язування математичних задач : метод. посіб. для студ. пед. ф-тів вищ. навч. закл. та вчителів початкових кл. / М. І. Іванців. – Луцьк : Волин. обл. друк., 2006. – 80 с.
73. Іванців М. І. Формування математичного мислення молодших школярів : метод. посіб. для студ. пед. ф-тів вищ. навч. закл. та вчителів початкових кл. / М. І. Іванців. – Луцьк : Волин. обл. друк., 2007. – 142 с.
74. Іванців М. І. Основні технології навчання розв’язування задач молодшими школярами, їх переваги й недоліки / М. І. Іванців // Наук. вісн. Волин. нац. ун-ту ім. Лесі Українки. – 2009. – № 21. – С. 12–17.
75. Іванців М. І. Сучасні технології ефективного ознайомлення з новим матеріалом у початковій школі / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – Луцьк : ПП Іванюк В. П., 2011. – Вип. 1 (69). – С. 15–17.

76. Іванців М. І. Розвиток математичної мови учнів початкових класів / М. І. Іванців // Наук. вісн. Волин. нац. ун-ту ім. Лесі Українки. – 2012. – № 14. – С. 53–57.
77. Іванців М. І. Узагальнення як метод вивчення математичного матеріалу учнями початкових класів / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – Луцьк : ПП Іванюк В. П., 2012. – № 3. – С. 31–34.
78. Іванців М. І. Методичні підходи до ознайомлення молодших школярів із функціональною залежністю в процесі роботи над складеними типовими задачами / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – Луцьк : ВППО, 2014. – № 2 (82). – С. 58–60.
79. Іванців М. І. Формування у молодших школярів обчислювальних навичок та вмінь / М. І. Іванців // Педагогічний пошук : наук.-метод. вісн. – Луцьк : ВППО, 2015. – № 2 (86). – С. 55–57.
80. Ізотова Л. Формування і розвиток прийому порівняння на уроках математики / Л. Ізотова // Початкова школа. – 2007. – № 3. – С. 29–30.
81. Коваленко В. Г. Проблемний підхід до навчання математики / В. Г. Коваленко, І. Ф. Тесленко. – К. : Рад. шк., 1985. – 88 с.
82. Коваль Л. В. Методика навчання математики: теорія і практика : підручник / Л. В. Коваль, С. О. Скворцова. – Одеса : Автограф, 2008. – 284 с.
83. Ковальчук В. Теорія і методика формування елементарних математичних уявлень : курс лекцій / В. Ковальчук, О. Жигайло, О. Шаран. – Дрогобич : Посвіт, 2013. – 292 с.
84. Кодлюк Я. П. Дидактика початкової школи: практичний курс : посібник / Я. П. Кодлюк. – Тернопіль : Астон, 2013. – 159 с.
85. Козак М. В. Уроки математики в початкових класах / М. В. Козак. – Тернопіль : [б. в.], 1996. – С. 4–5.
86. Король С. Психолого-педагогічні умови організації навчального процесу / С. Король // Початкова школа. – 2003. – № 12. – С. 31–32.
87. Король Я. А. Формування практичних умінь і навичок на уроках математики / Я. А. Король. – Тернопіль : Навч. кн., 2008. – 136 с.
88. Корчевська О. Конспекти уроків з математики у 3 класі / О. Корчевська, Н. Кордуба. – К. : Освіта, 2012. – 244 с.
89. Корчевська О. П. Навчаємо математики: методика роботи над задачами / О. П. Корчевська. – Тернопіль : Мандрівець, 2010. – С. 49–65.
90. Костюк Г. С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Г. С. Костюк. – К. : Знання, 1989. – 609 с.
91. Кочерга О. Психологічні особливості сприймання навчальної інформації молодшими школярами / О. Кочерга // Початкова школа. – 2010. – № 6. – С. 5–6.
92. Кочина Л. П. Навчання математики у 3-му класі : посіб. для вчителів / Л. П. Кочина. – К. : Літера ЛТД, 2005. – 160 с.
93. Кочина Л. П. Особливості побудови уроку математики в початкових класах / Л. П. Кочина // Початкова школа. – 2006. – № 7. – С. 27–29.
94. Крих Л. Цікаво вивчаємо математику / Л. Крих // Початкова школа. – 2012. – № 6. – С. 18–20.

95. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – М. : Ин-т психологии, 1998. – 416 с.
96. Кукалець М. Підготовка учнів до активного засвоєння нових знань / М. Кукалець // Рідна школа. – 1996. – № 2. – С. 25–26.
97. Логачевська С. П. Дійти до кожного учня : [кн. для вчителя] / С. П. Логачевська. – К. : [б. в.], 1990. – 116 с.
98. Лозинський В. М. Прийоми та форми в навчальній діяльності / В. М. Лозинський. – Х. : Весна ; Ранок, 2009. – 160 с.
99. Максименко В. П. Дидактика: теорія і практика уроку в початковій школі : посібник / В. П. Максименко. – Хмельницький : ХмЦНП, 2012. – 53 с.
100. Мартиненко С. М. Вивчення особистості молодшого школяра засобами педагогічної діагностики : навч.-метод. посіб. / С. М. Мартиненко, М. Д. Осколова. – К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2013. – 144 с.
101. Матюшкин А. М. Психология мышления. Мышление как разрешение проблемных ситуаций : учеб. пособие / А. М. Матюшкин ; под ред. А. А. Матюшкиной. – М. : КДУ, 2009. – 190 с.
102. Митник О. Я. Навчально-творча діяльність молодших школярів на уроках математики: методика навчання математики в системі післядипломної освіти / О. Я. Митник. – К. : Почат. шк., 2005. – 96 с.
103. Мойсеюк Н. Є. Педагогіка / Н. Є. Мойсеюк. – К. : Знання, 2001. – 615 с.
104. Навчальні програми для загальноосвітніх навчальних закладів з навчанням українською мовою. 1–4 класи. – К. : Вид. дім «Освіта», 2013. – 392 с.
105. Навчання у початковій школі як цілісний творчий процес: теорія і практика / за ред. В. І. Бондаря. – К. : Почат. шк., 2011. – 384 с.
106. Онищук В. А. Типы, структура и методика урока в школе / В. А. Онищук. – М. : Просвещение, 1983. – 80 с.
107. Онищук В. О. Функція і структура методів навчання / В. О. Онищук. – К. : Рад. шк., 1979. – 159 с.
108. Онопрієнко О. Компетентнісний підхід у навчанні математики. Початкова школа / О. Онопрієнко, Н. Листопад, С. Скворцова. – К. : Ред. газ. з дошкільної та почат. освіти, 2014. – 124 с.
109. Орлов С. И. Учение – дело творческое / С. И. Орлов. – К. : Молодь, 1987. – 112 с.
110. Освітні технології / за заг. ред. О. М. Пехоти. – К. : А.С.К. 2002. – 255 с.
111. Осинская В. Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике / В. Н. Осинская – К. : Рад. шк., 1989. – С. 22–54.
112. Паламарчук В. Ф. Школа учит мыслить / В. Ф. Паламарчук. – М. : [б. и.], 1979. – 65 с.
113. Педагогічна психологія : навч. посіб. / уклад. Л. В. Долинська, Т. М. Лисянська [та ін.]. – К. : Каравела, 2014. – 368 с.
114. Педагогічна психологія : навч. посіб. / уклад. Н. Г. Матейчук, О. П. Степаненко. – Чернівці : Технодрук, 2014. – 239 с.
115. Педагогічні технології: теорія та практика : [навч.-метод. посіб.] / М-во освіти і науки України, Полтав. держ. пед. ун-т ім. В. Г. Короленка ; за ред. М. В. Гриньової. – Полтава : [АСМІ], 2006. – 230 с.
116. Печерська Е. П. Уроки різні та незвичайні / Е. П. Печерська // Рідна школа. – 2005. – № 4. – С. 62–65.

117. Пиаже Ж. Избранные педагогические труды (Психология интеллекта. Генезис числа у ребёнка. Логика и психология) / Ж. Пиаже. – М. : Просвещение, 1969. – 659 с.
118. Пиаже Ж. Речь и мышление ребёнка / Ж. Пиаже. – М. ; Л. : Учпедгиз, 1932. – 412 с.
119. Підласий І. П. Закономірності навчання і підвищення якості знань учнів / І. П. Підласий. – Львів : Знання, 1981. – 48 с.
120. Побірченко Н. А. Психологічні основи навчання математики в початкових класах : метод. посіб. / Н. А. Побірченко. – К. : Рад. шк., 1985. – 65 с.
121. Подласый И. П. Педагогика начальной школы : [учеб. пособие для студ. пед. колледжей] / И. П. Подласый. – М. : Владос, 2001. – 400 с.
122. Пометун О. І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання : наук.-метод. посіб. / О. І. Пометун, Л. В. Пироженко. – К. : А.С.К., 2006. – 192 с.
123. Пономарёв Я. Н. Знание, мышление и умственное развитие / Я. Н. Пономарёв. – М. : Просвещение, 1967. – 264 с.
124. Психическое развитие младших школьников / под ред. В. В. Давыдова. – М. : Педагогика, 1990. – 160 с.
125. Психологія та педагогіка : підручник / за ред. С. Д. Максименка. – К. : Слово, 2013. – 584 с.
126. Пути повышения качества знаний в начальных классах / под ред. Д. Н. Богоявленского. – М. : Учпедгиз, 1978. – 320 с.
127. Рапацевич Е. С. Педагогика : [соврем. энцикл.] / Е. С. Рапацевич. – Минск : Современное слово, 2005. – 719 с.
128. Родигіна І. В. Компетентнісно орієнтований підхід до навчання / І. В. Родигіна. – Х. : Основа, 2005. – 94 с.
129. Розв'язування математичних задач у початкових класах / за ред. Т. М. Хмарі. – К. : Рад. шк., 1996. – 96 с.
130. Ротенберг В. С. Мозг. Обучение. Здоровье / В. С. Ротенберг, С. М. Бондаренко. – М. : Просвещение, 1989. – 239 с.
131. Савченко О. Вивчення особистості молодшого школяра як передумова успішної організації його навчальної діяльності: [теорія і практика виховання особистості] / О. Савченко // Початкова школа. – 2012. – № 3. – С. 1–6.
132. Савченко О. Я. Дидактика початкової освіти : підруч. [для вищ. навч. закл.] / О. Я. Савченко. – К. : Грамота, 2013. – 503 с.
133. Савченко О. Я. Порівняння в навчанні учнів початкових класів / О. Я. Савченко. – К. : Рад. шк., 1974. – 104 с.
134. Савченко О. Я. Розвиток пізнавальної самостійності молодших школярів / О. Я. Савченко. – К. : Рад. шк., 1982. – 176 с.
135. Савченко О. Я. Урок в початкових класах : [навч.-метод. посіб.] / О. Я. Савченко. – К. : Освіта, 2003. – 224 с.
136. Савчин М. В. Педагогічна психологія / М. В. Савчин. – К. : Академвидав, 2007. – 424 с.
137. Саган О. В. Інтерактивні методи навчання в практиці роботи початкової школи / О. В. Саган. – Х. : Основа, 2008. – 174 с.
138. Світлична О. Майстер-клас учителя початкових класів: кращі відкриті уроки / уклад. Ольга Світлична ; [ред. Марія Гап'юк]. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2013. – 176 с.

139. Селевко Г. К. Энциклопедия образовательных технологий. В 2 т. Т. 1 / Г. К. Селевко. – М. : НИИ шк. технологий, 2006. – 816 с. – (Серия «Энциклопедия образовательных технологий»).
140. Семенова А. В. Основы психологии і педагогіки : навч. посіб. / А. В. Семенова, Р. С. Гурін, Т. Ю. Осипова. – К. : Знання, 2006. – 320 с.
141. Середя В. Ю. Вчись логічно мислити / В. Ю. Середя. – К. : Рад. шк., 1989. – 175 с.
142. Скаткин М. Н. Проблемы современной дидактики / М. Н. Скаткин. – М. : Педагогика, 1980. – 96 с.
143. Сленкань З. И. Психолого-педагогические основы обучения математике / З. И. Сленкань. – К. : Рад. шк., 1983. – 190 с.
144. Стадник Л. Актуальні проблеми математичної освіти. Шляхи їх вирішення / Л. Стадник // Початкова школа. – 2010. – № 5. – С. 7–10.
145. Сухарева Л. С. Сучасний урок у початковій школі. Нестандартні уроки математики у 1–4 класах / Л. С. Сухарева. – Х. : Основа, 2005. – 192 с.
146. Сухомлинський В. О. Сто порад учителю / В. О. Сухомлинський // Сухомлинський В. О. Вибрані твори. В 5 т. Т. 2. – К. : Рад. шк., 1976. – 568 с.
147. Талызина Н. Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников / Н. Ф. Талызина. – М. : Просвещение, 1998. – 173 с.
148. Фадеева Т. О. Інноваційні технології навчання математики у початкових класах : [навч.-метод. посіб. для студ. психол.-пед. ф-ту пед. ун-ту] / Т. О. Фадеева. – Кіровоград : Авангард, 2011. – 95 с.
149. Фіцула М. М. Педагогіка / М. М. Фіцула. – К. : Академвидав, 2003. – 527 с.
150. Формування предметних компетентностей в учнів початкової школи : [монографія] / уклад. Н. М. Бібік [та ін.]. – К. : Пед. думка, 2014. – 343 с.
151. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы математики в школе / Л. М. Фридман. – М. : Педагогика, 1983. – 160 с.
152. Фридман Л. М. Сюжетные задачи по математике: история, теория, методика / Л. М. Фридман. – М. : Шк. пресса, 2002. – 208 с.
153. Фурс Г. О. Інноваційні педагогічні процеси у початкових класах як шлях до якісної освіти / Г. О. Фурс // Початкове навчання та виховання. – 2009. – № 16. – С. 10–24.
154. Чистух В. Я. Мастер-клас учителя математики. Нестандартні уроки та позакласні заходи : посібник / В. Я. Чистух. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2014. – 143 с.
155. Шахраюк Б. С. Педагогічна психологія : навч. посіб. / Б. С. Шахраюк. – Луцьк : Волинянин, 2012. – 100 с.
156. Шевчук І. Підготовка майбутнього вчителя до розвитку міркувань в учнів початкових класів на уроках математики / І. Шевчук // Психолого-педагогічні проблеми сільської школи. – 2013. – № 46. – С. 56–62.
157. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности в учебном процессе / Г. И. Щукина. – М. : Просвещение, 1979. – 160 с.
158. Эльконин Д. Б. Психология обучения младшего школьника / Д. Б. Эльконин [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://lib.mgppru.ru/oracunicode>
159. Эрдниев П. М. Теория и методика обучения математике в начальной школе / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М. : Педагогика, 1988. – С. 35–46.

Навчальне видання

Серія «Посібники та підручники СНУ імені Лесі Українки»

Іванців Марія Іванівна

**ВИБІР МЕТОДІВ І ПРИЙОМІВ
НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ
В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ**

Навчально-методичний посібник

Редактор і коректор *Л. С. Пащук*
Технічний редактор *М. Б. Філіпович*

Формат 60×84¹/₁₆. Обсяг 13,02 ум. друк. арк., 12,95 обл.-вид. арк. Наклад 300 пр.
Зам. 3012. Видавець – Східноєвропейський національний університет імені Лесі
Українки (43025, м. Луцьк, просп. Волі, 13). Свідоцтво Держ. комітету
телебачення та радіомовлення України ДК № 4513 від 28.03.2013 р.